# জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞান

# জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞান
## ( Geometrical Optics )

অরবিন্দ নাগ

পশ্চিমবঙ্গ রাজ্য পুস্তক পর্ষদ
( পশ্চিমবঙ্গ সরকারের একটি সংস্থা )

# ভূমিকা

যে ভাষায় কথা বলি, চিন্তা করি, দৈনন্দিন সমস্ত কর্ম ও ভাবনার সঙ্গে যে ভাষা নিবিড়ভাবে জড়িয়ে আছে, সেই মাতৃসম মাতৃভাষায় পঠন-পাঠন যতখানি কার্যকর, কোন বিদেশী ভাষায় তা হওয়া সম্ভব নয়। বাংলা ভাষায় বিজ্ঞান শিক্ষা দিতে গেলে সর্বাগ্রে প্রয়োজন বাংলা ভাষায় বিজ্ঞান সম্বন্ধে উপযুক্ত পাঠ্যপুস্তকের। স্নাতক ও স্নাতকোত্তর শ্রেণীর উপযোগী পাঠ্যপুস্তক বাংলাভাষায় এ পর্যন্ত খুব কমই লেখা হয়েছে। উপযুক্ত পরিভাষার অভাব অবশ্যই আছে তবে এই বাধা দুরতিক্রম্য নয়। আশার কথা এই যে পরিভাষা ও পাঠ্যপুস্তক সম্বন্ধে কিছু কিছু প্রয়াস ইতিমধ্যেই শুরু হয়েছে। জননী জন্মভূমির ঋণ অপরিশোধ্য, তবু এই সব প্রয়াসের একজন সামান্য অংশীদার হতে পেরে নিজেকে কৃতার্থ মনে করছি।

"জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞান" স্নাতক শ্রেণীর সাম্মানিক মানের উপযোগী করে লেখা হয়েছে। অপটিক্যাল তন্ত্রের অপেরণ ইত্যাদির পর্যালোচনা তরঙ্গফ্রন্টের সাহায্যে করবার যে দৃঢ় প্রবণতা অপটিক্যাল তন্ত্রের পরিকল্পনা-কারকদের মধ্যে বর্তমানে দেখা যাচ্ছে তা যথেষ্ট বাস্তবোচিত। টুইম্যান ও গ্রীণের ব্যতিচার বীক্ষণযন্ত্রের সাহায্যে কোন অপটিক্যাল তন্ত্রের ব্যতিচার বিন্যাসের বিশ্লেষণ করে তরঙ্গফ্রন্ট অপেরণ নির্ণয় করা এবং এভাবে অপটিক্যাল তন্ত্রের ঔৎকর্ষ বিচার করা আজ প্রায় নিয়মমাফিক কাজ হয়ে দাঁড়িয়েছে। এই বইতে আলোক রশ্মির সঙ্গে সঙ্গে তরঙ্গফ্রন্টের ধারনারও সাহায্য নেওয়া হয়েছে। স্থানাঙ্ক জ্যামিতিতে প্রচলিত সংকেতের প্রথা অনুসরণ করাই আমি যুক্তিযুক্ত বলে মনে করেছি, কেননা, পদার্থবিজ্ঞানের অন্যান্য বিষয়গুলিতেও ঐ একই প্রথা অনুসরণ করা হয়ে থাকে। লেসার (LASER) আবিষ্কারের পর ত্রিমাত্রিক প্রতিবিম্ব গঠন ও হলোগ্রাফি (holography) সম্বন্ধে সর্বত্রই প্রচুর ঔৎসুক্যের সৃষ্টি হয়েছে। ইচ্ছা থাকা সত্ত্বেও এ সম্বন্ধে কোন আলোচনা করা সম্ভব হল না।

"জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞান" লিখতে আমাকে অনেক গ্রন্থ ও রচনার সাহায্য নিতে হয়েছে। আমি তাদের কাছে কৃতজ্ঞ। এই বই লেখার ব্যাপারে আমি নিকট আত্মীয়, বন্ধু, সহকর্মী ও ছাত্রদের কাছ থেকে যথেষ্ট উৎসাহ ও সাহায্য পেয়েছি। আমি তাদের সকলের কাছে কৃতজ্ঞ। এই বইতে যে সব ভুলভ্রান্তি হয়েছে তার সমস্ত দায়িত্বই আমার।

মাতৃভাষায় বিজ্ঞানের বই লিখতে গিয়ে যে তৃপ্তি ও গর্ব অনুভব করেছি তা অন্যদের মধ্যে সঞ্চারিত হলে আমার শ্রম সার্থক হয়েছে মনে করব।

অরবিন্দ নাগ।

# সূচীপত্র

## জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞান

## পরিচ্ছেদ 1

# মূল ধারণাসমূহ (Fundamental ideas)

### 1.1 আলোর প্রকৃতি :

সমুদ্রের উত্তাল তরঙ্গশীর্ষে ফেনিল জলোচ্ছ্বাস, রজতশুভ্র পর্বতচূড়ায় বর্ণাঢ্য সূর্যোদয়, তিমিরাবৃত গগনে প্রোজ্জ্বল নক্ষত্রের মালা, প্রকৃতির যে অপরূপ বৈচিত্র্য আমাদের চারিদিকে ঘিরে রেখেছে তার অন্যতম উপাদান হ'ল আলো। এই বিশ্বব্রহ্মাণ্ডের পরিব্যাপ্তি, তার গঠনপ্রকৃতি, তার নিত্য পরিবর্তনশীল রূপ সম্বন্ধে আমাদের যতটুকু ধারণা গড়ে উঠেছে, তার অনেকটাই আলোর মাধ্যমে। আলোর প্রকৃতি সম্বন্ধে তাই দার্শনিক বিজ্ঞানীদের কৌতূহলের অন্ত নেই। এই প্রশ্নের জবাব তাঁরা খুঁজেছেন যুগ যুগ ধরে।

**আলো শক্তিরই এক বিশেষ রূপ।** অসংখ্য ঘটনায় এই সিদ্ধান্তের সমর্থন পাওয়া যাবে। সূর্যের আলো পড়লে গাছ বাঁচে, বাড়ে, ফল দেয়, সমুদ্রের জল বাষ্প হয়ে আকাশে উঠে মেঘ হয়, বৃষ্টি হয়ে পড়ে। ছয় ঋতুর বৈচিত্র্যে, ঝড়, ঝঞ্ঝা—এ সমস্তই সংঘটিত হচ্ছে সূর্যের আলোর মাধ্যমে পাওয়া শক্তি থেকে।

মাধ্যমের মধ্য দিয়ে বা কোন মাধ্যম ছাড়াই এক স্থান থেকে অন্য স্থানে, পদার্থ থেকে পদার্থে কি ক'রে এই শক্তির সঞ্চলন ঘটে? শক্তির স্থানান্তর ঘটতে পারে তিনভাবে। পরিবহণ, পরিচলন ও বিকিরণের মাধ্যমে। পরিবহণ ও পরিচলন পদার্থমাধ্যম ছাড়া ঘটতে পারে না। বিকিরণ কোন মাধ্যম ব্যতিরেকে শূন্য দিয়েই হতে পারে।

নিউটনের † মতে এই বিকিরণ ঘটে শক্তিকণিকার মাধ্যমে। যেমন, পাথরের টুকরা ছুড়লে সেটা সোজাসুজি ছুটে চলে, অনুরূপভাবে শক্তিকণিকাগুলিও এক জায়গা থেকে অন্য জায়গায় ছুটে যায়। শূন্যে কিম্বা সমসত্ত্ব মাধ্যমে তাই আলোর পথ সরল। যখন বিকিরিত শক্তি পদার্থমাধ্যমের মধ্য

† স্যার আইজ্যাক নিউটন (1642—1727) ইংলণ্ডের উল্‌স্‌থোর্প্ (Wolsthrope) গ্রামে জন্মগ্রহণ করেন। বলবিদ্যা, গণিত ও আলোকবিজ্ঞানে যুগান্তকারী কাজের জন্য পরিচিত। এই সব আবিষ্কারের মধ্যে রয়েছে মহাকর্ষের সূত্রাবলী, গতির সূত্রাবলী ইত্যাদি। রচিত গ্রন্থের মধ্যে 'অপ্‌টিক্‌স্', 'প্রিন্সিপিয়া ম্যাথেমাটিকা' বিখ্যাত।

দিয়ে ছুটে চলে তখন এই সব ছুটন্ত শক্তিকণিকার সঙ্গে মাধ্যমের অন্তরকর্ষণ (interaction) হয়। এই অন্তরকর্ষণের ফলে দুটি স্বতন্ত্র মাধ্যমের বিভেদতলে শক্তিকণিকার গতিপথের পরিবর্তন হতে পারে (Fig. 1.1)। যখন এই কণিকারা চোখে প্রবেশ করে, তখন দর্শনানুভূতি ঘটে। নিউটনের এই তত্ত্বের

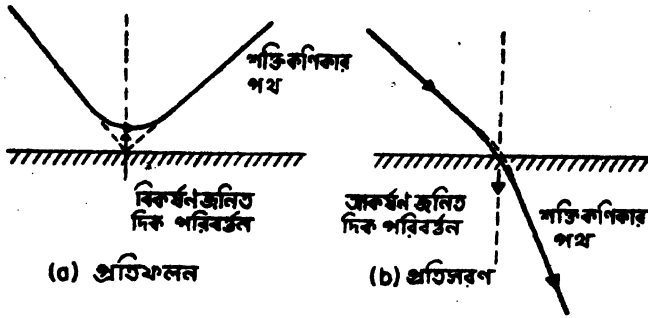



**Fig. 1.1** প্রতিফলন ও প্রতিসরণের নিউটনীয় ব্যাখ্যা।

সাহায্যে অনেক ঘটনারই যুক্তিসঙ্গত ব্যাখ্যা দেওয়া যায় না। ঊনবিংশ শতকের পদার্থবিদেরা ফ্রেনেলের † আলোর তরঙ্গতত্ত্বের উপর নির্ভর ক'রে বিকিরিত শক্তির সঞ্চলনের একটা মোটামুটি সঙ্গতিপূর্ণ ব্যাখ্যা দিতে সমর্থ হলেন।

ফ্রেনেলের তরঙ্গতত্ত্বে বলা হয়েছে, **আলোর প্রকৃতি তরঙ্গের মতো।** তরঙ্গতত্ত্বের সাহায্যে অপবর্তন (diffraction), সমবর্তন (polarisation), ব্যতিচার (interference) বিষয়ক বিভিন্ন প্রশ্নের যুক্তিসঙ্গত উত্তর দেওয়া সম্ভব হ'ল। নিউটনীয় তত্ত্বে এদের অনেকেরই ব্যাখ্যা অনুপস্থিত। যেমন, পদার্থ-মাধ্যমে আলোর গতিবেগ যে শূন্যস্থানে আলোর গতিবেগ অপেক্ষা কম এই তথ্যটি তরঙ্গতত্ত্বের সঙ্গে সঙ্গতিপূর্ণ, কিন্তু নিউটনীয় তত্ত্বের সঙ্গে নয় (Fig. 1.2)।

তরঙ্গতত্ত্বেও অনেক অসুবিধা রয়েছে। অসাধারণ গতিবিশিষ্ট আলোক-তরঙ্গের সঞ্চলনের জন্য প্রয়োজন একটি অসাধারণ গুণবিশিষ্ট মাধ্যমের। কল্পনা করা হয়েছে ইথারের। ইথার পদার্থমাধ্যম, কিন্তু অপ্রত্যক্ষ। ইথার

† অগাস্টাস ফ্রেনেল (1788—1827) ফরাসী পদার্থবিদ্। ব্রয়লিতে জন্ম। অপবর্তন সংক্রান্ত তাঁর ব্যাপক পরীক্ষা-নিরীক্ষার ফলেই ইয়ং-এর তরঙ্গতত্ত্ব প্রতিষ্ঠিত হয়েছিল। দ্বিমুখী প্রতিসরণ (double refraction) সম্বন্ধেও তিনি অনেক কাজ করেছেন।

পুরোপুরি স্থিতিস্থাপক (elastic) কিন্তু সান্দ্রতাশূন্য। আমাদের প্রত্যক্ষ কোন পদার্থমাধ্যমেই এসব অসাধারণ গুণের সহাবস্থান দেখা যায় না। তাসত্ত্বেও তরঙ্গতত্ত্বের ব্যাপক সাফল্যের পরিপ্রেক্ষিতে ইথারের বিভিন্ন গুণের মধ্যে প্রচণ্ড অসঙ্গতি উপেক্ষা করা হ'ল।

সমবর্তন-বিষয়ক বিভিন্ন পরীক্ষায় এটা দ্বিধাহীনভাবে প্রমাণিত হয়েছে যে, **আলো তির্যক তরঙ্গ**। স্থিতিস্থাপক কম্পনের সাহায্যে বিস্তৃতমাধ্যমে এরকম তির্যক তরঙ্গ সৃষ্টি স্বাভাবিকভাবে সম্ভব নয়। তাই ইথারে তির্যক তরঙ্গ সম্ভব করতে তৎকালীন পদার্থবিদ্‌দের অনেক কষ্ট-কল্পনার সাহায্য নিতে হয়েছে।

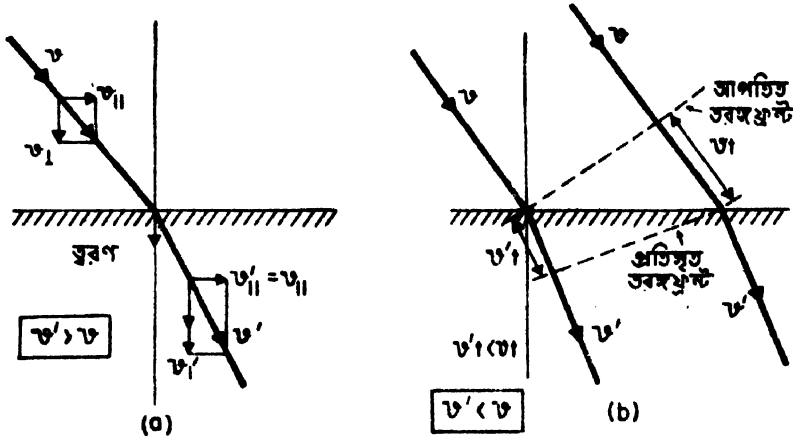



Fig. 1.2 $v$ = শূন্যে আলোর গতিবেগ, $v'$ = পদার্থমাধ্যমে আলোর গতিবেগ। পদার্থমাধ্যমে আলোর গতিবেগ—
($a$) নিউটনীয় কণিকাতত্ত্ব অনুযায়ী, ($b$) তরঙ্গতত্ত্ব অনুযায়ী।

আলোকতত্ত্ব ও তড়িৎতত্ত্বের সমন্বয়-সাধনে ক্লার্ক ম্যাক্সওয়েলের † দান অসামান্য। ঊনবিংশ শতকের দ্বিতীয়ার্ধে ( 1864 খ্রীঃ ) ম্যাক্সওয়েল দেখালেন যে, আলো ও তড়িতের মধ্যে সম্বন্ধ খুবই নিকট; বস্তুতঃ **আলো তির্যক তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ-বিশেষ**। 1864 খ্রীঃ রয়েল সোসাইটিতে "তড়িৎ-চুম্বকীয় বলক্ষেত্রের গতিতত্ত্ব" এই শিরোনামযুক্ত এক প্রবন্ধে ম্যাক্সওয়েল তাঁর গবেষণার ফলাফল চারটি সূত্রের সাহায্যে প্রকাশ করেন। "ম্যাক্সওয়েলের

† ক্লার্ক ম্যাক্সওয়েল (1831—1879) স্কচ্ পদার্থবিদ্। জন্ম এডিনবরায়। তড়িৎ ও চৌম্বক ক্ষেত্র সম্বন্ধে তাঁর গভীর অন্তর্দৃষ্টির জন্য বিখ্যাত। পদার্থবিদ্যার প্রায় সব ধারাতেই তাঁর প্রতিভার অজস্র স্বাক্ষর রয়েছে।

সমীকরণ" বলে বিখ্যাত এই সমীকরণগুলি ওর্স্টেড, ফ্যারাডে ‡, অ্যাম্পিয়ার প্রভৃতি বিজ্ঞানীর পরীক্ষালব্ধ তথ্যের উপর ভিত্তি ক'রে রচিত।

**আলো বেতার তরঙ্গের মতোই তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গবিশেষ।** তবে আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য অনেক কম। তড়িৎচুম্বকীয় বিকিরণের সম্পূর্ণ বর্ণালীর (spectrum) অনেকখানিই আজ আমাদের জানা। এই বর্ণালী কয়েক হাজার মিটার তরঙ্গদৈর্ঘ্য থেকে $10^{-12}$ সেণ্টিমিটার তরঙ্গদৈর্ঘ্য পর্যন্ত বিস্তৃত (Table 1.1)। অবলোহিত থেকে অতি বেগ্‌নীর মাঝখানে কিছুটা অংশমাত্র দৃশ্যমান (visible)। এই অংশকে সাধারণতঃ আমরা আলো বলি। ম্যাক্সওয়েলের তত্ত্বে আলো প্রকৃতির একটি বিশেষ উপাদান না হয়ে তড়িৎ-চুম্বকীয় বিকীরণের একটি অংশবিশেষে পরিণত হয়েছে।

তরঙ্গদৈর্ঘ্য মাপতে নানা রকমের একক ব্যবহার করা হয়ে থাকে।

$$1\ A^\circ = 1\ \text{Angstrom} = 10^{-8}\ \text{cm} = 10^{-10}\ \text{metre}$$
$$1\ \mu = 1\ \text{micron} = 10^{-4}\ \text{cm} = 10^{-6}\ \text{metre}$$
$$1\ m\mu = 1\ \text{millimicron} = 10^{-7}\ \text{cm} = 10^{-9}\ \text{metre}$$
$$1\ XU = 1\ \text{X-unit} = 10^{-11}\ \text{cm} = 10^{-13}\ \text{metre}$$

**Table 1.1**

| তরঙ্গ | তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda$ | অন্বেক্ষক (Detector) |
|---|---|---|
| বেতার | 1 m—$10^4$ m | বেতারগ্রাহক যন্ত্র |
| অনুতরঙ্গ (micro-wave) | 1 mm—1 m | ডায়োড, বোলোমিটার |
| দূর অবলোহিত | 0.01 mm—1 mm | থার্মোকাপল, বোলোমিটার |
| অবলোহিত | 7500 $A^\circ$—0.01 mm | থার্মোকাপল, বোলোমিটার, ফটোঃ ইমালসন |
| দৃশ্যমান আলো | 4000 $A^\circ$—7500 $A^\circ$ | চোখ, ফটোসেল, ফটোগ্রাফিক ইমালসন |
| অতি বেগ্‌নী | 2000 $A^\circ$—4000 $A^\circ$ | ফটোগ্রাফিক ইমালসন |
| ভ্যাকুয়ম অতি বেগ্‌নী | 50 A°—2000 $A^\circ$ | ফটোগ্রাফিক ইমালসন |
| এক্স্‌ রশ্মি | 5 $XU$—50 $A^\circ$ | ফটোগ্রাফিক ইমালসন, আয়ন কক্ষ |
| গামা রশ্মি | $10^{-2}$ $XU$—100 $XU$ | সিণ্টিলেটর |

‡ মাইকেল ফ্যারাডে (1791—1867) ইংরেজ পদার্থ এবং রসায়নবিদ্‌। জন্ম নিউইংটনে। স্কুল-কলেজের কোন শিক্ষা ছিল না। হামফ্রে ডেভির সহকারী হিসাবে সাধারণভাবে জীবন শুরু করেন। কিন্তু তড়িৎ-চুম্বকীয় আবেশ (induction), তড়িৎ-বিশ্লেষণ, ফ্যারাডে এফেক্ট ইত্যাদি অসংখ্য যুগান্তকারী আবিষ্কারের জন্য চিরস্মরণীয় হয়ে থাকবেন।

অপটিক্যাল যন্ত্রের নির্মাণকার্যে যারা ব্যাপৃত, তারা সাধারণতঃ তরঙ্গদৈর্ঘ্য মিলিমাইক্রন এককে প্রকাশ ক'রে থাকেন। উদাহরণস্বরূপ সোডিয়াম শিখার হলদে আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য হল $589m\mu$ ($=0{\cdot}0000589$ cm)। বর্তমানে অবশ্য মিলিমাইক্রনের পরিবর্তে ন্যানোমিটার (**nanometer = $10^{-9}$ metre**) নামটিই ব্যবহার করা হয়ে থাকে।

ম্যাক্সওয়েলের তত্ত্বানুসারে তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গের গতিবেগ শূন্যে বা বায়ুতে সব তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বেলাতেই এক। বহু পরীক্ষাতে এটা প্রমাণিত হয়েছে। এই গতিবেগ $C$ মোটামুটি $3\times10^{10}$ cm $\text{sec}^{-1}$। স্পন্দন-সংখ্যা ($\nu$) আর তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ($\lambda$) মধ্যে সম্পর্ক হ'ল ( সব তরঙ্গের বেলাতেই প্রযোজ্য )

$$\lambda\nu=C$$

$$\text{অথবা}\quad \nu=C/\lambda \tag{1.1}$$

দৃশ্যমান আলোর স্পন্দনসংখ্যা $7{\cdot}5\times10^{14}$ $\text{sec}^{-1}$ থেকে $4\times10^{14}$ $\text{sec}^{-1}$ পর্যন্ত বিস্তৃত। হার্জ † (Hertz)-এর নামানুসারে স্পন্দনসংখ্যার একককে বর্তমানে Hz ( বা হার্জিয়ান ) বলা হয়ে থাকে।

উনবিংশ শতকের বহু যুগান্তকারী আবিষ্কারের সঙ্গে সঙ্গে তরঙ্গতত্ত্ব ও কণিকাতত্ত্বের মধ্যে বিরোধ আবার নূতন ক'রে দেখা দিল। ফটো-ইলেকট্রনের ক্ষেত্রে বা কম্পটনের পরীক্ষায় আলোর কণিকার (quantum) রূপটি প্রকট হয়ে উঠল। আলো আলোক-কণিকা বা ফোটনের (photon) সমষ্টি বলে ধরে এদের চমৎকার ব্যাখ্যা দেওয়া গেল। স্পন্দন সংখ্যা $\nu$-এর ক্ষেত্রে ফোটনের শক্তির পরিমাপ হ'ল

$$E=h\nu \tag{1.2}$$

এবং ভরবেগের পরিমাপ হ'ল

$$p=h\frac{\nu}{C} \tag{1.3}$$

$h$ হ'ল প্লাঙ্কের (Planck) ধ্রুবক। এই ধ্রুবকের মান হচ্ছে $6.625\times10^{-27}$ erg-sec। ফোটনের মধ্যে অবশ্য তরঙ্গের ধারণার কিছু অবশিষ্ট রয়ে গেল, সেটা ফোটনের শক্তির সূত্রে $\nu$ এর ব্যবহারে। যেখানে যেখানে আলো ও পদার্থের অন্তরকর্ষণ হয়, যেমন—শোষণ (absorption) ও বিকিরণের (emission) বেলায়, সেখানেই এই কোয়ান্টাম প্রকৃতি মুখ্য হয়ে

† হাইনরিখ্ রুডলফ্ হার্জ (1857-1894) জার্মান পদার্থবিদ্। জন্ম হামবুর্কে। 1888 খ্রীষ্টাব্দে তিনি তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গের অস্তিত্ব পরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণ করেন।

দাঁড়ায়। শোষণ ও বিকিরণের ক্ষেত্রে পদার্থের শক্তি কমে-বাড়ে কোয়াণ্টাম *hν*-এর অখণ্ড গুণিতকে।

সমবর্তন, অপবর্তন প্রভৃতি তরঙ্গের ধর্ম যে কেবল আলোর ক্ষেত্রেই দেখা যায়, তা নয়। ডেভিস্‌সন ও জার্‌মার এর পরীক্ষার মতো অনেক পরীক্ষায় এটা স্পষ্ট হয়েছে যে, অতি ক্ষুদ্র পদার্থকণিকার বেলাতেও, যেমন ইলেকট্রনের ক্ষেত্রে, বিশেষ অবস্থায় এইসব তরঙ্গোচিত ধর্ম প্রকাশ পায়। অর্থাৎ আলোর যেমন তরঙ্গ এবং কণিকা এই দ্বৈতরূপ আছে তেমনি পদার্থকণিকারও কণিকা ও তরঙ্গ এই দ্বৈতরূপ রয়েছে।

আজকের পদার্থবিদ্‌কে 'আলো কি ?' এই প্রশ্ন করা হলে তাঁর উত্তর হবে অনেকটা নিউটনেরই মতো : **'আলো এক ধরনের পদার্থ।'** সাধারণ পদার্থ আর আলোর মধ্যে একটা খুব সামান্য পার্থক্য আছে, সেটা হ'ল তাদের কণিকারা ভিন্ন রকমের। কিন্তু এই দু'ধরনের কণিকাই—মূলতঃ সবরকম কণিকাই —অবস্থাবিশেষে তরঙ্গের মতো আচরণ করে।

জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞানে আলোর কোয়াণ্টাম প্রকৃতির উল্লেখের বেশী প্রয়োজন পড়ে না। আলোককে তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ ধরলেই যথেষ্ট হয়। আলোর প্রতিফলন, প্রতিসরণ, বিচ্ছুরণ ইত্যাদি সংক্রান্ত নানা সমস্যার সমাধান তড়িৎচুম্বকীয় তত্ত্ব বিশুদ্ধভাবে প্রয়োগ ক'রে করা সম্ভব। কার্যতঃ বিষম আকারের বস্তুর ক্ষেত্রে ব্যাপারটা অত্যন্ত জটিল হয়ে দাঁড়ায়, কেননা তড়িৎ-চুম্বকীয় বলক্ষেত্রে, বলক্ষেত্রকে সম্পূর্ণরূপে স্থির করতে তড়িৎ ও চৌম্বক এই দুটি ভেক্টর (vector) রাশির প্রয়োজন হয়। বিশুদ্ধ তত্ত্বে তাই কিছু কিছু সরলীকরণ করা হয়। প্রথমতঃ আলোককে একটি স্কেলার (scalar) তরঙ্গ হিসাবে ধরা হয়। এই সরলীকরণের ফলে অপবর্তন ও ব্যতিচার বিষয়ক বহু সমস্যার সহজ সমাধান সম্ভব।

আলোকতরঙ্গের সারিকে তরঙ্গফ্রণ্টের সাহায্যে বর্ণনা না ক'রে আলোক-রশ্মির সাহায্যে বর্ণনা করলে বিষয়টি আরোও অনেক সরল হয়ে দাঁড়ায়। আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য খুব কম বলে বহু ক্ষেত্রেই এই সরলীকরণের ফলে বিশেষ দোষ হয় না। জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞান হ'ল আলোকরশ্মির প্রকৃতি ও ব্যবহারের পর্যালোচনা। আলোকরশ্মি আলোকের ধারণার একটি সরল বিমূর্তকরণ (abstraction)। সেজন্য জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞান, আলোকের একটি পূর্ণ ও বিশদ তত্ত্বের সরলীকৃত রূপ মাত্র। এই সরলীকৃত তত্ত্বের সাহায্যেই আলোর গতিপ্রকৃতি সম্বন্ধে বহু নিখুঁত গণনা সম্ভব। বস্তুতঃ অপটিক্যাল তত্ত্বের উদ্ভাবনে ও কল্পনায় জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞানই হ'ল মুখ্য নির্দেশক।

## 1.2 রশ্মির ধারণা—রশ্মি আসন্নয়ন (Ray approximation) :

তরঙ্গের ধারণার সঙ্গে আলোকরশ্মির ধারণা কতটা সঙ্গতিপূর্ণ? সাধারণ অভিজ্ঞতা বলে যে সমসত্ত্ব মাধ্যমে আলো মোটামুটি সরলরেখায় চলে। ছায়ার উৎপত্তি, সূর্য ও চন্দ্রগ্রহণ ইত্যাদির কারণ যে আলোর ঋজুরেখ গতি তা আমরা জানি (Fig. 1.3)। সাধারণভাবে এই রেখাকে রশ্মি বলা হয়। কিন্তু তরঙ্গের ধর্ম হ'ল যে কোন বাধার পশ্চাদ্দেশেও বিস্তার লাভ করা। একেই অপবর্তন বলে। পাশের ঘরে কোন শব্দ হলে, শব্দতরঙ্গ দেওয়াল ঘুরে কানে এসে পৌঁছয়। আলোর অপবর্তন অত সহজে ধরা পড়ে না। বিশেষ পরীক্ষার প্রয়োজন হয়। এর কারণ হ'ল, তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আকার। শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য অনেক বড় (~ metre), আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য তুলনায় অকিঞ্চিৎকর, খুবই

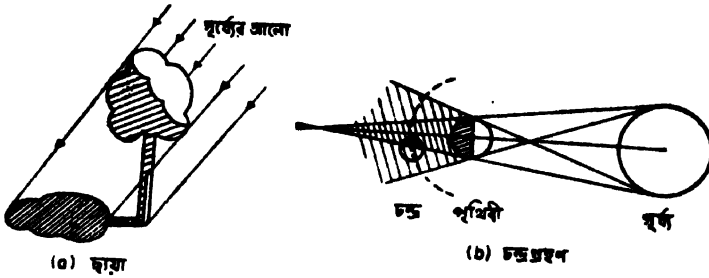



Fig. 1.3

ছোট (~ $10^{-5}$ cm)। বাধার আকৃতি যত ছোট হবে, অপবর্তনের পরিমাণও তত বাড়বে। বাধা তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সঙ্গে তুলনীয় হলে অপবর্তনকে আর অগ্রাহ্য করা যাবে না এবং আলোর তরঙ্গোচিত প্রকৃতি তখন প্রকট হয়ে উঠবে। একটা পরীক্ষার সাহায্যে কথাটাকে আরো একটু পরিষ্কার করা যাক।

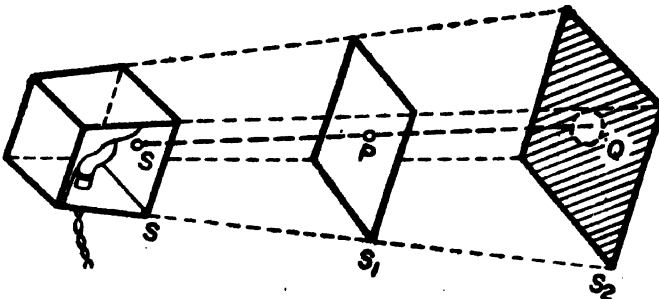



**Fig. 1.4** একটি আলোকরশ্মিকে আলাদা করবার চেষ্টা। $S_1$-এ সূচীছিদ্র P-কে ক্রমশঃ ছোট করা হলে $S_2$-এর আলোকিত অংশ Q ক্রমশঃ বৃদ্ধি পায়।

$S$ আলোর এক বিন্দু-উৎস। $S$ থেকে নির্গত একটি আলোকরশ্মিকে আলাদা করবার জন্য একটি ছোট ছিদ্র-বিশিষ্ট $S_1$ পর্দা ব্যবহার করা হল। আলোকরশ্মিকে ধরবার জন্য $S_1$ পর্দার পশ্চাতে দ্বিতীয় পর্দা $S_2$ রাখা হ'ল। $S$ থেকে $S_1$ এর দূরত্ব 1m। $S_1$ থেকে $S_2$-র দূরত্বও 1 m রাখা হ'ল। $S_1$ পর্দার ছিদ্রটি যখন যথেষ্ট বড়, তখন $S_2$-র উপরে আলোকিত অংশটির আকার সাধারণভাবে আলো ঋজুরেখ পথে চলে ধরলে যতটুকু হওয়া উচিত প্রায় ততটুকুই। অর্থাৎ যখন $S_1$-এর ছিদ্রের ব্যাস 2 cm তখন $S_2$-এর আলোকিত অংশের ব্যাস 4 cm। যখন $S_1$-এ 1 cm $S_2$-তে 2 cm ইত্যাদি। আলোকিত অংশের কিনারাগুলিও যথেষ্ট স্পষ্ট। এখন $S_1$-এর ছিদ্রের ব্যাস যতই ছোট করা হ'ল ততই আলোকিত থলির ব্যাস বড় হতে থাকল এবং তার কিনারাগুলি আবছা হয়ে গেল (Table 1.2)। এভাবে $S$ -এর ছিদ্রটিকে খুব ছোট ক'রে ( আলোর তরঙ্গপ্রকৃতির জন্য ) একটি একক রশ্মিকে কখনই আলাদা করা যাবে না। যদি তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda$ হয়, $S_1$-এর ছিদ্র থেকে $S_2$ পর্যন্ত দূরত্ব $D$ হয় এবং ছিদ্রের ব্যাস $d$ হয়, তবে যতক্ষণ

$$\lambda D < d^2 \tag{1.4}$$

ততক্ষণ অপবর্তনের মাত্রা হবে নগণ্য এবং আলোক একটি রশ্মি বরাবর যাচ্ছে বলা চলবে। রশ্মি আসন্নয়ন কতদূর পর্যন্ত প্রয়োগ করা যুক্তিযুক্ত (1.4) সর্তটি তা বলে দিচ্ছে।

**Table 1.2**

| $S_1$-এ ছিদ্রের ব্যাস (cm) | $S_2$-তে আলোকিত অংশের ব্যাস (cm) |
|---|---|
| 2 | 4 |
| 1 | 2 |
| 0.1 | 0.3 |
| 0.01 | 1.0 |
| 0.001 | 10.0 |

জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞানের আলোচনায় আমরা কেবলমাত্র আলোকরশ্মির সাহায্যেই সবকিছু ক'রবো এমন নয়। আজকের আলোকবিজ্ঞানে তরঙ্গফ্রন্টের ব্যবহার ক্রমশঃ বেড়ে যাচ্ছে। আলোকরশ্মি বা তরঙ্গফ্রন্ট যেটির সাহায্যে আমাদের বক্তব্য সহজ ও স্পষ্ট হবে আমরা তারই সাহায্য নেব।

## 1.3 জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞানের সূত্রাবলী :

### 1.3.1 আলোর ঋজুরেখ গতি—

সমসত্ত্ব মাধ্যমে আলোকরশ্মি সরলরেখায় গমন করে। এটা নানা পরীক্ষা-নিরীক্ষায় প্রমাণিত। ছায়ার উৎপত্তি, গ্রহণ ইত্যাদি যে এই ঋজুরেখ গতির প্রমাণ, তা আগেই বলা হইয়াছে (§ 1.2)। কতদূর পর্যন্ত ঋজুরেখ গতির ধারণা প্রযোজ্য তাও (1.4)-এ বলা হয়েছে।

পিনহোল ক্যামেরায় আলোকরশ্মির ঋজুরেখ গতি সুস্পষ্ট। সূচীছিদ্র ক্যামেরায় একটি আলোক নিরুদ্ধ বাক্সের একদিকের দেওয়ালে একটি সূক্ষ্ম ছিদ্র

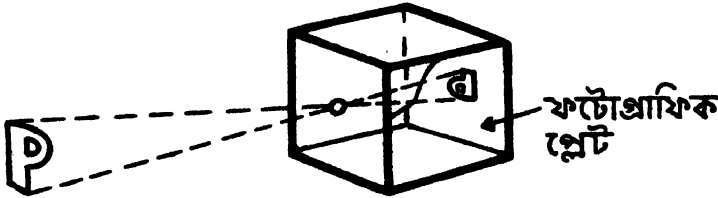



Fig. 1 5 সূচীছিদ্র ক্যামেরায় বিম্ব গঠন।

থাকে। ছিদ্রের বিপরীত দেওয়ালে ফটোগ্রাফিক প্লেট রাখা হয় (Fig. 1.5)। ক্যামেরার সামনে অবস্থিত কোন বস্তুর কোন **বিন্দু থেকে** একটি খুব সরু **আলোকগুচ্ছ** সূচীছিদ্র দিয়ে প্রক্ষিপ্ত হয়ে প্লেটে পড়ে। এভাবে বস্তুর একটি বিপরীত (inverted) বিম্ব তৈরি হয়। বিম্বটি স্পষ্ট হতে হলে সূচীছিদ্রটি সূক্ষ্ম হতে হবে। তবে বেশী সূক্ষ্ম ক'রে লাভ নেই, কেননা তখন অপবর্তনের ফলে বিম্বটি অস্পষ্ট হয়ে পড়বে। এই প্রসঙ্গে দুটি কথা বলে রাখা ভালো। প্রথমতঃ একটি আলোকরশ্মির কথা না বলে বহুক্ষেত্রে আলোক রশ্মিগুচ্ছের কথা বলা সুবিধাজনক। কোন বিন্দু-উৎস থেকে নির্গত একটি সরু শঙ্কুর মধ্যবর্তী সমস্ত আলোকরশ্মির সমষ্টিকে **রশ্মিগুচ্ছ** বলা হয়। দ্বিতীয়তঃ বিন্দু-উৎসের ধারণাটাও বিমূর্ত। কার্যতঃ যে সব বিন্দু-উৎস ব্যবহার করা হয়ে থাকে তারা খুব ছোট সূচীছিদ্র। এদের ব্যাস 0.1 cm থেকে 0.001 cm পর্যন্ত হয়। এই সব ছিদ্রকে পিছন থেকে উজ্জ্বল আলো ফেলে আলোকিত করা হয়।

### 1.3.2. আলোকপথের পারস্পরিক নিরপেক্ষতা ও উভগম্যতা—

যদি কোন বিন্দু $P$ হতে একটি আলোকরশ্মি এক বা একাধিক মাধ্যমের মধ্য দিয়ে অন্য কোন বিন্দু $Q$ তে যায়, তবে $Q$ বিন্দুতে আলোকরশ্মিকে নিজপথে ফেরৎ পাঠালে ঐ রশ্মি পূর্বতন পথ অনুসরণ ক'রে আবার $P$ বিন্দুতে পৌঁছাবে। অর্থাৎ কোন অপটিক্যাল তন্ত্রের মধ্য দিয়ে কোন-একদিকে আলোক রশ্মির সম্ভাব্য পথ বিপরীত দিকেও সম্ভাব্য পথ। আলোক রশ্মির এই **উভগম্যতা** (reversibility) সহজেই পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণ করা যায়।

দুটি আলোক রশ্মিগুচ্ছ যখন পরস্পরকে অতিক্রম করে, তখন তাদের মধ্যে ব্যতিচার সম্ভব। কিন্তু যে কোন আলোকতরঙ্গে তার পর্যায় (phase) ইতস্ততঃ এত তাড়াতাড়ি পাল্টায় যে ব্যতিচার দেখা সাধারণতঃ সম্ভব হয় না। তবে দুটি আলোকরাশির পর্যায়ের মধ্যে যদি কোন সুনির্দিষ্ট সম্বন্ধ থাকে, তবে সেই সুসংগত (coherent) গুচ্ছদ্বয়ে ব্যতিচার দেখা যাবে। এই বিশেষ অবস্থা ব্যতীত ব্যতিচার দেখা যাবে না। এজন্য জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞানের বেলায় যে কোন দুটি আলোকরশ্মির পথকে **পরস্পর নিরপেক্ষ** (mutually independent) বলে ধরা হয়ে থাকে।

### 1.3.3 প্রতিফলন ও প্রতিসরণের সূত্রাবলী—

দুটি মাধ্যমের বিভেদতলে যখন আলো এসে পড়ে, তখন বিভেদতলে আলো **আপতিত** হ'ল বলা হয়। আপতিত আলোকের কিছু অংশ বিভেদতল থেকে আবার প্রথম মাধ্যমে ফিরে আসে। এই ঘটনাকে আলোর **প্রতিফলন** বলে। কিছুটা আলো দ্বিতীয় মাধ্যমে চলে যায়। এই ঘটনাকে আলোর **প্রতিসরণ** বলে। বিভেদতল যদি মসৃণ হয় তবে প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত রশ্মির দিক আপতিত রশ্মির দিকের উপর নির্ভরশীল।

**1 3.3.(a)** Fig. 1.6-এ $S$ একটি কাঁচের তল। আলোকরশ্মি $AO$ বিভেদতল $S$ এর উপর অবস্থিত **আপতন বিন্দু** $O$-তে পড়েছে। $ON$ $O$ বিন্দুতে $S$ এর উপর অভিলম্ব। $AO$ ও $ON$ কে নিয়ে সমতলকে **আপতন তল** বলে। $OA'$ হ'ল প্রতিফলিত রশ্মি। আপতন রশ্মি ও অভিলম্বের মধ্যে কোণ $\theta$-কে **আপতন কোণ** এবং প্রতিফলিত রশ্মি ও

অভিলম্বের মধ্যে কোণ $\theta''$-কে **প্রতিফলন কোণ** বলে। প্রতিফলন যে নিয়মগুলি মেনে চলে তাদের সূত্রাকারে লেখা যায়।

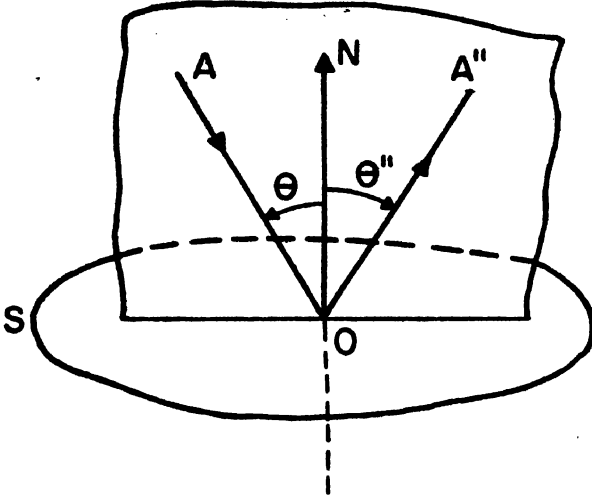



Fig. 1.6 আলোকরশ্মির প্রতিফলন।

প্রতিফলনের সূত্রগুলি হ'ল ঃ—

**প্রথম সূত্র ঃ** প্রতিফলিত রশ্মি সব সময় আপতন তলে থাকে।

**দ্বিতীয় সূত্র ঃ** আপতন কোণ ও প্রতিফলন কোণ সমান হয়।

সব তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বেলাতেই এই সূত্রগুলি সমানভাবে প্রযোজ্য।

বিভেদতল মসৃণ হলেই উপরের সূত্রগুলি খাটবে। মসৃণ তল বলতে কি বোঝায় তা সুনির্দিষ্ট ভাবে বলা সহজ নয়, তবে মোটামুটিভাবে এবড়ো-খেবড়ো অনিয়মিত অংশগুলিকে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের থেকে অনেক ছোট হতে হবে। এরকম মসৃণ তল থেকে প্রতিফলনকে **নিয়মিত প্রতিফলন** বলে। প্রতিফলকের তল অমসৃণ বা রুক্ষ হলে প্রতিফলিত রশ্মিগুলি চারদিকে ছড়িয়ে পড়বে। একে **বিক্ষিপ্ত প্রতিফলন** বলে। অনিয়মিত অংশগুলি যদি তরঙ্গদৈর্ঘ্য থেকে অনেক বড় হয়, তবে অমসৃণ তলকে অনেক ছোট ছোট মসৃণ তলের সমষ্টি বলে ধরা যেতে পারে। প্রতিটি ছোট মসৃণ তলের অভিলম্ব বিভিন্ন দিকে হওয়ার দরুন প্রতিফলিত রশ্মিগুলি বিভিন্ন দিকে ছড়িয়ে পড়ে এবং প্রতিফলিত রশ্মির সঙ্গে আপতিত রশ্মির কোন মিল থাকে না (Fig. 1.7)। অনিয়মিত

অংশগুলির আকার যদি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের কাছাকাছি হয়, তবে অপবর্তনের জন্যই বিক্ষিপ্ত প্রতিফলন হয়।

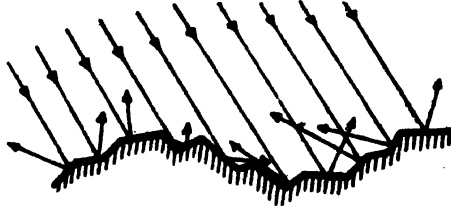



Fig. 1.7 অমসৃণ তল হতে বিক্ষিপ্ত প্রতিফলন (diffuse reflection)

**প্রশ্ন ঃ**

(1) দর্পণ তৈরি করতে কাঁচের পাতের উপর ধাতুর পাতলা প্রলেপ দেওয়া হয় কেন ?

(2) ক্যামেরার ভিতরটা কালো করা হয়। কেন ?

(3) সিনেমার পর্দা কেন সাদা রঙের করা হয় ?

(4) ঘসা কাঁচ অনচ্ছ (opaque), অথচ জলে ভিজালে স্বচ্ছ (transparent) হয়। কেন ?

**1.3.3 (b)** Fig. 1.8-এ আপতিত রশ্মি অভিলম্ব ইত্যাদি Fig. 1.6-এর মতো। এখানে $OA'$ হ'ল প্রতিসৃত রশ্মি। $S$ দুটি স্বচ্ছ মাধ্যমের মধ্যে বিভেদতল। প্রতিসৃত রশ্মি ও অভিলম্বের মধ্যে কোণ $\theta'$-কে প্রতিসরণ কোণ

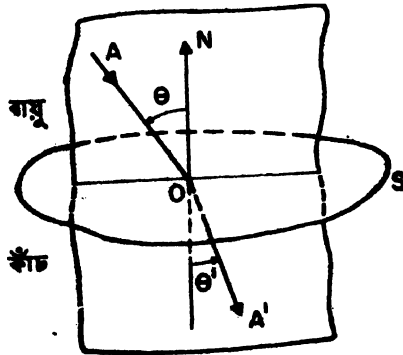



Fig. 1.8 আলোকরশ্মির প্রতিসরণ।

বলা হয়। প্রতিসরণ নিম্নলিখিত সূত্রগুলি মেনে চলে। এদের স্নেলের সূত্র (Snell's law) বলা হয়।

**প্রথম সূত্র ঃ** প্রতিসৃত রশ্মি সব সময় আপতন তলে থাকে।

**দ্বিতীয় সূত্র ঃ** আপতন কোণ যাই হোক না কেন আপতন কোণের সাইন ও প্রতিসরণ কোণের সাইনের অনুপাত সর্বদা ধ্রুবক হয়। এই ধ্রুবকের মান দুই মাধ্যমের উপর ও আলোকরশ্মির বর্ণের উপর নির্ভর করে।

দেখা গেছে যে, আলোকরশ্মি যখন লঘু মাধ্যম থেকে ঘন মাধ্যমে প্রতিসৃত হয় তখন প্রতিসরণ কোণ আপতন কোণ থেকে ছোট হয়।

দু'হাজার বছরেরও আগে থেকে প্রতিফলনের সূত্রগুলি জানা ছিল। প্রতিসরণের সূত্রগুলি পঞ্চদশ দশকের শেষভাগে আবিষ্কৃত হয়েছিল।* কাঁচের ব্লক ও পিনের সাহায্যে খুব সহজেই এই সূত্রগুলির যাথার্থ্য দেখানো যায়। এই সূত্রগুলির সাহায্যে যে সব অপটিক্যাল যন্ত্র তৈরি করা হয় তারা যদি ঠিক ঠিক কাজ দেয় তাহলেও সূত্রগুলির যাথার্থ্য প্রমাণিত হয়। এভাবে দেখা গেছে যে, এই সূত্রগুলি নির্ভুল। তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গতত্ত্ব থেকেও এই সূত্রগুলি সহজেই প্রমাণ করা যায়।

**1.3.3(c)** কোন আলোকরশ্মি $a$ মাধ্যম থেকে $b$ মাধ্যমে প্রতিসৃত হলে, স্নেলের সূত্রকে লেখা যায়,

$$\frac{\sin\theta}{\sin\theta'} = n_{ab} \tag{1.5}$$

ধ্রুবক $n_{ab}$কে $a$ মাধ্যমের সাপেক্ষে $b$ মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক বলে। এটা আপেক্ষিক প্রতিসরাঙ্ক। আলোকরশ্মির উভগম্যতার জন্য $b$ মাধ্যমে আপতন কোণ $\theta'$ হলে $a$ মাধ্যমে প্রতিসরণ কোণ হবে $\theta$, অর্থাৎ

$$\frac{\sin\theta'}{\sin\theta} = n_{bc} \tag{1.6}$$

অতএব $$n_{ab} = \frac{1}{n_{ba}} \tag{1.7}$$

* মিশরে ও ইরানে এমন স্ফটিক লেন্স পাওয়া গিয়েছে যাদের বয়স খ্রীঃ-পূর্ব সাত থেকে আট'শ বছরের মতো। এই লেন্সগুলি নিখুঁত। এদের তৈরি করতে যে গাণিতিক জ্ঞানের প্রয়োজন তা এদের নির্মাতাদের ছিল কিনা তা জানা নেই। প্রতিসরণের সূত্রগুলির আবিষ্কর্তা হিসাবে লাইডেনের **Willebrord Snel (1591—1626)** কেই ধরা হয়।

যখন আপতিত রশ্মি শূন্যে (vacuum) থাকে তখন যে প্রতিসরাঙ্ক পাওয়া যায় তাকে মাধ্যমের **পরম প্রতিসরাঙ্ক** (absolute refractive index) বলে। সাধারণভাবে প্রতিসরাঙ্ক বলতে বায়ুর সাপেক্ষে মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক বোঝায়। Table 1.3 তে কতকগুলি সাধারণ বস্তুর প্রতিসরাঙ্ক দেওয়া হ'ল। আগেই বলা হয়েছে যে, প্রতিসরাঙ্ক তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে। এই ঘটনাকে **বিচ্ছুরণ** (dispersion) বলে।

**Table 1.3**

| মাধ্যম | পরম প্রতিসরাঙ্ক | তরঙ্গ দৈর্ঘ্য |
|---|---|---|
| বরফ ($H_2O$) | 1.309 | 589 $m\mu$ |
| রকসল্ট (NaCl) | 1.544 | 589 $m\mu$ |
| কোয়ার্জ ($SiO_2$) | 1.544 | 589 $m\mu$ |
| ক্রাউন কাঁচ | 1.515 | 589 $m\mu$ |
| ফ্লিন্ট কাঁচ (ঘন) | 1.623 | 589.3 $m\mu$ |
| | 1.646 | 434.1 $m\mu$ |
| জল ($H_2O$) 20°সেঃ | 1.333 | 589 $m\mu$ |
| তারপিন তেল 20°সেঃ | 1.472 | 589 $m\mu$ |

কোন মাধ্যমের আপেক্ষিক গুরুত্ব বেশী হলেও প্রতিসরাঙ্ক কম হতে পারে। যেমন, জলের প্রতিসরাঙ্ক তারপিন (আঃ গুঃ 0.87) থেকে কম। আলোক-বিজ্ঞানে কোন মাধ্যম লঘু বা ঘন বললে তার আপেক্ষিক ঘনত্বের কথা বোঝায় না, আলোর সাপেক্ষে লঘু বা ঘন (optically rarer or denser) বোঝায়। দুটি মাধ্যমের মধ্যে যার প্রতিসরাঙ্ক বেশী তাকে ঘন ও যার প্রতিসরাঙ্ক কম তাকে তুলনায় লঘু মাধ্যম বলা হয়।

**1.3 3(d)** $T$ একটি সমান্তরাল তল-বিশিষ্ট ফলক বা সমান্তরাল ফলক (Fig. 1.9a)। ফলকটি শূন্যে অবস্থিত। ফলকের প্রতিসরাঙ্ক $n$। বাঁদিকের তলে $\theta$ আপতন কোণে আলোকরশ্মি আপতিত হয়েছে এবং মাধ্যমে $\theta'$ কোণে প্রতিসৃত হয়েছে। ডান দিকের তলে $\theta'$ মাধ্যমের ভিতর আপতন কোণ। আলোকরশ্মির উভগম্যতা অনুসারে ডান দিকের তলে প্রতিসরণ কোণ $\theta$ হবে। অর্থাৎ **ফলক থেকে নির্গত আলোকরশ্মি আপতিত রশ্মির**

সমান্তরাল। সহজ পরীক্ষাতেই এটা প্রমাণ করা যায়। এই পরীক্ষা আলোকরশ্মির উভগম্যতাও প্রমাণ করে। এখানে

$$\sin \theta = n \sin \theta' \tag{1.8}$$

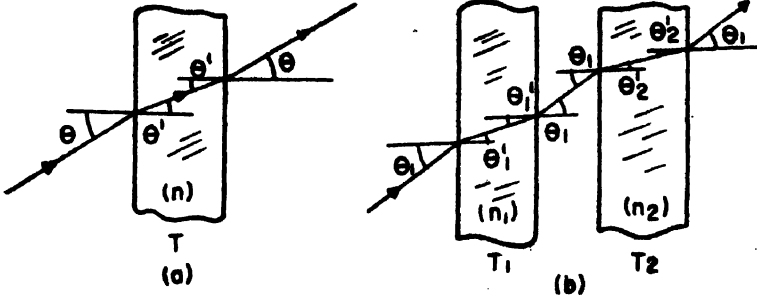



Fig. 1.9

(*a*) একটি সমান্তরাল ফলকের মধ্য দিয়ে প্রতিসরণ। নির্গম রশ্মি আপতিত রশ্মির সমান্তরাল।

(*b*) দুটি পরস্পর সমান্তরাল ফলকের মধ্য দিয়ে প্রতিসরণ। দুই ফলকের মধ্যের ফাঁক ছোট করতে থাকলে অবশেষে স্নেলের সূত্রের সাধারণ রূপ পাওয়া যাবে।

দুটি সমান্তরাল ফলক $T_1$ এবং $T_2$-র প্রতিসরাঙ্ক যথাক্রমে $n_1$ এবং $n_2$। Fig. 1.9(b)-র মতো ফলক-দুটিকে পরস্পরের সমান্তরাল ভাবে শূন্যে রাখা হ'ল। তাহলে দুটি ফলকের জন্য পৃথকভাবে আমরা স্নেলের সূত্র লিখতে পারি। এখানে $\theta_1 = \theta_2$ অর্থাৎ দুটি ফলকের বামতলে আপতন কোণ সমান। অতএব

$$\left.\begin{aligned} \sin \theta_1 &= n_1 \sin \theta_1{}' \\ \sin \theta_2 &= \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta'_2 \end{aligned}\right\} \tag{1.9}$$

অর্থাৎ $\quad n_1 \sin \theta'_1 = n_2 \sin \theta'_2 \qquad (1.10)$

এবার ফলক-দুটিকে ক্রমশঃ কাছে আনা হ'ল এবং শেষে তাদের মধ্যে কোন ফাঁক রইল না। (1.10) সব সময়েই প্রযোজ্য হবে অর্থাৎ $T_1$ ও $T_2$ মাধ্যমের বিভেদতলে প্রতিসরণের জন্য

$$n_1 \sin \theta'_1 = n_2 \sin \theta'_2$$

যে কোন সংখ্যার পরপর-রাখা সমান্তরাল মাধ্যমের ক্ষেত্রে এভাবে

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 = n_3 \sin \theta_3 = \cdots \cdots \tag{1.11}$$

এখানে $j$-তম মাধ্যমে অভিলম্বের সঙ্গে আলোকরশ্মির কোণ হ'ল $\theta_j$। সমীকরণ (1.11) স্নেলের সূত্রের সাধারণ রূপ।

সমীকরণ (1.11) থেকে দেখা যাচ্ছে যে, দুটি মাধ্যম 1 এবং 2 এর ক্ষেত্রে

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\frac{n_2}{n_1} \text{ কিন্তু } \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=n_{12}$$

অর্থাৎ $$n_{12}=\frac{n_2}{n_1} \tag{1.12}$$

1.3.3(e) প্রতিসরাঙ্কের সঙ্গে আলোর গতিবেগের বেশ তাৎপর্যপূর্ণ সম্পর্ক আছে। আলোর তরঙ্গতত্ত্ব অনুযায়ী

$$\frac{\text{আলোর শূন্যে গতিবেগ } c}{\text{আলোর মাধ্যমে গতিবেগ } v}=\text{ মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক } n$$

অর্থাৎ $$\frac{c}{v}=n \tag{1.13}$$

দুটি মাধ্যমে আলোর গতিবেগ যথাক্রমে $v_1$ ও $v_2$ হ'লে

$$n_{12}=\frac{n_2}{n_1}=\frac{c/v_2}{c/v_1}=\frac{v_1}{v_2} \tag{1.14}$$

অর্থাৎ যখন $v_2 < v_1$ তখন $n_{12} > 1$

এবং $\theta_1 > \theta_2$

সুতরাং আলোকরশ্মি গতিপথ পরিবর্তন ক'রে অভিলম্বের দিকে সরে যাবে। **বিভিন্ন মাধ্যমে আলোর গতিবেগ বিভিন্ন হওয়াতেই এক মাধ্যম থেকে আর এক মাধ্যমে গেলে আলোকরশ্মির প্রতিসরণ হয়।**

### 1.3.4 ফ্রেনেলের সূত্র—

1.3.3-তে আমরা প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত রশ্মির দিকের কথা বলেছি। দুটি মাধ্যমের বিভেদতলে কোন রশ্মি আপতিত হলে তার কিছুটা প্রতিফলিত হবে, কিছুটা প্রতিসৃত হবে। কখনও কখনও মাধ্যমে আলোর শোষণও হতে পারে। শোষণ যেখানে অতি নগণ্য সেখানে আপতিত আলোর কতটুকু প্রতিফলিত হবে তা আপতন কোণ ও প্রতিসরাঙ্কের দ্বারা নির্দিষ্ট হয়। প্রতিফলিত অংশ বাদে বাকিটা প্রতিসৃত হবে।

যদি আপতিত আলোর দীপনমাত্রা $I_0$ এবং প্রতিফলিত আলোর দীপন-মাত্রা $I$ হয় তবে ফ্রেনেলের সূত্র অনুযায়ী,

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{2}\left[\frac{\sin(\theta-\theta')}{\sin(\theta+\theta')}\right]^2 + \frac{1}{2}\left[\frac{\tan(\theta-\theta')}{\tan(\theta+\theta')}\right]^2 \qquad (1.15)$$

$$\text{যেখানে } \frac{\sin\theta}{\sin\theta'} = n_{12}$$

ফ্রেনেলের সূত্র আলোর তরঙ্গতত্ত্ব থেকে সহজেই পাওয়া যায়।* আলো লম্বভাবে বিভেদতলে আপতিত হলে ($\theta = 0$)

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{n_{12}-1}{n_{12}+1}\right)^2 \qquad (1.16)$$

স্বচ্ছ কাঁচের ( $n = 1{\cdot}5$ ধরলে ) তলে আলো লম্বভাবে পড়লে $I/I_0 = \frac{1}{25}$ অর্থাৎ মাত্র 4% প্রতিফলিত হবে এবং 96% প্রতিসৃত হবে। আপতন কোণ 90°-র কাছে হলে খুব কম অংশই প্রতিসৃত হবে এবং প্রায় পুরোটাই প্রতিফলিত হবে (Fig. 1.10)।

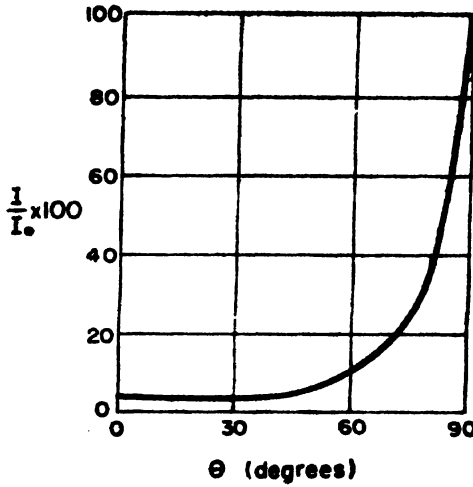



Fig. 1.10

$n = 1.53$-র সাধারণ ক্রাউন কাঁচের জন্য

| $\theta$ | 45° | 50° | 55° | 60° | 65° | 70° | 75° | 80° |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{I}{I_0} \times 100$ | 5.4 | 6.2 | 7.4 | 9.4 | 12.6 | 17.6 | 25.8 | 39.2 |

* Panofsky, W. K. H., and Phillips, M., Classical Electricity and Magnetism, 2nd Ed. Addison Wesley, page 203.

### 1.8.5 আভ্যন্তরীণ পূর্ণ প্রতিফলন (Total internal reflection)

আলোকরশ্মি যতক্ষণ লঘু মাধ্যম $(n_1)$ থেকে ঘন মাধ্যমে $(n_2)$ যায় $(n_1 < n_2)$ ততক্ষণ $\theta' < \theta$, অর্থাৎ আপতন কোণ যাই হোক না কেন আলোক-রশ্মির কিছু অংশ প্রতিসৃত হয় এবং কিছু প্রতিফলিত হয়। আলোকরশ্মি যখন ঘন মাধ্যম $(n_1)$ থেকে লঘু মাধ্যমে $(n_2)$ যায় $(n_1 > n_2)$ তখন কিন্তু সব সময়েই প্রতিসৃত রশ্মি পাওয়া যায় না।

ধরা যাক, কাঁচ ও বায়ুর বিভেদতলটি সমতল এবং আলোকরশ্মি $AO$ কাঁচের মধ্যে বিভেদতলে $O$ বিন্দুতে আপতিত হয়েছে। আপতন কোণ $\theta$ এবং প্রতিসরণ কোণ $\theta'$ হলে (Fig. 1.11a)

$$\sin\theta = n_{12}\sin\theta' \quad \text{অথবা} \quad \sin\theta' = n\sin\theta \qquad (1.16)$$

কেননা কাঁচের প্রতিসরাঙ্ক $n = \frac{1}{n_{12}}$

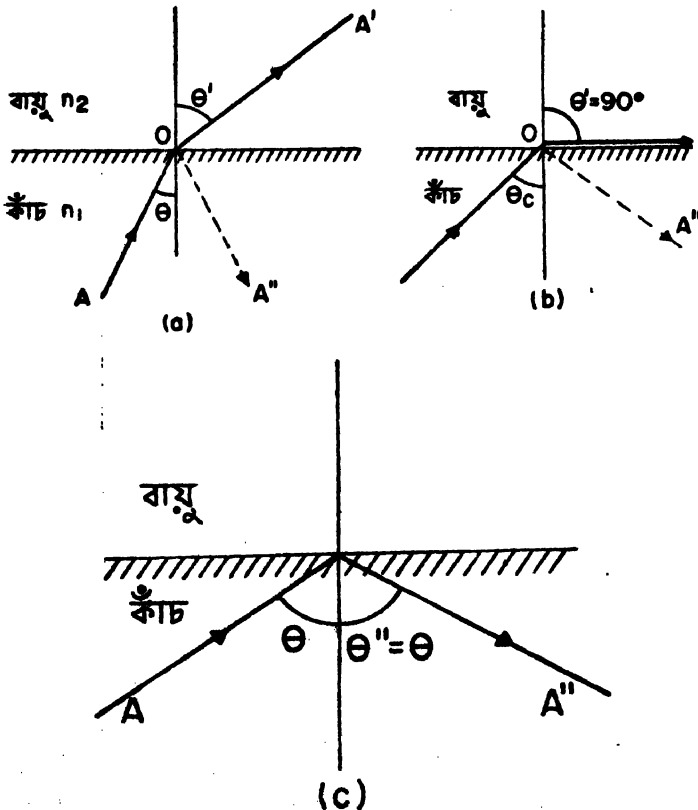



Fig. 1.11 আভ্যন্তরীণ পূর্ণ প্রতিফলন। $\theta_c$ সংকটকোণ।
(a) $\theta<\theta_c$ (b) $\theta=\theta_c$ (c) $\theta>\theta_c$।

যখন আপতন কোণ খুব ছোট, তখন বায়ুতে প্রতিসৃত রশ্মি $OA'$ এবং কাঁচে প্রতিফলিত রশ্মি $OA''$ পাওয়া যাবে (Fig. 1.11a)। প্রতিফলিত রশ্মি অবশ্য খুবই ক্ষীণ হবে। আপতন কোণ বাড়ালে প্রতিসরণ কোণও বাড়বে। কোন একটি বিশেষ আপতন কোণে ($\theta=\theta_c$) প্রতিসরণ কোণ 90° হবে এবং প্রতিসৃত রশ্মি বিভেদতল ঘেঁষে যাবে। তখনও ক্ষীণ প্রতিফলিত রশ্মি $OA'$ থাকবে (Fig. 1.11b)। $\theta$ আরোও বাড়লে $\sin\theta'$ এর মান একের থেকে বেশী হবে অর্থাৎ $\theta'$ জটিলরাশি হয়ে পড়বে। এক্ষেত্রে জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞান কোন আলোকপাত করতে পারে না। কার্যতঃ দেখা যায় যে আপতিত রশ্মিটি পুরোপুরি প্রতিফলিত হয়ে কাঁচেই ফিরে আসে (Fig. 1.11c)। এই ঘটনার সুসংগত ব্যাখ্যা তড়িৎ চুম্বকীয় তত্ত্বে দেওয়া সম্ভব।* এই তত্ত্ব অনুসারে. কাঁচ ও বায়ুর বিভেদতলে একটি জটিল তরঙ্গের সৃষ্টি হয়, যে তরঙ্গ থেকে কোন শক্তিই বায়ুতে (লঘু মাধ্যমে) চলে যায় না।

এই ঘটনাকে বলা হয় আভ্যন্তরীণ পূর্ণ প্রতিফলন (total internal reflection)। $\theta_c$ কোণকে বলা হয় **সংকট কোণ** (critical angle)। সংকট-কোণের বেলাতে

$$n \sin\theta_c = \sin 90^\circ = 1 \tag{1.17}$$

$$\text{অথবা} \quad \theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$\text{কাঁচের } n = 1.5 \text{ হলে } \theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{1}{1.5}\right) = 41.8^\circ$$

## 1.4 ফার্মাটের † নীতি ; মেলাসের উপপাদ্য

### 1.4.1 ফার্মাটের নীতি

জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞানকে দুটি ভিন্ন দৃষ্টিকোণ থেকে গড়ে তোলা সম্ভব। একটি পথের কিছু কিছু আলোচনা আমরা ইতিমধ্যেই করেছি।

* **Panofsky & Philips : Classical Electricity & Magnetism, 2nd Ed. pp199.**

† পিয়ের-দ ফার্মাট [Pierre de Fermat (1601-1665)] ফরাসী গণিতজ্ঞ। জন্ম বিউমঁ দ্য লোমোনে। গণিতে তাঁর অসাধারণ বুৎপত্তি থাকলেও তিনি তাঁর বহু আবিষ্কারই ছেপে প্রকাশ করেন নাই। মনে হয় দেকার্তেরও আগে তিনি জ্যামিতির বিশ্লেষণ নির্ভর পদ্ধতি আবিষ্কার করেছিলেন।

এই ধারাটি প্রতিফলন, প্রতিসরণ সংক্রান্ত সূত্রগুলির উপর ভিত্তি করে গড়ে উঠেছে। স্নেলের এই সূত্রগুলি থেকে আরম্ভ না করে ফার্মাটের নীতি (**Fermat's principle**) থেকেও শুরু করা যায়। পদার্থ বিদ্যার আরো বহু ভেদধর্মী নীতির (**Variational principles**) মধ্যে এটি অন্যতম। ফার্মাটের নীতির আলোচনা করতে গেলে প্রথমে আলোক-পথ (optical path) কি তা জানা দরকার।

কোন মাধ্যমে $A$ ও $B$ দুটি বিন্দু। $A$ হতে $B$ তে যেতে $AB$ একটি পথ। এই পথের দৈর্ঘ্য $AB$। মাধ্যমে আলোর গতিবেগ $v$ হলে ঐ মাধ্যমে $AB$ পথ অতিক্রম করতে আলোর সময় লাগে

$$t = AB/v \tag{1.18}$$

ঐ একই সময় $t$ তে শূন্যে আলো যে পথ অতিক্রম করতে পারে তার দৈর্ঘ্য হল

$$l = ct = c \cdot \frac{AB}{v} = n \cdot AB) \tag{1.19}$$

$c$ শূন্যে আলোর গতিবেগ। $l$ হল $(AB)$-র আলোক পথ।

এবার ধরা যাক, $A$ ও $B$ কোন অপটিক্যাল তন্ত্রের দুই পার্শ্বস্থ দুটি বিন্দু (Fig. 1.12)। এই অপটিক্যাল তন্ত্রে পরপর অনেকগুলি মাধ্যম রয়েছে যাদের প্রতিসরাঙ্ক $n_1, n_2, n_3 \cdots\cdots$ইত্যাদি। $A$ হতে $B$ পর্যন্ত যে কোন একটি পথ $a$, কতকগুলি ঋজুরেখ অংশ $S_1, S_2 \cdots\cdots$ইত্যাদির সমষ্টি। তাহলে $a$ পথের আলোক দৈর্ঘ্য $L$ হল

$$L = \Sigma n_i S_i \tag{1.20}$$

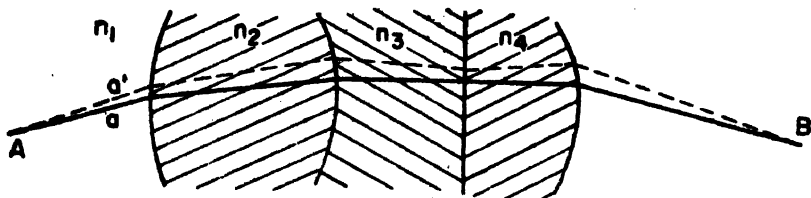



Fig. 1.12 অপটিক্যাল তন্ত্রের মধ্য দিয়ে দুটি সন্নিহিত পথ $a$ ও $a'$।

$A$ থেকে $B$ পর্যন্ত $a$ পথের সন্নিহিত আর একটি পথ $a'$। $a'$ পথের

ঋজুরেখ অংশগুলি, $a$ পথের $S_1, S_2$ ইত্যাদি অংশগুলির খুব কাছ দিয়ে গিয়েছে। $a'$ পথে আলোক পথের দৈর্ঘ্য

$$L' = \Sigma n_i S_i' = L + \partial L = \Sigma n_i S_i + \partial(\Sigma n_i S_i) \qquad (1.21)$$

এখানে $\partial L$ দিয়ে সন্নিহিত দুটি পথের জন্য সমস্ত পথে আলোকপথের পরিবর্তন বা ভেদ বোঝাচ্ছে। **ফার্মাটের নীতি** অনুযায়ী

'যে কোন সংখ্যক মাধ্যমের মধ্য দিয়ে কোন এক বিন্দু থেকে আর এক বিন্দু পর্যন্ত যেতে আলোক রশ্মি কার্যতঃ যে পথ অনুসরণ করে সেটা এমন যে এই পথ ও তার সন্নিহিত সমস্ত **সম্ভাব্য** পথের **আলোকপথ সমান**।'

গণিতের ভাষায়

$$\partial \Sigma n_i S_i = 0 \qquad (1.22)$$

যখন মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক দুটি বিন্দুর মধ্যে অবিচ্ছিন্নভাবে (continuously) বদ্‌লায় তখন

$$\partial \int n ds = 0 \qquad (1.23)$$

অর্থাৎ কোন বাস্তব আলোকরশ্মির বেলায় আলোকপথ **অবম** (minimum), **চরম** (maximum) বা **স্থির** (stationary) হবে।

ফার্মাটের মূল নীতিটি একটু অন্যরকম ছিল। তিনি বলেছিলেন যে, আলো এমন পথ বেছে নেবে যার ফলে আলো $A$ থেকে $B$ পর্যন্ত যেতে সবচেয়ে কম সময় নেবে। অর্থাৎ তার নীতিটি ছিল **ন্যূনতম সময়ের** (least time) নীতি। আমরা যে ভাবে ফার্মাটের নীতিটি বলেছি তা কার্যতঃ স্থির সময়ের নীতি (principle of stationary time)।

স্থির সময়ের নীতি অনুযায়ী, $\partial \int dt = 0$

অর্থাৎ $\partial \int \frac{ds}{v} = 0$

এবং যেহেতু $n = \frac{c}{v}$, $\quad \partial \int \frac{n ds}{c} = 0 \qquad (1.24)$

(1.24) এবং (1.23) তে কোন পার্থক্য নেই। অর্থাৎ ফার্মাটের নীতিকে স্থির সময়ের নীতি বা স্থির আলোক পথের নীতি এ দুটোই বলা যায়।

ধরা যাক, $A$ বিন্দু থেকে একটি আলোকগুচ্ছ কোন অপটিক্যাল তন্ত্রের মধ্য দিয়ে যাচ্ছে (Fig. 1.13)। এই আলোকগুচ্ছের কোন তিনটি রশ্মি হল

$a_1, a_2, a_3$ । এই তিনটি রশ্মির উপরে তিনটি বিন্দু $B_1, B_2, B_3$ এমন যে আলো $A$ থেকে একই সময় $t$ তে এই তিন বিন্দুতে গিয়ে পৌঁচেছে। অর্থাৎ,

$$\int_{\substack{A \\ a_1 \text{ পথ}}}^{B_1} dt = \int_{\substack{A \\ a_2 \text{ পথ}}}^{B_2} dt = \int_{\substack{A \\ a_3 \text{ পথ}}}^{B_3} dt = t \qquad (1.25)$$

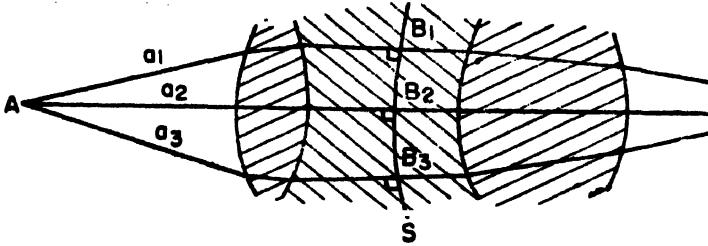



Fig. 1.13

সুতরাং $AB_1$, $AB_2$ এবং $AB_3$-র আলোকপথ সমান। $A$ বিন্দু থেকে এরকম সমান আলোকপথ দূরে সমস্ত বিন্দু স্থির করলে, তাদের মধ্য দিয়ে আমরা এমন একটি তল $S$ পাব যার প্রতিটি বিন্দুতে আলো $A$ বিন্দু থেকে একই সময়ে আসবে। এই তলটি সমপর্যায়ের (equal phase) তল অর্থাৎ **তরঙ্গফ্রণ্ট**। আলোক গুচ্ছের গতিপথে সর্বত্র এরকম তরঙ্গফ্রণ্ট দাঁড় করানো যায়।

## 1.4.2 মেলাসের উপপাদ্য (Theorem of Malus)

**মেলাসের উপপাদ্য** অনুসারে আলোকরশ্মি তরঙ্গফ্রণ্টের সঙ্গে সমকৌণিক (orthogonal) হবে এবং প্রতিফলন বা প্রতিসরণের পরেও এই সমকৌণিকত্ব (orthogonality) বজায় থাকবে। ফার্মাটের নীতি থেকে মেলাসের উপপাদ্য সহজেই প্রমাণ করা যায়। Fig. 1.14 এ $S$ একটি প্রতিসারক তল। $a$ রশ্মিটি $A$ বিন্দু হতে প্রতিসারক তলের $P$ বিন্দুর মধ্য দিয়ে অপর পার্শ্বে $A'$ বিন্দুতে গিয়েছে। $a$ রশ্মিটি একটি আলোক গুচ্ছের অন্তর্গত। ধরা যাক এই আলোকগুচ্ছটি বাঁ দিকের কোন একটি বিন্দু উৎস থেকে আসছে। যদি মেলাসের উপপাদ্যটি $S$ তল পর্যন্ত প্রযোজ্য হয় তবে $A$ বিন্দুর মধ্য দিয়ে আমরা এমন একটি তল $\Sigma$ নির্ণয় করতে পারব যেটি আলোকগুচ্ছের প্রতিটি

রশ্মির সঙ্গে সমকৌণিক। $AA'$ এর আলোক পথকে $[AA']$ রূপে বন্ধনীর মধ্যে লেখা হবে। প্রতিটি রশ্মিতে $\Sigma$ তল থেকে $[AA']$ এর সমান দূরত্বে

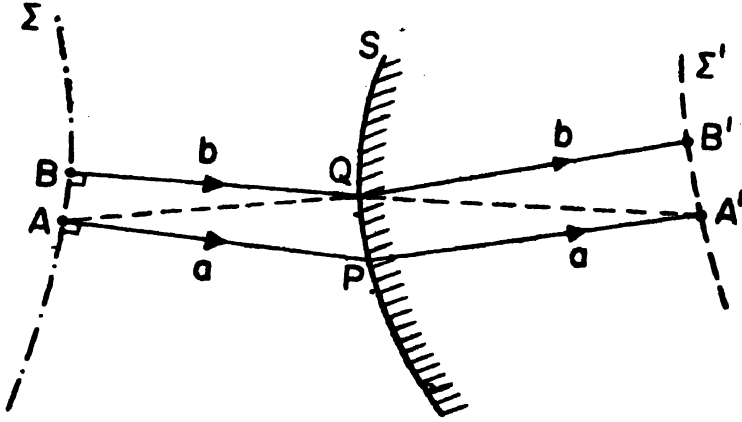



Fig. 1.14 মেলাসের উপপাদ্যের প্রমাণ

অবস্থিত বিন্দুগুলি নির্ণয় করা হল। এই বিন্দুগুলির মধ্য দিয়ে $\Sigma'$ তল পাওয়া গেল। $b$ রশ্মিটি $a$ রশ্মির সন্নিহিত আলোক-গুচ্ছের অন্তর্গত অপর একটি রশ্মি। $b$ রশ্মি $\Sigma$, $S$ ও $\Sigma'$ তলে যথাক্রমে $B$, $Q$ ও $B'$ বিন্দু দিয়ে গিয়েছে। ফার্মাটের সূত্রানুসারে

$$[AQA'] = [APA']$$

এবং অঙ্কনানুসারে $[BQB'] = [APA']$

$$\text{অর্থাৎ } [AQA'] = [BQB'] \tag{1.26}$$

$a$ ও $b$ রশ্মি উভয়েই $\Sigma$ তলের সঙ্গে সমকৌণিক। সেজন্য $Q$ ও $P$ কাছাকাছি দুটি বিন্দু হলে ($a$ ও $b$ সন্নিহিত হওয়ার দরুন)

$$[BQ] = [AQ]$$

$$\text{সুতরাং } [QB'] = [QA'] \tag{1.27}$$

অর্থাৎ $b$ রশ্মিটি $A'B'$ এর সঙ্গে সমকোণ উৎপন্ন করেছে। অনুরূপভাবে $\Sigma'$ তলটি রশ্মিগুচ্ছের প্রতিটি রশ্মির সঙ্গে সমকৌণিক হবে। আমরা প্রমাণ করলাম যে যদি কোন তরঙ্গফ্রন্ট $\Sigma$ রশ্মিগুচ্ছের সঙ্গে সমকৌণিক হয় তবে পরবর্তী অন্য যে কোন তরঙ্গফ্রন্ট $\Sigma'$ রশ্মিগুচ্ছের সঙ্গে সমকৌণিক হবে। কিন্তু বা দিকের বিন্দু উৎস থেকে ঐ একই মাধ্যমে তরঙ্গফ্রন্ট গোলীয়

(spherical) ; গোলীয় তরঙ্গফ্রন্ট আলোক-রশ্মির সঙ্গে সমকৌণিক। অতএব উপরের প্রমাণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে সমস্ত তরঙ্গফ্রন্টই আলোক রশ্মির সমকৌণিক। অর্থাৎ মেলাসের উপপাদ্য প্রমাণিত হল।

এই আলোচনা থেকে এটাও দেখা গেল যে, **যে কোন দুটি তরঙ্গ-ফ্রন্টের মধ্যে সব আলোকরশ্মিরই আলোক পথ সমান।** এভাবে যে কোন তরঙ্গফ্রন্ট থেকে শুরু করে, পরবর্তী অন্য যে কোন তরঙ্গফ্রন্টকে নির্ণয় করা যায় (Fig. 1.15)। এই পদ্ধতি আর হাইগেনের (Huygen)† উপতরঙ্গের (wavelet) পদ্ধতি মূলতঃ একই।

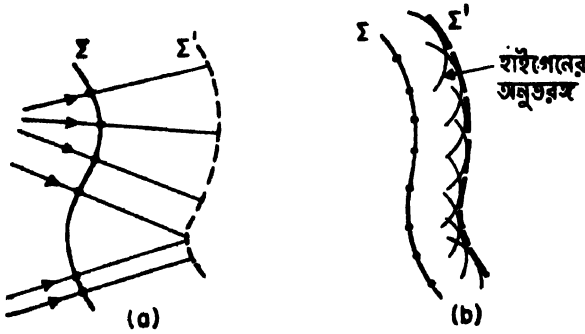



Fig. 1.15

(*a*) প্রথম তরঙ্গ ফ্রন্ট $\Sigma$ থেকে প্রতিটি রশ্মি বরাবর সমান আলোক পথ নিয়ে দ্বিতীয় তরঙ্গ ফ্রন্ট $\Sigma'$ নির্ণয়।

(*b*) হাইগেনের উপতরঙ্গ পদ্ধতিতে দ্বিতীয় তরঙ্গফ্রন্ট নির্ণয়।

### 1.4.3 ফার্মাটের নীতি ও জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞানের সূত্রাবলীর সম্পর্ক।

জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞানের সূত্রাবলী ফার্মাটের নীতি থেকে প্রমাণ করা যায়।

(i) সমসত্ব মাধ্যমে দুটি বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব, ঐ দুই বিন্দুকে যুক্ত করেছে এমন সরলরেখা বরাবরই ন্যূনতম। সুতরাং ফার্মাটের নীতি অনুযায়ী সমসত্ব মাধ্যমে আলোর ঋজুরেখ গতি হবে।

† ক্রিশ্চিয়ান হাইগেন (1629-1695) ডাচ্ পদার্থবিদ, গণিতজ্ঞ ও জ্যোতির্বিদ। জন্ম হেগে। জ্যোতির্বিদ্যায় ও গণিতে তাঁর বহু অবদান থাকলেও, আলোর তরঙ্গতত্ত্বে তাঁর অবদানের জন্যই সমধিক পরিচিত।

(ii) যেহেতু বাস্তব রশ্মি বরাবর দুটি বিন্দুর মধ্যে আলোকপথের দৈর্ঘ্য স্থির এবং আলো রশ্মির পথ ধরে কোন দিকে যাচ্ছে তার উপর নির্ভরশীল নয় সেজন্য আলোক রশ্মির পথ উভগম্য (reversible)।

(iii) Fig. 1.16 এ $MM'$ সমতলে $AO$ আলোকরশ্মির প্রতিসরণ দেখানো হয়েছে। প্রতিসৃত রশ্মি $OA'$।

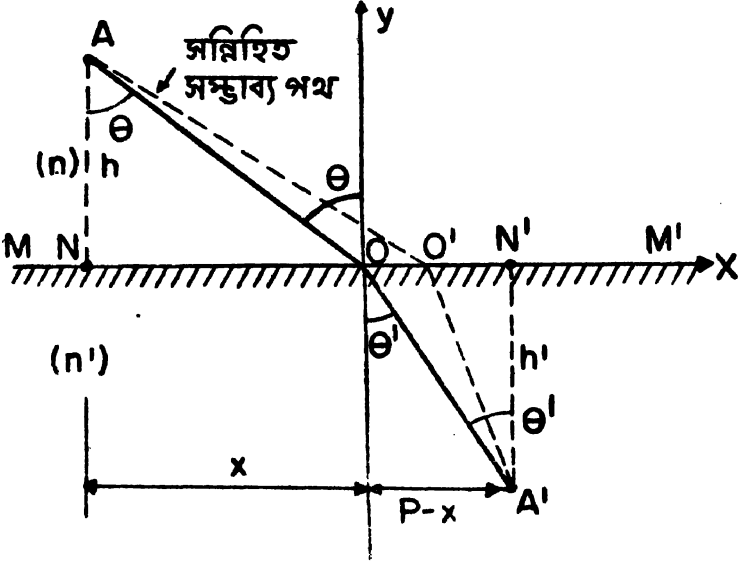



Fig. 1.16

প্রথম মাধ্যমে $(n)$ $A$ বিন্দু হতে $AOA'$ বরাবর দ্বিতীয় মাধ্যমে $(n')$ $A'$ বিন্দু পর্যন্ত আলোকপথের দৈর্ঘ্য $[L]$।

$$[L] = n(AO) + n'(OA')$$
$$= n\{h^2 + x^2\}^{\frac{1}{2}} + n'\{h'^2 \times (p-x)^2\}^{\frac{1}{2}}$$

ফার্মাটের সূত্রানুসারে, $\delta[L] = 0$ অথবা

$$\frac{d[L]}{dx} = 0 \tag{1.28}$$

সুতরাং

$$n\frac{x}{\{h^2 + x^2\}^{\frac{1}{2}}} - n'\frac{p-x}{\{h'^2 + (p-x)^2\}^{\frac{1}{2}}} = 0$$

অথবা, $$n\frac{x}{\{h^2 + x^2\}^{\frac{1}{2}}} = n'\frac{p-x}{\{h'^2 + (p-x)^2\}^{\frac{1}{2}}}$$

অর্থাৎ $n \sin\theta = n' \sin\theta'$ স্নেলের প্রতিসরণের সূত্র। প্রতিফলনের সূত্রও একই ভাবে সহজে প্রমাণ করা যায়।

প্রশ্ন ঃ ফার্মাটের নীতির সাহায্যে

(1) দেখাও যে সমতল দর্পণের তল থেকে প্রতিবিম্বের দূরত্ব অভিলম্বের দূরত্বের সমান।

(2) প্রতিফলনের সূত্র প্রমাণ কর।

(3) একটি পাতলা লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(4) একটি অবতল দর্পণের ফোকাস দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

## 1.5 প্রতিবিম্ব ; সদ্ ও অসদ্ বিম্ব ; আপ্লানাটিক তল।

**1.5.1 প্রতিবিম্ব ঃ** কোন বস্তু থেকে আলো সোজাসুজি আমাদের চোখে পড়লে আমরা বস্তুটিকে স্বস্থানে দেখি। আলো সোজাসুজি চোখে না এসে প্রতিফলিত বা প্রতিসৃত হয়ে আসলে মনে হয় বস্তুটি অন্য জায়গায় আছে। পুকুরপাড়ে দাঁড়িয়ে অপর পাড়ের গাছের দিকে না তাকিয়ে জলের দিকে তাকালে ঐ পাড়ের গাছপালাকে জলে দেখা যায় উল্টো ভাবে। নতুন জায়গায় বস্তুর যে প্রতিকৃতি দেখা যায় তাকে বস্তুর প্রতিবিম্ব বলে। প্রতিবিম্ব বল্‌তে সাধারণ ভাবে কি বোঝায় তা বলা হল। আলোকবিজ্ঞানে সংজ্ঞাটি আরো সঠিক ভাবে নির্দিষ্ট করা প্রয়োজন।

**আলোকবিজ্ঞানে প্রতিবিম্বের সংজ্ঞা ঃ**

কোন **বিন্দু প্রভব** থেকে আগত রশ্মিগুচ্ছ প্রতিফলিত বা প্রতিসৃত হয়ে যখন **একটি বিন্দুতে মিলিত হয়** বা একটি বিন্দু থেকে আসৃছে বলে মনে হয় তখন ঐ বিন্দুকে বিন্দুপ্রভবের **প্রতিবিম্ব** বলা হয়। রশ্মিগুলি একটি বিন্দুতে মিলিত হলে প্রতিবিম্বকে সদ্‌বিম্ব (real image) এবং একটি বিন্দু থেকে অপসৃত হচ্ছে বলে মনে হলে তাকে অসদ্‌বিম্ব (virtual image) বলে (Fig 1.17)।

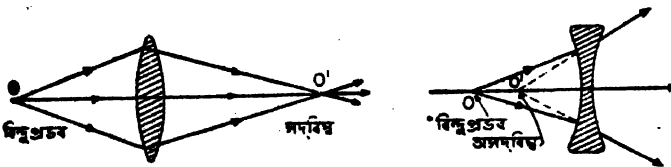



Fig. 1.17 সদ্‌বিম্ব ও অসদ্‌বিম্ব (রশ্মির সংজ্ঞা থেকে)

উপরের প্রতিবিম্বের সংজ্ঞাটি রশ্মির সাহায্যে দেওয়া হল। তরঙ্গফ্রন্টের

সাহায্যেও প্রতিবিম্বের সংজ্ঞা দেওয়া যায়। কোন বিন্দুপ্রভব থেকে অপসারী তরঙ্গফ্রন্ট এক বা একাধিক মাধ্যমের মধ্য দিয়ে গিয়ে যদি অন্য কোন বিন্দু অভিমুখে অপসারী হয় বা অন্য কোন বিন্দু হতে অপসারী বলে মনে হয় তবে দ্বিতীয় বিন্দুকে প্রথম বিন্দুর প্রতিবিম্ব বলা হয় (Fig. 1.18)। এই দুই সংজ্ঞাই মূলতঃ এক।

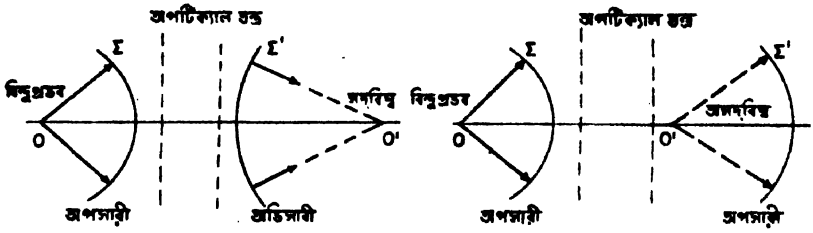



Fig. 1.18 সদ্‌বিম্ব ও অসদ্‌বিম্ব (তরঙ্গফ্রন্টের সংজ্ঞা থেকে)

রশ্মির সংজ্ঞা থেকে দেখা যাচ্ছে যে যদি রশ্মিগুচ্ছের সব রশ্মিই একটি বিন্দুতে মিলিত হয় বা একটিমাত্র বিন্দু হতে অপসারী হয় তবে একটি বিন্দু অভিবিম্বের জন্য একটিমাত্র বিন্দু প্রতিবিম্ব পাওয়া যাবে। এক্ষেত্রে প্রতিবিম্ব নির্দোষ (perfect) বা ঋত (true)। অন্যথায় দোষযুক্ত (defective)। প্রতিবিম্বের দোষকে **অপেরণ** (aberrations) বলে। অপেরণ সম্বন্ধে বিশদ আলোচনা পরিচ্ছেদ 5-এ করা হবে। সাধারণ ভাবে বলা চলে যে সমস্ত অপটিক্যাল তন্ত্রের মূল লক্ষ্য হল কি করে নির্দোষ বা প্রায় নির্দোষ (approximately stigmatic) প্রতিবিম্ব গঠন করা যায়।

সমসত্ব মাধ্যমে বিন্দু প্রভব থেকে নির্গত তরঙ্গফ্রন্ট গোলীয় (spherical)। অপটিক্যাল তন্ত্রের প্রাথমিক (initial) ও চূড়ান্ত (final) মাধ্যম সমসত্ব হলে, প্রাথমিক মাধ্যমে বিন্দুপ্রভব থেকে নির্গত তরঙ্গফ্রন্ট গোলীয় হবে। **চূড়ান্ত মাধ্যমে তরঙ্গফ্রন্ট যদি গোলীয় হয় তবে প্রতিবিম্ব নির্দোষ হবে।**

### 1.5.2 অ্যাপ্লানাটিক তল (aplanatic surfaces)

কোন একটি বিন্দুপ্রভব *A* থেকে নির্গত সমস্ত রশ্মিকে যে তলের সাহায্যে (প্রতিফলন বা প্রতিসরণের দ্বারা) আর একটি বিন্দু *A*′-এ আনা যায় বা আর একটি বিন্দু *A*′ থেকে অপসারী করা যায় তেমন তলকে **অ্যাপ্লানাটিক তল** বলে। কোন অ্যাপ্লানাটিক তলের জন্য নির্দিষ্ট বিন্দুদ্বয় *A* ও *A*′-কে অ্যাপ্লানাটিক বিন্দু বলে। অ্যাপ্লানাটিক বিন্দুতে ঋত প্রতিবিম্ব হয়। এই তলগুলি **আদর্শ বিম্বনিয়ামক তল** (stigmatic surfaces)।

ধরা যাক $A$ ও $A'$ হচ্ছে আদর্শ বিন্দুদ্বয় এবং $I$ আদর্শতলের উপর যে কোন একটি বিন্দু। আদর্শতল এমন হবে যে তার উপরস্থ যে কোন বিন্দু $I$-এর জন্য $AIA'$ পথের আলোকপথ ধ্রুব হবে।

$$[\overline{AI}] + [\overline{IA}] = \text{ধ্রুবক।}$$

প্রতিফলনের ক্ষেত্রে, প্রতিসরাঙ্কের কোন ভূমিকা নেই। অতএব

$$\overline{AI} + \overline{IA'} = \text{ধ্রুবক} \qquad (1.29)$$

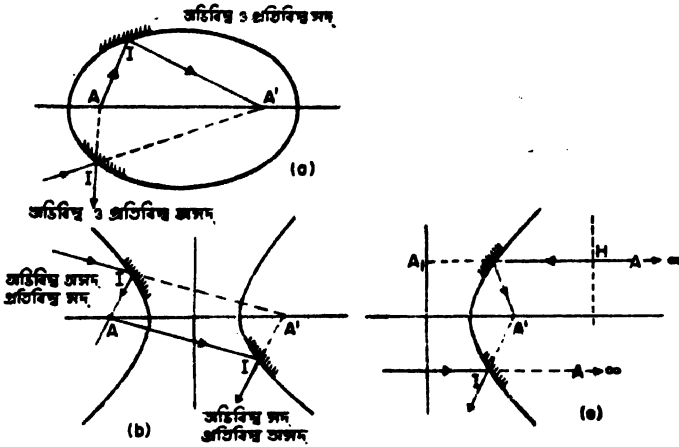



Fig. 1.19

প্রতিফলনের ক্ষেত্রে তিন রকমের সম্ভাবনা আছে। (i) যখন অভিবিম্ব ও প্রতিবিম্ব, হয় দুটিই সদ্ অথবা দুটিই অসদ্। এক্ষেত্রে, $\overline{AI}+\overline{IA'}$=ধ্রুবক। অর্থাৎ তলটি একটি উপগোলক (ellipsoid of revolution) (Fig. 1.19a)। $A$, $A'$ উপগোলকের ফোকাস বিন্দুদ্বয়।

(ii) যখন অভিবিম্ব ও প্রতিবিম্বের মধ্যে একটি সদ্ ও একটি অসদ্ তখন $\overline{AI} - \overline{IA'}$=ধ্রুবক। তলটি পরাগোলক (hyperboloid of revolution) (Fig 1.19b) এবং $A$ ও $A'$ বিন্দুদ্বয় পরাগোলকের ফোকাস বিন্দুদ্বয়।

(iii) যখন অভিবিম্ব ও প্রতিবিম্বের মধ্যে একটি অসীমে অবস্থিত অর্থাৎ আপতিত ও প্রতিফলিত তরঙ্গফ্রন্টের মধ্যে একটি সমতল। সমতল তরঙ্গফ্রন্টদের যে কোন একটিকে নিলে যদি রশ্মিটি ঐ সমতলকে $H$ বিন্দুতে ছেদ করে তবে $\overline{HI} + IA'$ = ধ্রুবক হবে। সমতলটি এমন ভাবে নেওয়া যেতে

পারে যাতে ঐ সমতল থেকে আদর্শ বিন্দু $A'$ পর্যন্ত আলোক পথ $A_1IA'$ শূন্য হয়। আলোক পথ শূন্য হতে গেলে $A_1I$ অসদ্। অর্থাৎ

$$\overline{IA'}-\overline{A_1I}=0$$

অতএব তলটি অধিগোলক (paraboloid of revolution) (Fig. 1.19c)। $A'$ অধিগোলকের ফোকাসবিন্দু। ঐ বিশেষ সমতলটি অধি-গোলকের নিয়ামক তল (directrix)।

**প্রতিসরণের ক্ষেত্রে**, সম্ভাব্য অ্যাপ্লানাটিক তলের চেহারা আরোও জটিল। এই তলগুলির ক্ষেত্রে ফার্মাটের সূত্র অনুযায়ী

$$n\,(AI)\;+\;n'\,(IA')=\text{ধ্রুবক} \qquad (1.30)$$

হতে হবে। দেকার্ত† প্রথম এধরণের তলের সম্ভাব্যতা পর্যালোচনা করেছিলেন বলে এদের **কার্তেসীয় ওভাল** (Cartesian Oval) বলা হয়। কার্তেসীয় ওভালের সমীকরণ সহজেই নির্ণয় করা যায়। Fig. 1.20 তে $S$ কার্তেসীয় ওভালের একটি মধ্যচ্ছেদ (meridional section)। $A$, $A'$কে যোগ করা হল। অক্ষবিন্দু 0 তে স্থানাঙ্কের মূলবিন্দু রাখা হল। $x$ অক্ষ $AA'$ বরাবর। ধরা যাক $\overline{OA}=a$, $\overline{OA'}=b$ এবং I এর স্থানাঙ্ক $(x,y)$।

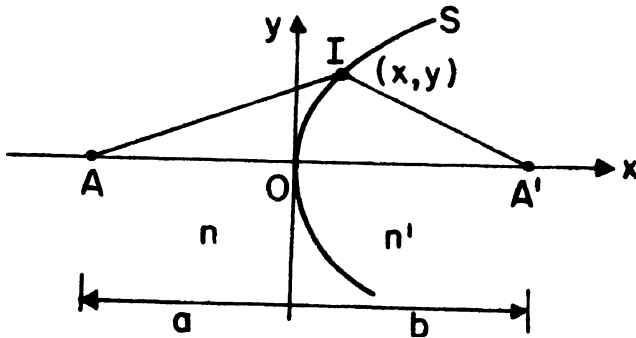



Fig. 1.20

ফার্মাটের নীতি অনুযায়ী,

$$n\,(AI)\;+\;n'\,(IA')\;=\;n(AO)+n'(OA')$$

অতএব কার্তেসীয় ওভালের সমীকরণ হল,

$$n\,[(x-a)^2+y^2]^{\frac{1}{2}}+n'[(b-x)^2+y^2]^{\frac{1}{2}}=n'b-na$$

† রেনে দেকার্ত (1596—1650)—ফরাসী গণিতজ্ঞ, পদার্থবিদ্ ও বিশিষ্ট দার্শনিক। জন্ম তুর (Tours)-এর কাছে। বিজ্ঞানে তাঁর প্রধান অবদান হল 'জ্যামিতি'। বিশ্লেষণ-নির্ভর জ্যামিতির (analytic geometry) তিনিই জনক।

ম্যাক্সওয়েল দেখিয়েছেন যে, যখন অভিবিম্ব ও প্রতিবিম্ব উভয়েই সদ কিম্বা উভয়েই অসদ্ এবং যখন $n/n'$ অনুপাতটি মূলদ (rational) তখন দুটি নির্দিষ্ট অনুবন্ধী বিন্দুর জন্য কার্তেসীয় ওভাল আঁকবার একটি সহজ লৈখিক পদ্ধতি আছে। একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের সুতো তিনটি বিন্দুর মধ্যে টান করে রাখা হল যার মধ্যে দুটি $A$ ও $A'$ স্থির এবং তৃতীয়টি I চলমান। $AA'$, $n'b-na$ এর সমান। যখন $AIA'$ এর কোন অংশ কোথাও দুবার করে নেই (অর্থাৎ $n=n'$), $A$ ও $A'$ স্থির, $AA'\neq 0$, তখন $I$ এর লেখ হবে একটি উপবৃত্ত (ellipse) এবং কার্তেসীয় ওভালটি একটি উপগোলক (Fig. 1.21 a)। $AA'=0$ হলে $I$ এর লেখ হবে একটি বৃত্ত এবং কার্তেসীয় ওভাল একটি গোলক। যদি সুতোটি $I$ ও $A$ এর মধ্যে দুবার এবং $I$ ও $A'$ এর মধ্যে একবার মাত্র থাকে তবে $I$ এর লেখ হবে একটি কার্তেসীয় ওভাল যার আদর্শ বিন্দুদ্বয় হচ্ছে $A$ ও $A'$ এবং এমন দুটি মাধ্যমকে পৃথক করছে

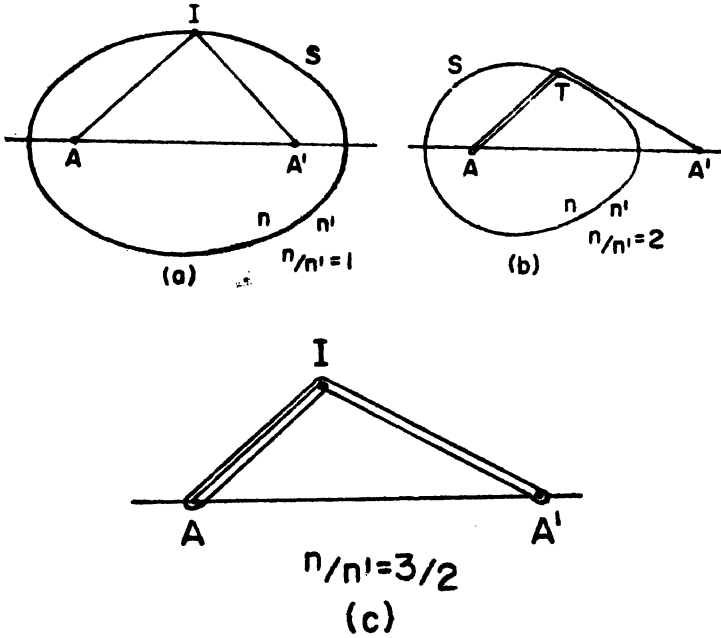



Fig. 1.21

যাদের প্রতিসরাঙ্কের অনুপাত $n/n'=2$ (Fig. 1.21b)। যদি সুতোটি $I$ ও $A$ এর মধ্যে তিনবার ও $I$ ও $A'$ এর মধ্যে দুবার থাকে, তবে মাধ্যম দুটির প্রতিসরাঙ্কের অনুপাত হবে 3/2 (Fig. 1.21c)। এভাবে অন্য মূলদ অনুপাতের জন্যও কার্তেসীয় ওভালের লেখ নির্ণয় করা সম্ভব। অভিবিম্ব ও প্রতিবিম্বের মধ্যে একটি সদ্ ও অপরটি অসদ্ হলে অবশ্য এ পদ্ধতিটি কার্যকর নয়।

কার্তেসীয় ওভালের গাণিতিক সমস্যার সমাধানের পর দেকার্তর ধারণা হয়েছিল যে প্রতিসরণের ক্ষেত্রে ঋত প্রতিবিম্ব গঠনের সমস্যাটির তিনি চিরতরে সমাধান করতে পেরেছেন। এবার শুধু ঘসে মেজে ঐ ধরনের কার্তেসীয় ওভাল তৈরী করতে পারলেই হল। কার্যতঃ দেখা গেল যে, এ ধরনের জটিল তল তৈরী করা প্রায় দুরূহ ব্যাপার। সেজন্য শুধু বিশেষ দু একটি ক্ষেত্রে ছাড়া ( যেমন সমসত্ত্ব নিমজ্জন অভিলক্ষ্য বা homogeneous immersion objective) প্রতিসরণের বেলায় অ্যাপ্লানাটিক তল ব্যবহার করে ঋত প্রতিবিম্ব তৈরী করবার পরিকল্পনা প্রায় ত্যাগ করতে হয়েছে।

## 1.6 সংকেতের প্রথা (Convention of Signs)

অপটিক্যাল তন্ত্রের যে দিকে অভিবিম্ব (object) থাকে, প্রতিবিম্ব তার বিপরীত দিকে হতে পারে অথবা একই দিকে হতে পারে। সেজন্য, কোন বিন্দুর দূরত্ব উপযুক্ত সংকেত—অর্থাৎ ঋণাত্মক কি ধনাত্মক—সহকারে বলতে হয়। সংকেত নির্দিষ্ট করবার বিভিন্ন প্রথা রয়েছে। তার মধ্যে কার্তেসীয় তন্ত্রের (Cartesian System) প্রথাটি গ্রহণ করা হল। সংকেত নির্দেশ করবার নিয়মগুলি নীচে আলোচনা করা হল।

(a) অভিবিম্ব যে লোকে ( space ) রয়েছে তার নাম **অভিবিম্ব লোক** (object space) এবং প্রতিবিম্ব যে লোকে রয়েছে তার নাম **প্রতিবিম্ব**

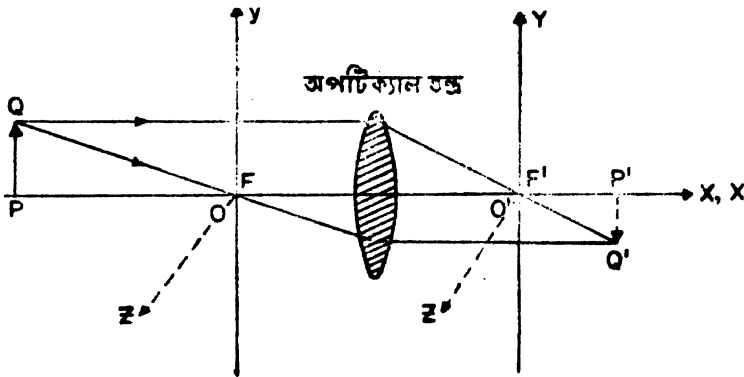



Fig. 1.22 **অভিবিম্ব লোক ও প্রতিবিম্ব লোকে অক্ষস্থাপনা।** এই বিশেষ উদাহরণে অভিবিম্ব লোকের অক্ষের $(x, y, z)$ মূলবিন্দু $O$, $F$ এতে এবং প্রতিবিম্ব লোকের অক্ষের $(X, Y, Z)$ মূলবিন্দু $O'$,$F'$ এতে নেওয়া হয়েছে। $F$ ও $F'$ লেন্সের প্রথম ও দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস বিন্দুদ্বয় (§ 3.13 দ্রষ্টব্য)। এখানে অভিবিম্ব দূরত্ব $FP$ ঋণাত্মক এবং প্রতিবিম্ব দূরত্ব $F'P'$ ধনাত্মক। $PQ$ ধনাত্মক কিন্তু $P'Q'$ ঋণাত্মক।

**লোক** (Image space)। অভিবিম্ব লোক এবং প্রতিবিম্ব লোক এই দুই লোকই সর্বত্র পরিব্যাপ্ত।

(b) স্থান নির্দেশ করবার জন্য এবং দূরত্ব মাপবার জন্য এই দুই লোকেই স্বতন্ত্র সমকৌণিক (orthogonal) কার্তেসীয় অক্ষ নেওয়া হল। দুই লোকের $x$ অক্ষদ্বয় একই সরলরেখা বরাবর। $y$ অক্ষদ্বয় সমান্তরাল। মূলবিন্দু (origin) দুটি একই বিন্দুতে থাকতে পারে কিম্বা নাও থাকতে পারে (Fig. 1.22)। $x$ অক্ষ বরাবর ভুজ ও $y$ অক্ষ বরাবর কোটি ধরা হবে। প্রতিটি লোকের $y$ অক্ষের ডানদিকে $x$ অক্ষ বরাবর দূরত্ব ধনাত্মক, বাঁদিকে ঋণাত্মক। $x$ অক্ষের উপর দিকে $y$ ধনাত্মক, নীচে ঋণাত্মক।

(c) বিশেষভাবে না বল্লে সমস্ত বেধ (thickness)ই ধনাত্মক ধরা হবে।

(d) কোন তলের বক্রতা-ব্যাসার্দ্ধ (radius of curvature) সম্বন্ধে সংকেত কিভাবে ঠিক করা যাবে? $S$ একটি গোলীয় তলের কিছু অংশ। মনে করা যাক $S$ তলটি $O\text{-}xyz$ সমকৌণিক অক্ষের $yz$ তলকে $O$ বিন্দুতে স্পর্শ করেছে (Fig. 1.23$a$)। এই গোলীয় তলের ব্যাসার্দ্ধ $r$, এবং এর কেন্দ্র বিন্দু $C$ এর স্থানাঙ্ক $(r, o, o)$।

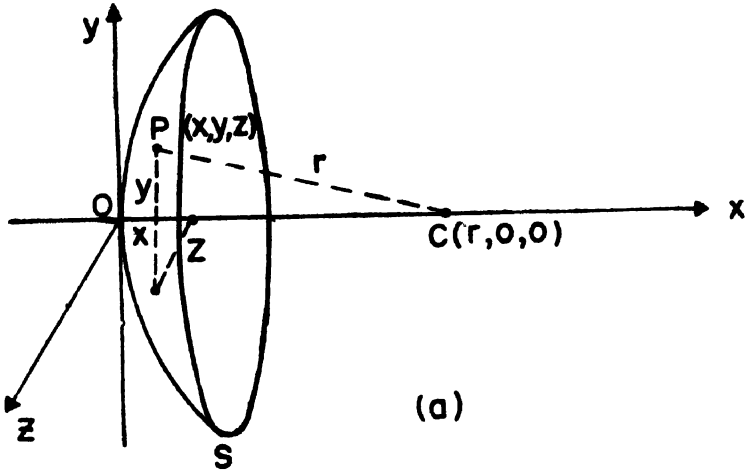
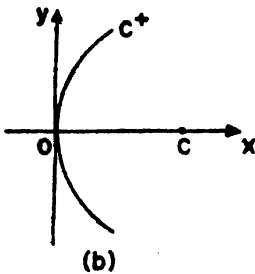
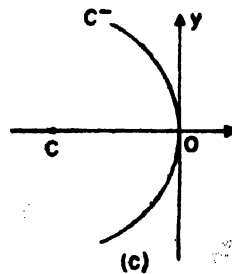



Fig. 1.23

$S$ তলের সমীকরণ হল

$$(x-r)^2+y^2+z^2=r^2 \quad (1.31)$$

অথবা $x=\frac{1}{2r}(x^2+y^2+z^2)$ (1.32)

$S$ তলের উপর $P$ বিন্দুটি যদি মূলবিন্দু $O$ থেকে খুব বেশী দূরে না হয় তবে,

$$x^2<<(y^2+z^2)$$

অর্থাৎ $x=\frac{1}{2r}(y^2+z^2)$ (1.33)

যদি বক্রতা (curvature) $c$ হয় তবে $c=\frac{1}{r}$

এবং $x=\frac{c}{2}(y^2+z^2)$ (1.34)

$c$ ধনাত্মক হলে $x$ ধনাত্মক হবে অর্থাৎ ধনাত্মক $c$-এর জন্য তলটি ডানদিকে অবতল (concave) হবে (Fig. 1.23b) এবং ঋণাত্মক $c$-এর তলটি ডানদিকে উত্তল (convex) হবে (Fig. 1.23c)।

(e) কোন রশ্মিকে পুরোপুরি নির্ণয় করতে গেলে কি করতে হবে? রশ্মিটি যদি $x$ অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে তবে রশ্মিটি $x$ অক্ষ দিয়ে গিয়েছে এমন কোন তলে থাকবে। রশ্মিটিকে পুরোপুরি নির্দিষ্ট করতে গেলে জানতে হবে রশ্মিটি $x$ অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করেছে ও রশ্মিটি $x$ অক্ষের সঙ্গে কত কোণ করেছে। যে বিন্দুতে ছেদ করেছে তার সংকেত কি করে ঠিক করা হবে তা আমরা আগেই দেখেছি। রশ্মিটি অক্ষের সঙ্গে কত কোণ করেছে তা নির্দিষ্ট করতে আমরা নিম্নলিখিত পদ্ধতিটি অনুসরণ করব। যদি $x$ অক্ষকে বামাবর্তে (anticlockwise) $\theta$ কোণে ঘুরিয়ে ($\theta<\pi/2$) রশ্মিটির উপর সমাপতিত করা যায় তবে রশ্মিটি $x$ অক্ষের সঙ্গে $\theta$ কোণ করে আছে এবং $\theta$ ধনাত্মক। দক্ষিণাবর্তে (clockwise) ঘোরাতে হলে $\theta$ ঋণাত্মক।

রশ্মিটিকে নির্দিষ্ট করবার আর একটি বিকল্প পদ্ধতি আছে। ধরা যাক রশ্মিটি $x-y$ তলে আছে। রশ্মিটি $x$ ও $y$ অক্ষকে $(b, o)$ ও $(o, h)$ বিন্দুতে ছেদ করেছে (Fig. 1.24)। মূল বিন্দু থেকে এই ছেদ বিন্দুগুলির

ছেদন দূরত্ব (intersection length) যথাক্রমে $l$ ও $h$। Fig. 1.24 থেকে দেখা যাচ্ছে যে $\theta$ ধনাত্মক হলে $l$ ও $h$-এর মধ্যে একটি ধনাত্মক হলে অপরটি ঋণাত্মক।

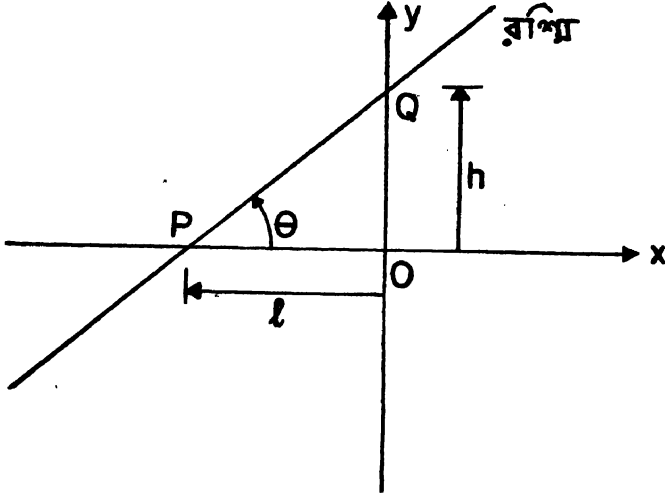



Fig. 1.24

অতএব $$\tan\theta = -\frac{h}{l} \tag{1.35}$$

কোন তলের উপর কোন বিন্দু দিয়ে একটি রশ্মি গিয়েছে। ঐ রশ্মিটি ঐ বিন্দুতে অভিলম্বের (normal) সঙ্গে $\theta$ কোণ করেছে। যদি অভিলম্বটিকে বামাবর্তে $\theta$ কোণ ঘুরিয়ে $(\theta<\pi/2)$ রশ্মিটির সঙ্গে সমাপতিত করা যায় তবে $\theta$ ধনাত্মক।

অপটিক্যাল তন্ত্রের মধ্য দিয়ে যে সব রশ্মি গিয়েছে তাদের সবগুলিই যে অক্ষকে কোন না কোন বিন্দুতে ছেদ করবে এমন কোন কথা নেই। যারা ছেদ করে না তাদের অপাতির্যক রশ্মি (skew rays) বলে। অপাতির্যক রশ্মিকে পুরোপুরি নির্দিষ্ট করতে গেলে জানতে হবে ঐ রশ্মিটি কোন একটি তলকে কোন্ বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং ঐ রশ্মিটির অক্ষগুলির সাপেক্ষে দিক্-কোসাইন (direction cosines) গুলি কত। এই বইতে অপাতির্যক রশ্মির ব্যবহার করবার খুব বেশী প্রয়োজন পড়বে না।

(f) ফোকাস দৈর্ঘ্যের সংকেতের বিষয়ে §3.13 তে বলা হয়েছে।

পরিচ্ছেদ 2

# সমতল পৃষ্ঠে প্রতিফলন ও প্রতিসরণ

**2.1** পরবর্তী পরিচ্ছেদে (§ 3.2এ) আমরা প্রতিসম অপটিক্যাল তন্ত্রের আলোচনা করব। সমতলে প্রতিফলন ও প্রতিসরণও ঐ একই আলোচনার অন্তর্ভুক্ত করা সম্ভব। প্রতিসম অপটিক্যাল তন্ত্রের আলোচনায় রশ্মির ধারণা ছাড়াও আরো কিছু সরলীকরণের সাহায্য নেওয়া হয়। সমতল পৃষ্ঠে প্রতিফলন ও প্রতিসরণের বিভিন্ন সমস্যার সমাধানের জন্য এই সব সরলী-করণের সাহায্য না নিলেও চলে। সোজাসুজি প্রতিফলন ও প্রতিসরণের মূল সূত্রগুলি প্রয়োগ করলেই হয়। বর্তমান পরিচ্ছেদে আমরা তাই করব।

**2.1.1 প্রতিফলনের দরুণ রশ্মির চ্যুতি (deviation) :**

প্রতিফলনের ফলে রশ্মির দিক পরিবর্তন হয়। যতটুকু দিক পরিবর্তন হয় তাকে **চ্যুতি** (deviation) বলে।

(a) **স্থির দর্পণে (Stationary mirror) চ্যুতি :**

$MM'$ একটি স্থির দর্পণ। $AO$ রশ্মি $MM'$ দর্পণে $O$ বিন্দুতে আপতিত হয়েছে এবং $OA''$ বরাবর প্রতিফলিত হয়েছে (Fig. 2.1)।

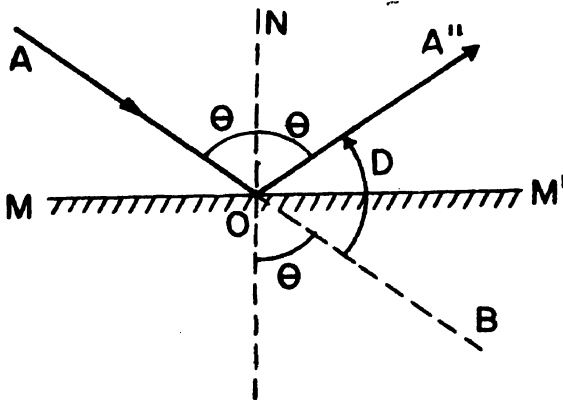



Fig. 2.1

অতএব চ্যুতি $D = \angle A''OB = \pi - 2\theta$ (2.1)

এখানে $\theta$ = আপতন কোণ।

**(b) তির্যকভাবে আনত দুটি দর্পণের ক্ষেত্রে চ্যুতি :**

দুটি দর্পণ তির্যকভাবে $\alpha$ কোণে আনত (Fig. 2.2)।

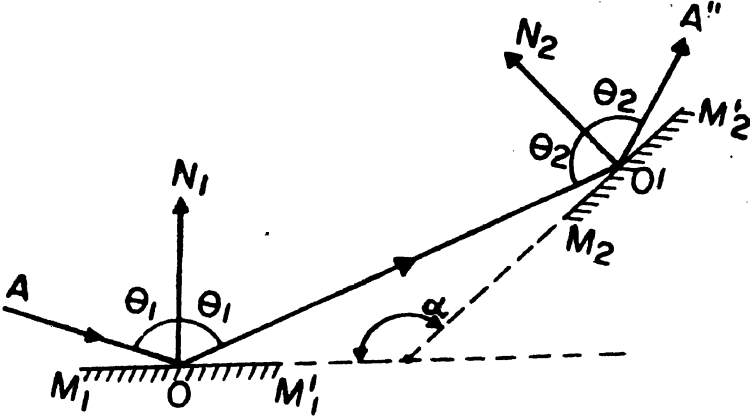



Fig. 2.2

মোট চ্যুতি

$$D = D_1 + D_2 = (\pi - 2\theta_1) + (\pi - 2\theta_2)$$
$$= 2\pi - 2(\theta_1 + \theta_2)$$
$$= 2\pi - 2\alpha = 2(\pi - \alpha) \qquad (2.2)$$

কেননা, $\left(\frac{\pi}{2} - \theta_1\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \theta_2\right) + \alpha = \pi$

অর্থাৎ $\theta_1 + \theta_2 = \alpha$

**(c) দর্পণ স্থির রেখে আপতিত রশ্মির কোণ বৃদ্ধির ফলে চ্যুতির পরিবর্তন :—**

আপতন কোণ $\theta$ হতে $\theta + \alpha$ করা হল।

চ্যুতির পরিবর্তন $\delta D = D_2 - D_1$

$$= [\pi - 2(\theta + \alpha)] - [\pi - 2\theta] = -2\alpha \qquad (2.3)$$

অর্থাৎ আপতন কোণ বাড়ালে চ্যুতি কমবে।

**(d) ঘূর্ণায়মান দর্পণে চ্যুতির পরিবর্তন :**

আপতিত রশ্মির দিক পরিবর্তন না করে দর্পণকে $\alpha$ কোণে ঘুরালে (Fig. 2.3) প্রতিফলিত রশ্মি $2\alpha$ কোণে ঘুরবে ও দর্পণ $\alpha$ ঘুরালে অভিলম্বও

$\alpha$ কোণে ঘুরবে। অর্থাৎ আপতন কোণ $\theta$ হতে বদ্‌লে $\theta+\alpha$ হবে। প্রতি-ফলিত রশ্মি পরিবর্তিত অভিলম্ব $ON'$ এর সঙ্গে $\theta+\alpha$ কোণ করবে অর্থাৎ

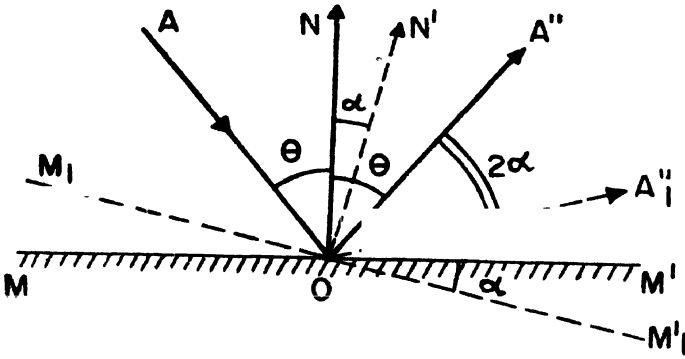



Fig. 2.3

পূর্বের অভিলম্ব $ON$ এর সঙ্গে $\alpha+\theta+\alpha=\theta+2\alpha$ কোণ করবে। অতএব প্রতিফলিত রশ্মি $2\alpha$ কোণে ঘুরবে।

### 2.1.2 অভিসারী রশ্মিগুচ্ছের সমতল দর্পণে প্রতিফলন :—

$O$ একটি বিন্দু অভিবিম্ব। $O$ হতে রশ্মিগুচ্ছ চারদিকে অপসারী।

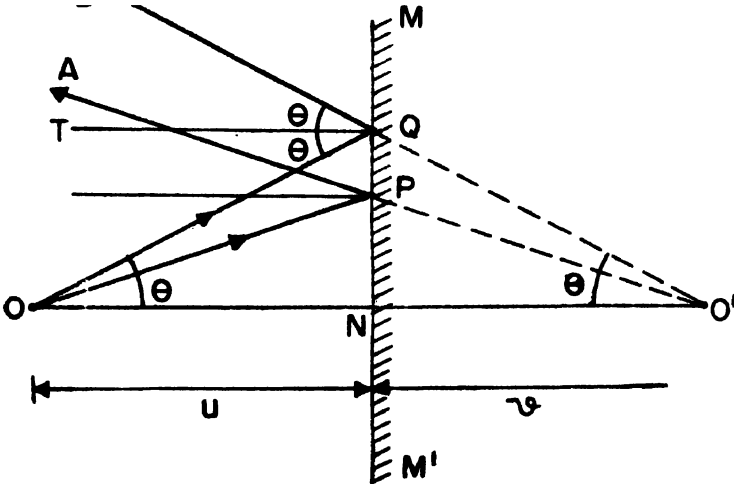



Fig. 2.4

এই রশ্মিগুচ্ছের যে কোন একটি রশ্মি $OQB$-র সমতল দর্পণ $MM'$-এ আপতন কোণ $\theta$। $ON$ রেখা $MM'$ এর উপর লম্ব। প্রতিফলিত রশ্মি $QB$ এর বর্দ্ধিতাংশ $ON$ এর বর্দ্ধিতাংশকে $O'$ বিন্দুতে ছেদ করেছে

(Fig. 2.4)। $Q$ বিন্দুতে $TQ$, $MM'$ এর উপর লম্ব। $\angle NOQ = \angle TQB = \angle NO'Q = \theta$ কারণ $TQ$ ও $OO'$ সমান্তরাল যেহেতু উভয়েই $MM'$ এর উপর লম্ব।

$\angle QNO = \angle QNO' = 90°$। অতএব $\Delta$' $QNO$ ও $QNO'$ সর্বসম। সুতরাং $ON = NO'$। $O'$ বিন্দু $O$-র মধ্য দিয়ে দর্পণের উপর লম্ব $OO'$-এর উপরে অবস্থিত। $O'$-এর অবস্থান অতএব নির্দিষ্ট। যেহেতু $OQ$ আপতিত রশ্মিগুচ্ছের মধ্যে যেকোন একটি সেহেতু $O$ হতে আগত সব রশ্মিই দর্পণে প্রতিফলনের পর $O'$ বিন্দু হতে আসছে বলে মনে হবে।

$O'$ বিন্দু $O$ বিন্দুর প্রতিবিম্ব। প্রতিবিম্ব অসদ্। প্রতিবিম্বের দূরত্ব দর্পণ হতে অভিবিম্বের দূরত্বের সমান। অভিবিম্ব যদি বিস্তৃত হয় তবে তাকে বিন্দু-অভিবিম্বের সমষ্টি বলে ধরতে পারি। প্রতিটি বিন্দু প্রতিবিম্ব অনুরূপভাবে যথাস্থানে পাওয়া যাবে। প্রতিবিম্ব অভিবিম্বের অনুরূপ হবে। তাদের আকার এক হবে।

**প্রশ্ন :** (1) দর্পণে প্রতিবিম্ব আড়াআড়ি ভাবে ওল্টানো (laterally inverted) হয় কেন ?

(2) একটি সমতল দর্পণের তল যথার্থ ভাবে সমতল কিনা কিভাবে পরীক্ষা করা যায় ?

### 2.2.1 একাধিক দর্পণে বারবার প্রতিফলনের ফলে প্রতিবিম্ব গঠন :

আমরা এখানে কেবলমাত্র **দুটি আনত (inclined) সমতল দর্পণের** বিষয়টিই আলোচনা করব। $M_1$ ও $M_2$ দুটি দর্পণ $M_1OM_2$ কোণে অবস্থিত (Fig. 2.5)। দর্পণ দুটির মধ্যে $P$ একটি বিন্দু অভিবিম্ব।

$$\angle POM_1 = \alpha$$
$$\angle POM_2 = \beta$$

এবং $\angle M_1OM_2 = \alpha + \beta = \epsilon$

পরপর প্রতিফলনের জন্য অনেকগুলি প্রতিবিম্বের সৃষ্টি হবে। $M_1$ দর্পণে প্রতিফলনের জন্য $A_1$ প্রথম প্রতিবিম্ব, $PQA_1$ লম্বের উপর অবস্থিত। $PQ = QA_1$। সুতরাং $OA_1 = OP$। $M_2$ দর্পণে $A_1$ এর প্রতিবিম্ব হবে $A_2$তে। একই ভাবে $OA_1 = OA_2$। এভাবে $M_1$ দর্পণ নিয়ে শুরু করে একবার $M_1$ আর একবার $M_2$ তে প্রতিফলনের জন্য পরপর $A_1$, $A_2$, $A_3$,...

ইত্যাদি প্রতিবিম্বের সৃষ্টি হবে, এবং $OP = OA_1 = OA_2 = OA_3 \cdots$ হবে। অর্থাৎ অভিবিম্ব ও তার প্রতিবিম্বগুলি একটি বৃত্তের উপর থাকবে। এই বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ $OP$। $A_1, A_2, \ldots$ ইত্যাদি প্রতিবিম্বকে 'ক' শ্রেণীর প্রতিবিম্ব

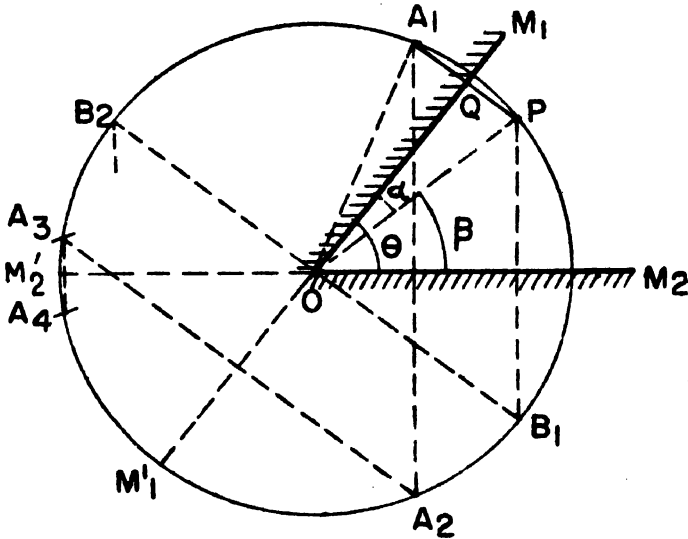



Fig. 2.5

বলা যেতে পারে। এই শ্রেণীর কোন প্রতিবিম্ব যদি দুটো দর্পণেরই পিছনে পড়ে অর্থাৎ $M_1'OM_2'$ কোণের মধ্যে পড়ে, তবে সেই প্রতিবিম্বই এই শ্রেণীর শেষ প্রতিবিম্ব।

$M_2$ দর্পণে $P$ বিন্দুর প্রথম প্রতিফলন ধরে শুরু করলে অনুরূপভাবে $B_1$, $B_2 \ldots$ ইত্যাদি আর একশ্রেণীর প্রতিবিম্ব পাওয়া যাবে যাদের 'খ' শ্রেণীর প্রতিবিম্ব বলা যেতে পারে। এই প্রতিবিম্ব গুলির ক্ষেত্রেও $OP = OB_1 = OB_2 \ldots$ অর্থাৎ $B_1, B_2 \ldots$ ইত্যাদি প্রতিবিম্বগুলি আগের বৃত্তের উপরই থাকবে।

(i) যদি $\frac{2\pi}{\theta} = n$ একটি পূর্ণ সংখ্যা হয় তবে

প্রতিবিম্বের সংখ্যা $N = n - 1$ (2.4)

(ii) $n$ যদি অখণ্ড সংখ্যা না হয় তবে প্রতিবিম্বের সংখ্যা হবে $n$ এর পরবর্তী বড় পূর্ণ সংখ্যা।

(a) $\theta = 60°$ হলে $n = \frac{2\pi}{60°} = 6$ অতএব প্রতিবিম্বের সংখ্যা 5 হবে।

$\theta = 90°$ হলে $n = \frac{2\pi}{90°} = 4$ অর্থাৎ প্রতিবিম্বের সংখ্যা 3 হবে।

(b) $\theta = 50°$ হলে $n = \frac{2\pi}{50} = 7.2 = 7 + 0.2$

অতএব প্রতিবিম্বের সংখ্যা $= 7 + 1 = 8$।

**প্রশ্ন :** (1) যখন $\theta = 90°$ তখন প্রতিবিম্বের সংখ্যা যে 3 হবে তা অঙ্কনের সাহায্যে প্রমাণ কর।

(2) দুটি সমান্তরাল দর্পণ মুখোমুখি রয়েছে। তাদের মাঝখানে কোন জায়গায় একটি অভিবিম্ব রাখা হলে অসংখ্য প্রতিবিম্ব হওয়া উচিত। যুক্তি সহকারে প্রমাণ কর। কার্যতঃ প্রতিবিম্বের সংখ্যা কম হয়। তার কারণ কি হতে পারে ?

### 2.2.2 ব্যবহারিক প্রয়োগ

1. **সরল পেরিস্কোপ** (simple periscope) **:** সমান্তরাল দর্পণে বার বার প্রতিফলনের নীতি অনুসরণ করে পেরিস্কোপ তৈরী হয়েছে

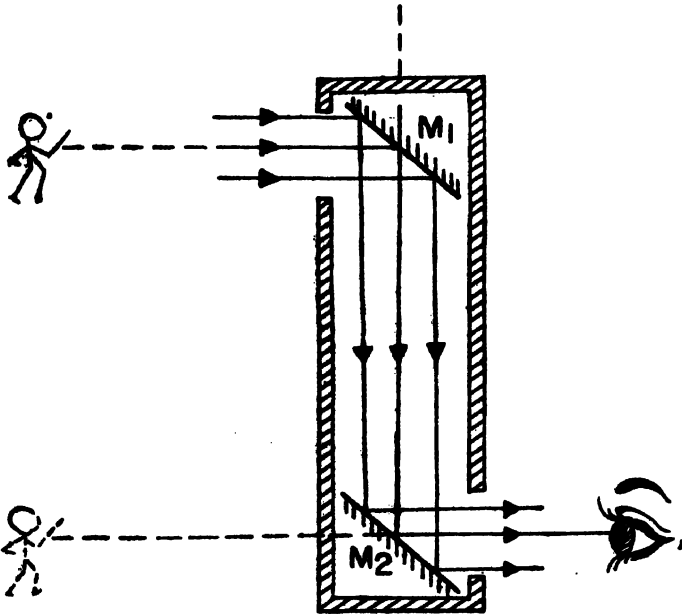



Fig. 2.6

(Fig. 2.6)। একটা লম্বা চোঙের দুদিকে দুটো দর্পণ লাগানো থাকে।

চোঙের অক্ষের সঙ্গে এদের প্রত্যেকটি 45° কোণ করে থাকে। চোঙকে খাড়া করে রেখে নীচের দর্পণে তাকালে বহুদূরের জিনিষ দেখা সম্ভব। কোন অভিবিম্ব থেকে আলো সরাসরি দর্শকের চোখে যেতে না পারলে তাকে বারবার প্রতিফলন (ও প্রতিসরণের) মাধ্যম দর্শকের চোখে পৌঁছে দেওয়াই হল পেরিস্কোপের কাজ।

পেরিস্কোপের সাহায্য ভীড়ের মধ্যে দাড়িয়ে থেকে লোকের মাথার উপর দিয়ে দূরের খেলা দেখা যায়, পরিখার ভিতরে বসে বাইরের শত্রুসেনার কার্যকলাপ পর্যবেক্ষণ করা যায়। ডুবোজাহাজের একটি অত্যাবশ্যক অঙ্গ হল এই পেরিস্কোপ। ডুবোজাহাজ জলের নীচে থাকলেও পেরিস্কোপের মাথা জলের উপরে রেখে জলের উপরের সব কিছুর উপর নজর রাখা যায়। ডুবোজাহাজের পেরিস্কোপের গঠনপ্রকৃতি অনেক জটিল এবং সেখানে সাধারণ দর্পণ ব্যবহার না করে প্রিজম্ প্রতিফলক ব্যবহার করা হয়।

2. **সেক্সট্যাণ্ট (Sextant) :** এই যন্ত্রে ঘূর্ণমান দর্পণের নীতি অনুসরণ করা হয়েছে (**Fig. 2.7 a ও b**)।

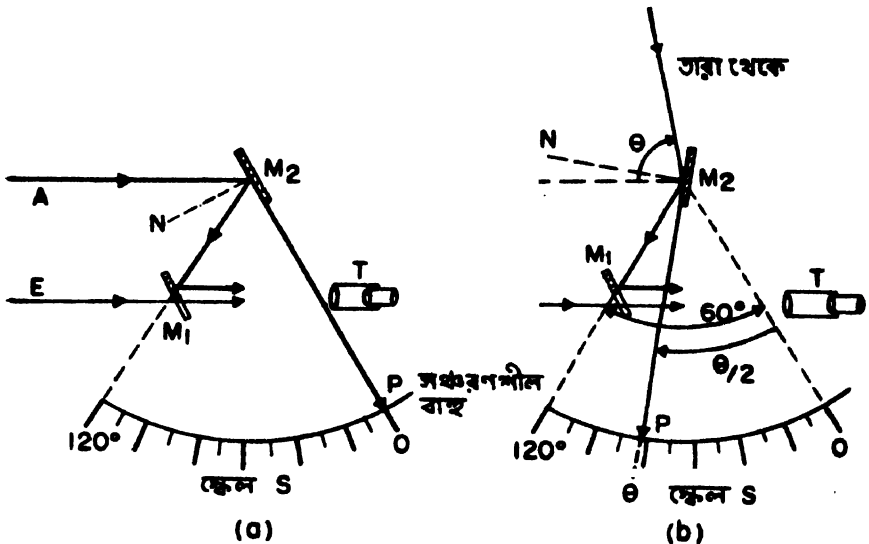



**Fig. 2.7** সেক্সট্যাণ্ট যন্ত্র। দিগন্ত দর্পণ $M_1$ এর অর্ধেক প্রলেপবিহীন। সূচক দর্পণ $M_2$ সঞ্চরণশীলবাহু $M_2P$ র সঙ্গে যুক্ত। $P$ সূচক চক্রাকার স্কেল $S$ এর উপর ঘুরতে পারে। $M_2P$ বাহুর ঘূর্ণন অক্ষ অনুভূমিক। $T$ দূরবীন্ যন্ত্র।

যখন দূরবীক্ষণ যন্ত্রের দৃষ্টিক্ষেত্রের দুই অর্দ্ধেই একই দিগন্ত দেখা যায় তখন $M_1$ ও $M_2$ সমান্তরাল। সূচক $P$ তখন চক্রস্কেলের শূন্যতে থাকে।

এখন সঞ্চরনশীল বাহুকে $\theta/2$ কোণে ঘোরালে $M_2$ ও $\theta/2$ কোণে ঘুরবে। এর ফলে যদি কোন তারাকে দূরবীক্ষণ যন্ত্রে দিগন্তে দেখা যায় তবে তার কৌণিক উচ্চতা হবে $\theta$। স্কেলে এমন ভাবে দাগ কাটা আছে যে সূচককে $\theta/2$ কোণ সরালে স্কেলের পাঠে $\theta$ পরিবর্ত্তন হয়। অর্থাৎ স্কেলের পাঠ থেকে সরাসরি কৌণিক উচ্চতা পাওয়া যাবে। এভাবে তারা, গ্রহ ইত্যাদির কৌণিক উচ্চতা মাপা হয়ে থাকে।

**2.3** প্রতিসরণের সূত্রাবলী, প্রতিসরাঙ্ক ইত্যাদির আলোচনা পরিচ্ছেদ 1এ করা হয়েছে। সেখানে আমরা একটি আলোক রশ্মির কথাই আলোচনা করেছি। এবার আমরা একটি বিন্দু অভিবিম্ব থেকে অপসারী রশ্মিগুচ্ছের প্রতিসরণ এবং প্রতিবিম্ব হওয়ার সম্ভাব্যতা বিচার করব।

### 2.3.1 অপসারী রশ্মিগুচ্ছের প্রতিসরণ :

এককেন্দ্রিক (homocentric) রশ্মিগুচ্ছ সমতলে প্রতিসরণের পরে আর এককেন্দ্রিক থাকে না। বিন্দু অভিবিম্ব $Q$ থেকে অপসারী রশ্মিগুচ্ছের দুটি আলোকরশ্মি Fig. 2.8 এ দেখানো হয়েছে। প্রতিসৃত রশ্মি $BB'$ কে পশ্চাৎদিকে বর্দ্ধিত করলে $Q$ বিন্দু দিয়ে প্রতিসারক তলের উপর যে লম্ব গেছে তাকে $Q'$ বিন্দুতে ছেদ করে। আমরা $Q'$ এর অবস্থান নির্ণয় করব।

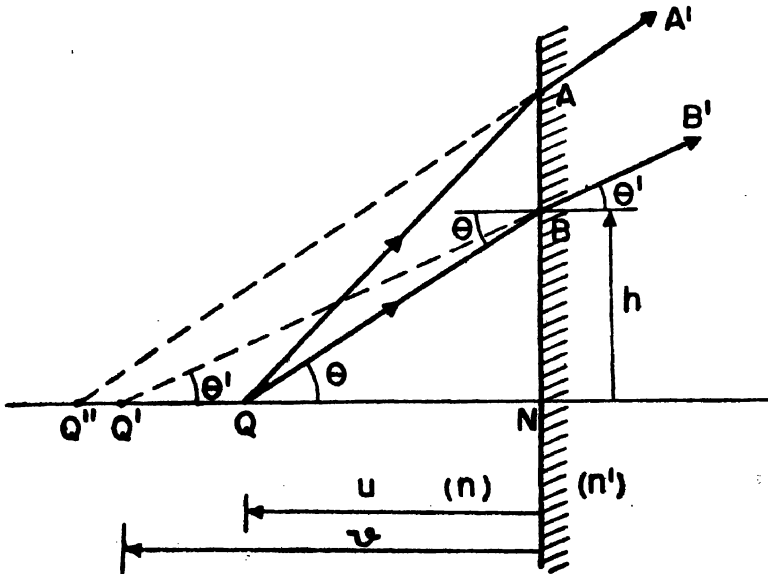



Fig. 2.8

ধরা যাক

$QN=u$, $Q'N=v$, ও $BN=h$ তাহলে $h=u\tan\theta=v\tan\theta'$

অর্থাৎ $$v=u\,\frac{\tan\theta}{\tan\theta'}=u\,\frac{\sin\theta}{\sin\theta'}\,\frac{\cos\theta'}{\cos\theta}=u\,\frac{n'}{n}\left(\frac{\cos\theta'}{\cos\theta}\right) \tag{2.5}$$

$\frac{\cos\theta'}{\cos\theta}$ অনুপাত ধ্রুব নয়। $\theta$ যখন খুব ছোট তখন এই অনুপাতের মান একক। $\theta$ বাড়ালে এই অনুপাত আস্তে আস্তে বেড়ে পরে খুব তাড়াতাড়ি বাড়ে। সেজন্য বিভিন্ন কোণে রশ্মিগুলির পশ্চাদ্দিকে বর্দ্ধিতাংশ একটি মাত্র বিন্দু $Q'$ এ মিলিত না হয়ে লম্বের উপরস্থ বিভিন্ন বিন্দু দিয়ে যায়। কাজে কাজেই প্রতিসৃত রশ্মিগুচ্ছ একটি মাত্র বিন্দু দিয়ে যাবে না। যদি $n>n'$, তাহলে পর পর রশ্মিগুলি পরস্পরকে ছেদ করবে একটি বক্ররেখায় এবং প্রতিবিম্ব একটি বিন্দু না হয়ে হবে একটিতল যাকে বলা হয় কষ্টিক (caustic) তল (Fig. 2.9)। এই কষ্টিকতল $QN$ অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম হবে।

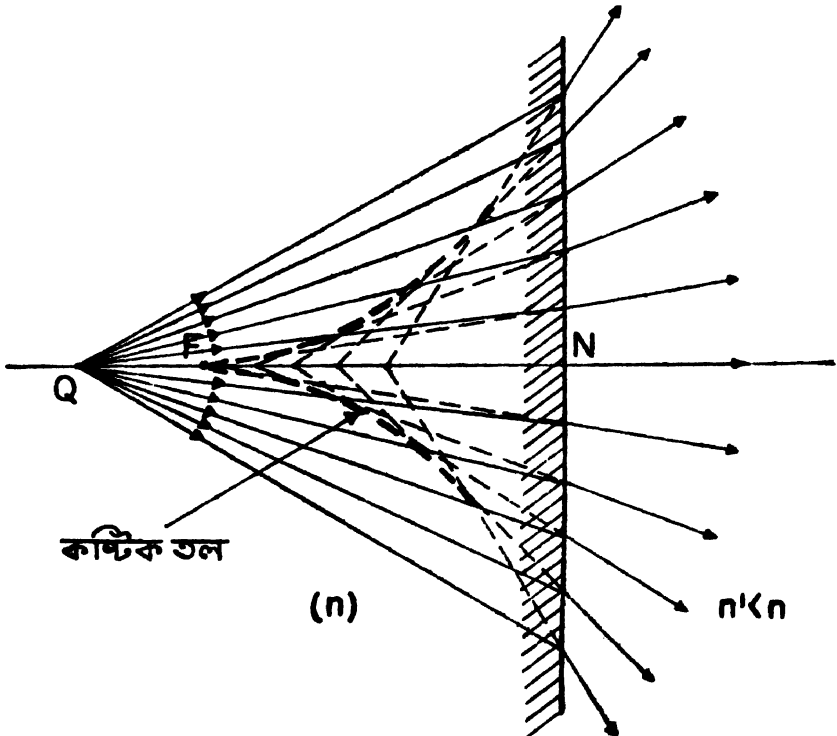



Fig. 2.9 কষ্টিকতল ; F কষ্টিক তলের সূচীমুখ বা cusp।

### 2.3.2 উপাক্ষীয় রশ্মির (paraxial rays) ক্ষেত্রে প্রতিবিম্ব গঠন :

আমরা যখন কোন প্রতিসারী মাধ্যমের ভিতরে লম্বভাবে তাকাই, যেমন চৌবাচ্চার জলে কিম্বা এ্যাকুইরিয়ামে, তখন কিন্তু আমরা ভিতরের জিনিষপত্র বেশ পরিষ্কার দেখতে পাই। এটা কি করে সম্ভব? আসলে চোখের মণি খুবই ছোট এবং তার মধ্য দিয়ে যে সব রশ্মি চোখে প্রবেশ করে তারা জলের তলের লম্বের সঙ্গে এত ছোট কোণ করে যে, এই সমস্ত রশ্মির ক্ষেত্রেই $\frac{\cos\theta'}{\cos\theta}$ অনুপাতের মান একক। ফলে উপাক্ষীয় রশ্মির বেলায় ($\cos\theta \sim 1$)

$$v = u\frac{n'}{n} = \text{ধ্রুবক} \tag{2.6}$$

সুতরাং এক্ষেত্রে তল থেকে $v$ দূরত্বে বেশ চমৎকার একটি অসদ্‌বিম্ব পাওয়া যাবে। $n > n'$ হলে $v < u$। সেজন্য জলের মধ্যে কোন জিনিষ দেখলে সেটা একটু কাছে চলে এসেছে বলে মনে হবে (Fig. 2.10*a*)।

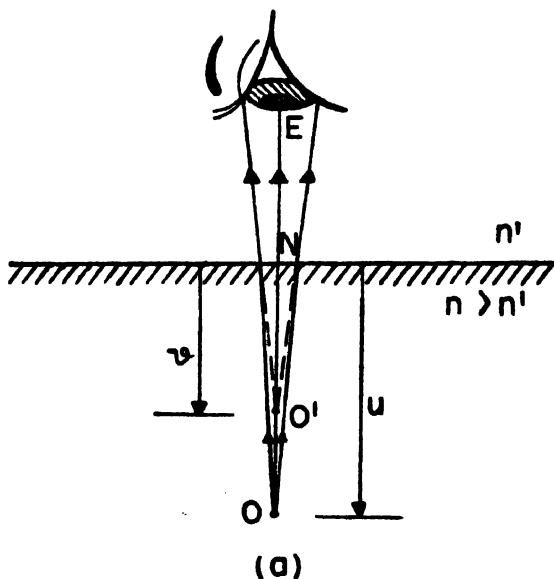
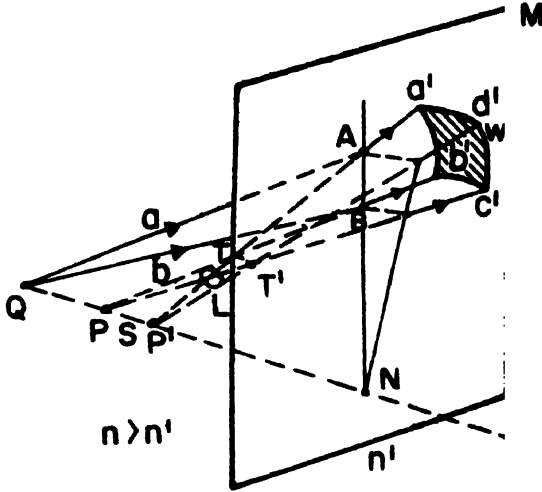



Fig. 2.10

### 2.3.3 তির্যক রশ্মিগুচ্ছের ক্ষেত্রে বিষমদৃষ্টি (astigmatism)

তির্যক ভাবে দেখলে রশ্মিগুচ্ছ খুব সীমাবদ্ধ হলেও ব্যাপারটা অন্যরকম হবে। $Q$ অভিবিম্ব থেকে $a$ ও $b$ রশ্মিদ্বয় $A$ ও $B$ বিন্দুতে প্রতিসৃত হয়ে

$Aa'$ ও $Bb'$ বরাবর গিয়েছে (Fig. 2.10b)। সমীকরণ (2.5) অনুসারে আপতন কোণ বেশী হওয়ার দরুণ প্রতিসৃত রশ্মিদ্বয় একটি বিন্দু থেকে আসছে বলে মনে হবে না। $M$ তলের উপর লম্ব $QN$ এর $P$ ও $P'$ বিন্দু থেকে প্রতিসৃত হচ্ছে বলে মনে হবে। এই রশ্মিদ্বয় $T$ বিন্দুতে ছেদ

(b)
Fig. 2.10(b)

করেছে। $T$ বিন্দু কিন্তু প্রতিবিম্ব নয়। কেননা $QAB$ ত্রিভুজকে $QN$ এর সাপেক্ষে অল্প ঘোরালে $Q$ থেকে যে শঙ্কু পাওয়া যাবে তার অন্তর্গত রশ্মি-গুচ্ছ প্রতিসৃত হয়ে $a'$ $b'$ $c'$ $d'$ এর মধ্য দিয়ে যাবে এবং তাদের আপাত প্রতিবিম্ব $T$ গুলি একটি রেখা $TT'$ এর উপরে থাকবে। সমস্ত প্রতিসৃত আলোকরশ্মিকে পিছনে বাড়ালে দেখা যাবে যে তারা দুটি রেখার উপরে পরস্পরকে ছেদ করেছে। একটি রেখা হল $TT'$ ; অপর রেখাটি $PP'$, $QN$ লম্বের উপর অবস্থিত। $Q$ এর প্রতিবিম্ব হিসাবে যা দেখা যাবে তা হল একটা আলোকিত চাকৃতি $L$ যার কিনারগুলি অস্পষ্ট। এটা দেখা যাবে $PP'$ ও $TT'$ এর মাঝখানে কোন এক জায়গায়। বলা হয় যে প্রতিবিম্বটি বিষমদৃষ্টি (astigmatism) জনিত দোষযুক্ত। এই দোষের জন্য জলের ভিতরে তির্যকভাবে তাকালে ভিতরের জিনিষপত্র অস্পষ্ট মনে হয়।

### 2.4.1 সমান্তরাল ফলকের ক্ষেত্রে প্রতিবিম্ব গঠন

সমান্তরাল ফলকের মধ্য দিয়ে কোন আলোকরশ্মি গেলে নির্গম রশ্মি

(emergent ray) আপাতিত রশ্মির সমান্তরাল হয় (§ 1.3.3d)। কিন্তু নির্গম রশ্মির কিছু পার্শ্বসরণ (lateral displacement) ঘটে (Fig. 2.11)।

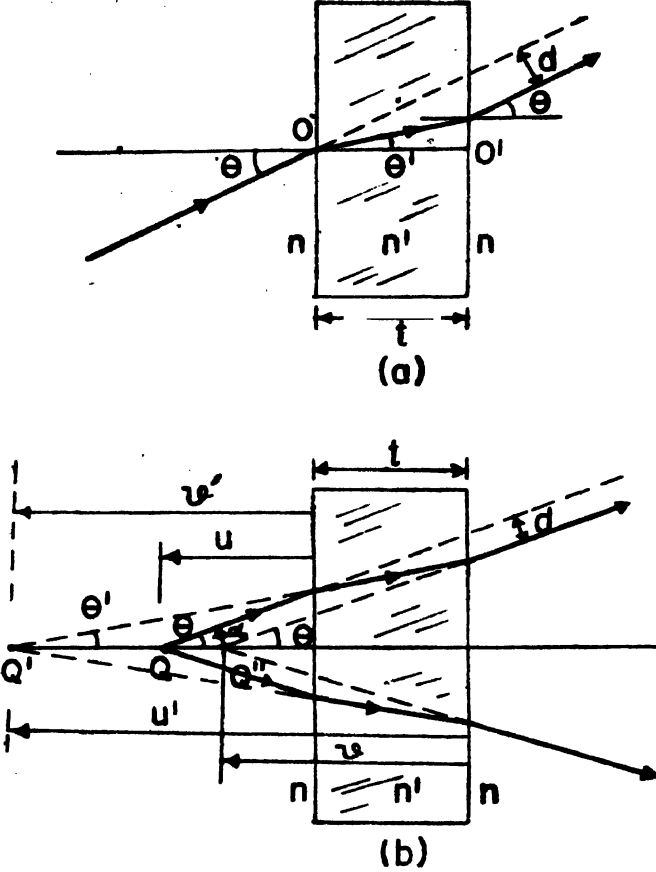



Fig. 2.11

পার্শ্বসরণ $d = OO' \sin(\theta - \theta')$

কিন্তু $OO' \cos\theta' = t$

অর্থাৎ $d = t \dfrac{\sin(\theta - \theta')}{\cos\theta'}$

$$= t \sin\theta\left(1 - \frac{\sin\theta'}{\sin\theta} \frac{\cos\theta}{\cos\theta'}\right)$$

$$= t \sin\theta\left(1 - \frac{n}{n'} \frac{\cos\theta}{\cos\theta'}\right) \qquad (2.7)$$

আপতন কোণ $\theta$ যখন খুব ছোট তখন

$$d = t \sin \theta \left(1 - \frac{n}{n'}\right) \quad (2.8)$$

আবার,

$$QQ'' = \frac{a}{\sin \theta} \left(1 - \frac{n}{n'} \frac{\cos \theta}{\cos \theta'}\right)$$

উপাক্ষীয় রশ্মির ক্ষেত্রে $QQ'' = t \left(1 - \frac{n}{n'}\right) =$ ধ্রুব। কাজে কাজেই $Q$ অভিবিম্ব থেকে প্রতিসারী রশ্মিগুচ্ছ যদি উপাক্ষীয় হয় (Fig. 2.11b) তবে $Q$ বিন্দুর একটি বিন্দু প্রতিবিম্ব $Q''$ পাওয়া যাবে। সেজন্য একটি সমান্তরাল প্রতিফলকের মধ্য দিয়ে তাকালে আমরা অন্য দিকের জিনিষগুলি স্পষ্টই দেখি। রশ্মিগুচ্ছ যদি বেশী অপসারী হয় তবে বিভিন্ন আপতন কোণের আলোক রশ্মির জন্য নির্গম রশ্মির পার্শ্বসরণ বিভিন্ন হবে, ফলে বিন্দু অভিবিম্বের ক্ষেত্রে প্রতিবিম্ব বিন্দু না হয়ে একটা অস্পষ্ট আলোর চাকৃতি হবে।

**প্রশ্ন** : (1) পুরু কাঁচের আয়নার সামনে কোন বস্তু ( যেমন জ্বলন্ত মোমবাতি ) রেখে তির্যকভাবে দেখলে একাধিক প্রতিবিম্ব দেখা যায়। প্রতিবিম্বগুলি সব সমান স্পষ্ট বা উজ্জ্বল নয়। কেন ?

(2) $t_1, t_2 \cdots t_m$ প্রভৃতি গভীরতার এবং $n_1, n_2, \cdots n_m$ প্রভৃতি প্রতিসরাঙ্কের কতকগুলি মাধ্যম যদি পরপর থাকে, তবে বায়ু থেকে লম্বভাবে এই মাধ্যম সমষ্টির আপাত গভীরতা হবে

$$\frac{t_1}{n_1} + \frac{t_2}{n_2} + \cdots + \frac{t_m}{n_m} = \sum_{i=1}^{m} \frac{t_i}{n_i}$$ । প্রমাণ কর।

## 2.4.2 চলমান অণুবীক্ষণ (travelling microscope) দিয়ে প্রতিসরাঙ্ক নির্ণয়।

যে বস্তুর প্রতিসরাঙ্ক মাপতে হবে তার একটি সমান্তরাল ফলক নেওয়া হল। ফলকটি চলমান অণুবীক্ষণের পাটাতনের উপর রেখে অণুবীক্ষণ দিয়ে উপর থেকে লম্ব ভাবে দেখতে হবে (Fig. 2.12)। পাটাতনটি অনুভূমিক। স্ক্রু ঘুরিয়ে অণুবীক্ষণটিকে উপর নীচে সরানো যায় এবং তার অবস্থান উল্লম্ব (vertical) স্কেল থেকে পাওয়া যায়। পাটাতনের উপরে $P$ তে একটি চিহ্ন ( কালির দাগ ) এবং ফলকের উপর তলে আর একটি চিহ্ন ( কালির দাগ )

দেওয়া হল। ফলকটি না রেখে পাটাতনের $P$ চিহ্নটিকে ফোকাস্ করা হল। এখন অভিলক্ষ্য $O$ তে এবং উল্লম্ব স্কেলের পাঠ (reading) $L$। এবার ফলকটি $P$ এর উপরে বসিয়ে $P$ কে ফোকাস করা হল। $P$ কে $P'$ স্থানে

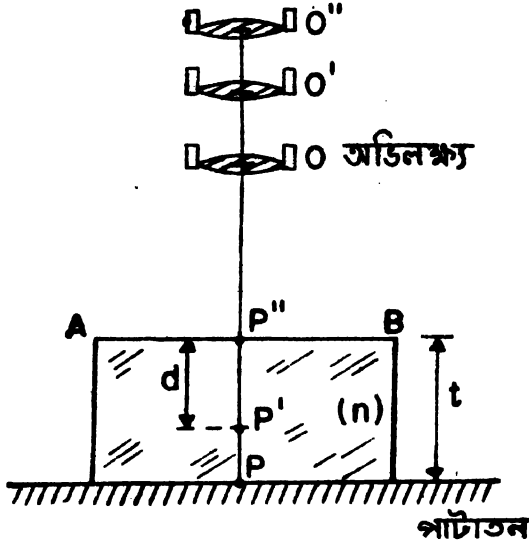



Fig. 2.12

দেখা যাবে এবং ফোকাস্ করতে অভিলক্ষ্যকে উপরে ওঠাতে হবে। অভিলক্ষ্যের অবস্থান $O'$ এবং স্কেলের পাঠ $L'$। এর পরে ফলকের উপর তলের চিহ্ন $P''$ কে ফোকাস করা হল। অভিলক্ষ্যের অবস্থান এখন $O''$ এবং স্কেলের পাঠ $L''$।

অতএব $L'' - L' = d =$ আপাত গভীরতা

এবং $L'' - L = t =$ প্রকৃত গভীরতা

অতএব, প্রতিসরাঙ্ক $n = \frac{t}{d}$ (2.9)

কোন তরলের প্রতিসরাঙ্ক মাপতে হলে তরলকে একটি চ্যাপ্টাতল কাঁচের পাত্রে নিতে হবে। $P$ চিহ্নটি পাত্রের তলায় দিতে হবে। তরলের উপরের তলে দাগ দেওয়া যাবে না, সেজন্য উপরের তলে পাতলা লাইকোপডিয়াম গুড়া ছড়িয়ে দিয়ে ফোকাস করতে হবে। বাকী পদ্ধতি একই রকম।

### 2.5.1 প্রিজম : প্রিজমের মধ্য দিয়ে আলোর প্রতিসরণ

কোন মাধ্যমের একটি ফলক যার তলগুলি পরস্পরের সঙ্গে আনত (inclined) এবং প্রান্তরেখগুলি (edges) পরস্পরের সঙ্গে সমান্তরাল তাকে

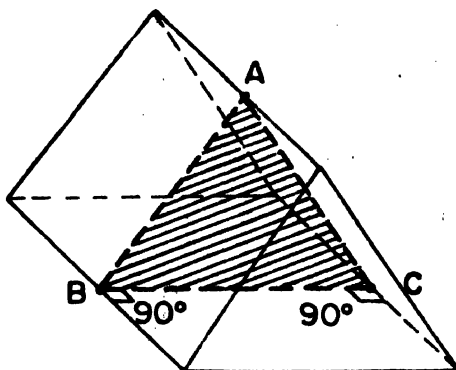



Fig. 2.13

**প্রিজম্‌** (prism) বলে। জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞানে বিশেষভাবে উল্লেখ করা না হলে, প্রিজম বল্‌তে ত্রিভুজাকৃতি ফলক বোঝাবে যার সমান্তরাল প্রান্তরেখের সংখ্যা তিন (Fig. 2.13)। প্রান্তরেখগুলির সঙ্গে সমকোণে কোন সমতল প্রিজমকে ছেদ করলে যে ত্রিভুজাকৃতি ছেদ (triangular section) পাওয়া যায় তাকে প্রধান ছেদ ( principal section ) বলে। Fig. 2.13 তে *ABC* একটি প্রধান ছেদ। আলোকরশ্মি প্রিজমের এক পিঠে আপতিত হয়ে সাধারণতঃ আর এক পিঠ দিয়ে নির্গত হয়। এ দুটি তলকে প্রতিসারক তল (refracting surfaces ) বলে। প্রতিসারক তলদ্বয়ের অন্তর্গত দ্বিতল কোণকে (dihedral angle) প্রতিসারক কোণ (refracting angle) বলে। প্রতিসারক কোণের বিপরীত তৃতীয় তলটিকে ভূমি (base) বলা হয়।

বিশেষভাবে বলা না হলে, আপতিত রশ্মি প্রিজমের প্রধান ছেদে রয়েছে এটাই বোঝাবে। রশ্মি বলতে এখানে আমরা একবর্ণের (monochromatic) রশ্মিই বুঝব।

Fig. 2.14(a) তে *ABC* প্রধান ছেদে আলোক রশ্মি *PQ, AB* ও *BC* তলে প্রতিসৃত হয়েছে। *RS* হল নির্গম রশ্মি। *PQRS* সমগ্র আলোক রশ্মির পথ। প্রিজমের প্রতিসারক তলদুটি পরস্পরের সঙ্গে আনত বলে,

প্রথম তলে প্রতিসরণের ফলে যে চ্যুতি $\delta_1$ হয়, দ্বিতীয় তলে প্রতিসরণের ফলে সেই চ্যুতি না কমে আরোও বেড়ে যায়। ফলে মোট চ্যুতির পরিমাণ

$$\begin{aligned}\delta &= \delta_1 + \delta_2 \\ &= (\theta_1 - \theta_1') + (\theta_2 - \theta_2') \\ &= (\theta_1 + \theta_2) - (\theta_1' + \theta_2')\end{aligned} \tag{2.10}$$

$\angle LQA = \angle LRA = 90°$ অতএব $\angle QLR + A = 180°$

$A =$ প্রিজমের প্রতিসারক কোণ।

কিন্তু $\theta_1' + \theta_2' + \angle QLR = 180°$। সুতরাং $A = \theta_1' + \theta_2'$

অতএব $\delta = \theta_1 + \theta_2 - A$ (2.11)

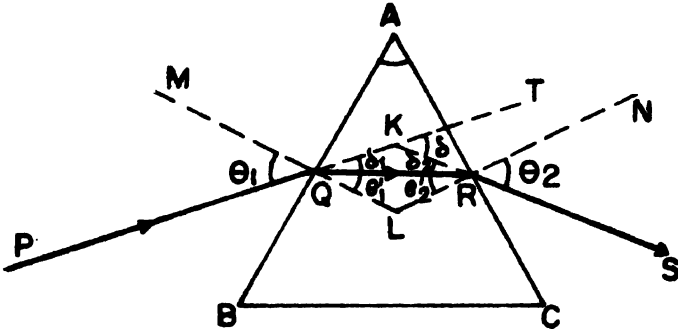
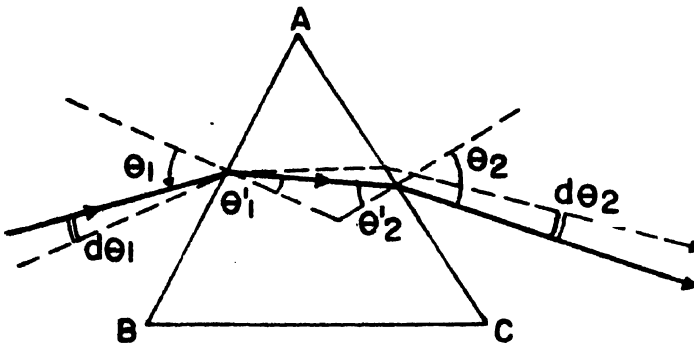



Fig. 2.14 প্রিজমে আলোক রশ্মির প্রতিসরণ।

নির্গম রশ্মির নির্গম কোণ $\theta_2$, আপতন রশ্মির আপতন কোণ $\theta_1$ এর উপর নির্ভর করে। বিভিন্ন আপতন কোণের জন্য চ্যুতি বিভিন্ন রকম হবে।

এখন যদি আপতন কোণ $\theta_1$ অল্প পালটাই (Fig. 2.14.b) তবে নির্গম কোণ $\theta_2$ কতটা পাল্টাবে ?

প্রথম তলে, $\sin\theta_1' = n\sin\theta_1$। এখানে $n$ = প্রিজম মাধ্যমের আপেক্ষিক প্রতিসরাঙ্ক।

অন্তরকলনের ফলে,

$$\cos\theta_1'\, d\theta_1' = n\cos\theta_1\, d\theta_1 \tag{2.12}$$

দ্বিতীয় তলে, $\sin\theta_2' = n\sin\theta_2$

অতএব $$\cos\theta_2'\, d\theta_2' = n\cos\theta_2\, d\theta_2 \tag{2.13}$$

(2.12) ও (2.13) থেকে

$$\frac{d\theta_2}{d\theta_1} = \frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2}\cdot\frac{\cos\theta_2'}{\cos\theta_1'}\,\frac{d\theta_2'}{d\theta_1'}$$

কিন্তু $\theta_1' + \theta_2' = A$ সুতরাং $d\theta_1' + d\theta_2' = 0$

এবং $\frac{d\theta_2'}{d\theta_1'} = -1$

অর্থাৎ $$\frac{d\theta_2}{d\theta_1} = -\frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2}\cdot\frac{\cos\theta_2'}{\cos\theta_1'} \tag{2.14}$$

**নিম্নতম চ্যুতি (minimum deviation) :—**

বিভিন্ন আপতন কোণে চ্যুতি নির্ণয় করলে দেখা যায় যে একটি বিশেষ আপতন কোণে চ্যুতি নিম্নতম হয়। আপতন কোণ তার থেকে বাড়ালে বা

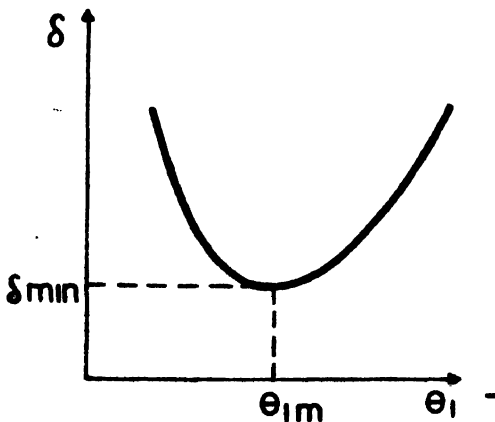



Fig. 2.15

কমালে চ্যুতি বেড়েই যায় (Fig. 2.15)। নিম্নতম চ্যুতি কত এবং কোন আপতন কোণেই বা চ্যুতি নিম্নতম হয় ?

$$\delta = \theta_1 + \theta_2 - A$$

সুতরাং $\dfrac{d\delta}{d\theta_1} = 1 + \dfrac{d\theta_2}{d\theta_1} = 1 - \dfrac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} \cdot \dfrac{\cos\theta_2'}{\cos\theta_1'}$

চ্যুতি নিম্নতম হলে $\dfrac{d\delta}{d\theta_1} = 0$

কাজেই নিম্নতম চ্যুতির সর্ত্ত হল

$$\frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} \cdot \frac{\cos\theta_2'}{\cos\theta_1'} = 1 \tag{2.15}$$

অর্থাৎ $\dfrac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} = \dfrac{\cos\theta_1'}{\cos\theta_2'}$

এর দুটি সমাধান হতে পারে

(i) $\theta_1 = \theta_2$ এবং $\theta_1' = \theta_2'$

(ii) $\theta_1 = -\theta_2$ এবং $\theta_1' = -\theta_2'$ এক্ষেত্রে $A = \theta_1' + \theta_2' = 0$

অর্থাৎ প্রিজমটি সমান্তরাল ফলক। সুতরাং অর্থবহ সমাধান হচ্ছে (i) যেখানে আপতন কোণ ও নির্গম কোণ সমান।

$$\delta_{min} = 2\theta_{1m} - A \tag{2.16}$$

নিম্নতম চ্যুতি নিয়ে আমরা এত আলোচনা করছি তার কারণ হল, প্রিজম এর অধিকাংশ ব্যবহারই হল নিম্নতম চ্যুতির অবস্থায়। নিম্নতম চ্যুতি, প্রতিসারক কোণ ও প্রতিসরাঙ্কের মধ্যে একটা খুব সরল ও সুন্দর সম্বন্ধ আছে।

(2.16) থেকে

$$\theta_{1m} = (\delta_{min} + A)/2$$

$$\theta'_{1m} = \theta'_{m2} = A/2$$

অতএব $$n = \frac{\sin\theta_{1m}}{\sin\theta'_{1m}} = \frac{\sin(A+\delta_m)/2}{\sin A/2} \tag{2.17}$$

প্রিজমের প্রতিসারক কোণ $A$ ও নিম্নতম চ্যুতি $\delta_m$ মেপে (2.17) এর সাহায্যে তার প্রতিসরাঙ্ক মাপা যায়।

### 2.5.2 প্রিজমের দ্বারা প্রতিবিম্ব গঠন

বিন্দু অভিবিম্ব থেকে অপসারী রশ্মিগুচ্ছ প্রিজমের মধ্য দিয়ে যাবার পর সাধারণতঃ কোন একটি বিন্দু প্রতিবিম্ব থেকে আসছে বলে মনে হবে না।

§2.3.3 তে যেমন দেখেছি এখানে প্রিজমের বেলাতেও দুটি রেখা $S$ ও $T$ পাওয়া যাবে। অভিবিম্বের দূরত্ব আপতন বিন্দু থেকে $u$ হলে $T$ রেখার দূরত্বও মোটামুটি $u$। $S$ রেখার দূরত্ব $v$। যখন $u$ ও $v$ এক হবে তখন বিষম দৃষ্টি জনিত দোষ থাকবে না অর্থাৎ $P$ অভিবিম্বের জন্য একটিমাত্র বিন্দু প্রতিবিম্ব পাওয়া সম্ভব হবে।

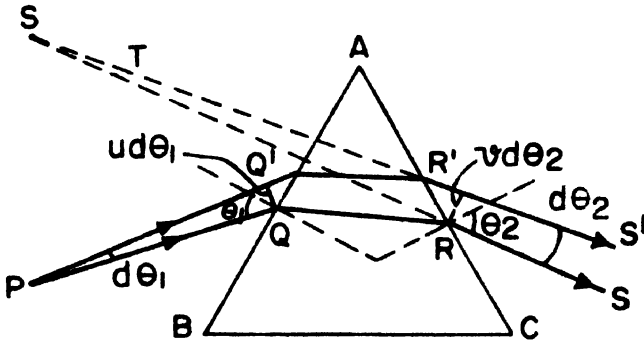



Fig. 2.16

Fig. 2.17 এ Fig. 2.16 এর $PQRS$ ও $PQ'R'S'$ রশ্মিদ্বয়কে বড় স্কেলে দেখানো হয়েছে। আপতিত রশ্মিগুচ্ছের বেধ $ud\theta_1$। এবং প্রতিসৃত রশ্মি-গুচ্ছের বেধ $vd\theta_2$। প্রিজমের ভিতরে রশ্মিগুচ্ছের বেধ $t$ মোটামুটি অপরিবর্তিত রয়েছে ধরা হবে। Fig. 2.17 থেকে

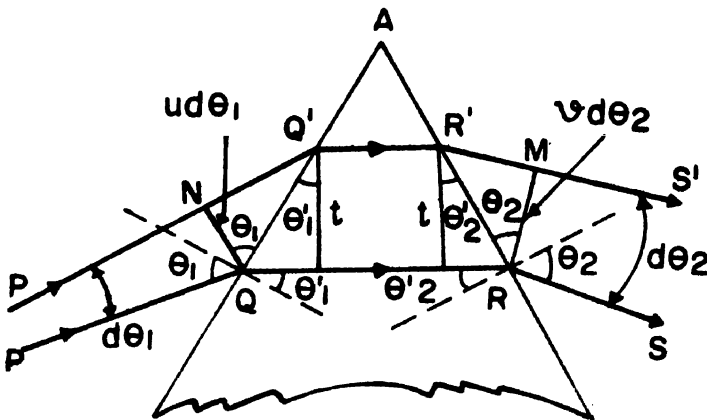



Fig. 2.17

$$QN = u\,d\theta_1 \qquad QQ'\cos\theta_1$$
$$RM = v\,d\theta_2 \qquad RR'\cos\theta_2$$

কিন্তু $t = QQ' \cos\theta_1' = RR' \cos\theta_2'$

$$\text{অতএব} \quad \frac{v d\theta_2}{u d\theta_1} = \frac{RR' \cos\theta_2}{QQ' \cos\theta_1} = \frac{\cos\theta_1'}{\cos\theta_2'} \cdot \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1} \tag{2.18}$$

$$\text{অথবা} \quad \frac{v}{u} = \frac{d\theta_1}{d\theta_2} \cdot \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1} \cdot \frac{\cos\theta_1'}{\cos\theta_2'} = \left(\frac{d\theta_1}{d\theta_2}\right)^2 \tag{2.19}$$

দূরত্বের অনুপাত $v/u$ তে ঋণাত্মক চিহ্নটি অগ্রাহ্য করা হল। $v$ ও $u$ সমান হতে পারে দুক্ষেত্রে,

(i) যখন $\left(\frac{d\theta_1}{d\theta_2}\right) = 1$ এটা ন্যূনতম চ্যুতির বেলায় হয়।

(ii) যখন $d\theta_1 = d\theta_2 = 0$ অর্থাৎ যখন আপতিত রশ্মিগুচ্ছ সমান্তরাল। এক্ষেত্রে নির্গম রশ্মিগুচ্ছও সমান্তরাল। অর্থাৎ $u = \infty$ এবং $v = \infty$। সমান্তরাল রশ্মির ক্ষেত্রে ঋত প্রতিবিম্ব সৃষ্টি হতে পারে যে কোন আপতন কোণে। অর্থাৎ যদি অপসারী রশ্মিগুচ্ছকে লেন্সের সাহায্যে যথাযথভাবে সমান্তরাল করে প্রিজমের উপর ফেলা হয় এবং সমান্তরাল নির্গম রশ্মিগুচ্ছকে একটি দূরবীক্ষণ যন্ত্রে ফোকাস্ করা হয় তবে প্রিজমকে ন্যূনতম চ্যুতির অবস্থানে না রেখেও কাজ করা যায়।

### 2.5.3 কৌণিক বিবর্ধন (angular magnification)

সমীকরণ (2.14) অনুযায়ী কৌণিক বিবর্ধন

$$\frac{d\theta_2}{d\theta_1} = -\frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} \cdot \frac{\cos\theta_2'}{\cos\theta_1'}$$

(i) ন্যূনতম চ্যুতির ক্ষেত্রে কৌণিক বিবর্ধন একক।

(ii) নির্গম রশ্মি যখন প্রিজমের গা ছুঁয়ে বেরিয়ে যায় ( at grazing emergence) অর্থাৎ যখন $\theta_2 = 90°$ তখন

$$\frac{d\theta_2}{d\theta_1} = \infty$$ এবং অভিবিম্বকে প্রচণ্ড চওড়া বলে মনে হবে।

(iii) যখন আপতন কোণ $\theta_1 = 90°$, অর্থাৎ আলো প্রিজমের তল ঘেঁষে আপতিত (at grazing incidence) তখন

$$\frac{d\theta_2}{d\theta_1} = 0$$

অর্থাৎ অভিবিম্ব যত চওড়াই হোক না কেন তাকে একটা অত্যন্ত সরু

রেখার মত লাগবে। প্রিজমের প্রথম প্রতিসারক তলের পুরোটাই একটা স্লিটের মত কাজ করবে।

**প্রশ্ন :** (1) পাতলা প্রিজমের ( প্রতিসারক কোণ $10^\circ$ র বেশী নয় ) ক্ষেত্রে যখন আপতন কোণ খুব কম অর্থাৎ আপতিত রশ্মি প্রিজম তলে প্রায় লম্বভাবে (at normal incidence) পড়েছে, তখন দেখাও যে চ্যুতি $\delta = A(n-1)$।

(2) প্রিজম হতে নির্গম রশ্মি না পাবার সর্ত্ত কি ?

(3) একটি প্রিজমের প্রতিসারক কোণ $60^\circ$ এবং প্রতিসরাঙ্ক 1.6 ; প্রিজমের ভিতর দিয়ে নির্গম রশ্মি না পাবার জন্য আপতন কোণের সীমামান (limiting value) কত ?

### 2.5.4 বিশেষ ধরণের প্রিজম

প্রিজম সাধারণতঃ দুরকম কাজে ব্যবহার করা হয়ে থাকে।

(i) **দর্পণ হিসাবে :** ধাতব প্রলেপ দর্পণে অনেকগুলি অসুবিধা আছে। যদি ধাতব প্রলেপ কাচের তলের সম্মুখভাগে থাকে তবে সেটা বাতাসের নানা গ্যাসের সঙ্গে রাসায়নিক ক্রিয়ার ফলে দ্রুত নষ্ট হয়ে যায়। যদি ধাতব প্রলেপ কাঁচের পাতের পিছনে থাকে তবে কাঁচের পাতের মধ্যে বারবার প্রতিফলনের জন্য একাধিক প্রতিবিম্বের সৃষ্টি হয়। প্রিজমকে দর্পণ হিসাবে ব্যবহার করা হয় আভ্যন্তরীণ পূর্ণ প্রতিফলনের সুযোগ নিয়ে। ফলে প্রিজম দর্পণে এধরণের অসুবিধা থাকে না।

(ii) **বিচ্ছুরক হিসাবে**—বিভিন্ন বর্ণের আলোক অর্থাৎ বিভিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলোক বিভিন্ন কোণে বিচ্যুত করে প্রিজম বর্ণালীর (spectrum) সৃষ্টি করে। এ ধরনের ব্যবহারের আলোচনা আমরা পরে করব।

**প্রিজম দর্পণ**

1. **পূর্ণ প্রতিফলন প্রিজম** (total reflecting prism) :—এটি একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু প্রিজম (Fig. 2.18)। একগুচ্ছ সমান্তরাল আলোক রশ্মি *AB* তলে লম্বভাবে পড়লে তাদের কোন রকম প্রতিসরণ হবে না। প্রিজমের ভিতর সোজাসুজি ঢুকে আলোকরশ্মি *BC* তলে পড়বে। রশ্মির আপতন কোণ $45^\circ$ ; যেহেতু বায়ু ও কাঁচের সঙ্কট কোণ ($\theta_c \simeq 42^\circ$) থেকে বেশী সেজন্য আভ্যন্তরীণ পূর্ণ প্রতিফলন হবে। *BC* তলে প্রতিফলিত রশ্মি *AC* তলের উপর লম্বভাবে পড়বে এবং কোন প্রতিসরণ ছাড়াই সোজাসুজি প্রিজমের বাইরে চলে আসবে। এভাবে সমান্তরাল আলোর বেলায়

এবং $AB$ তলের উপর লম্বভাবে আপতিত হলে আলো কোথাও প্রতিসৃত হবে না এবং প্রিজমটি একটি দর্পণের মত কাজ করবে। এখানে রশ্মির

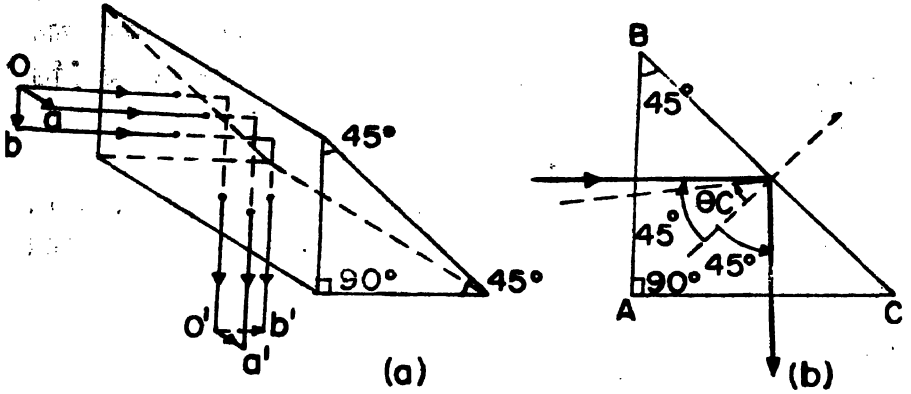



Fig. 2.18 পূর্ণ প্রতিফলন প্রিজম।

চ্যুতি হবে 90°। দর্পণের একটি বৈশিষ্ট্য হল, প্রতিফলনের পর প্রতিবিম্বের অবক্রমণ (inversion)। একটি সমকোণী অভিবিম্ব নিয়ে তার থেকে

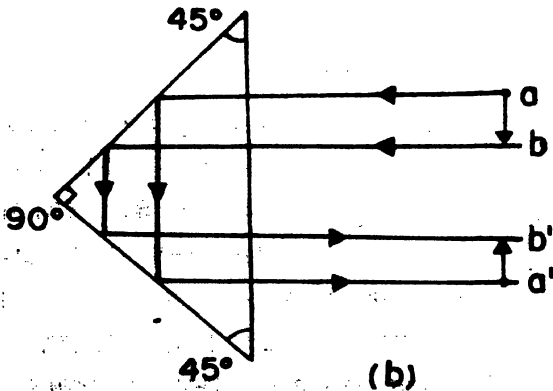
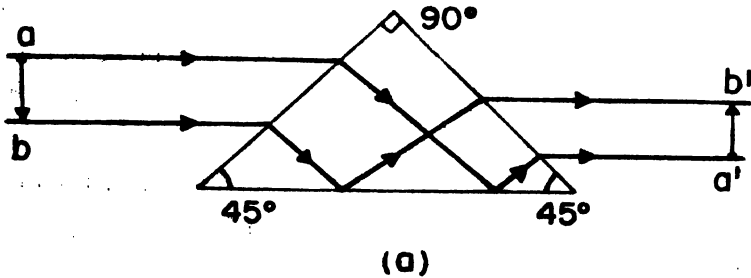



Fig. 2.19 (a) ডাভ প্রিজম (Dove prism)
(b) রুফ্ প্রিজম (roof prism)

আলোকরশ্মির পথ অনুসরণ করলে প্রতিবিম্বে কি ধরনের অবক্রমণ হয় তা সহজেই বোঝা যায়। Fig. 2.18 a থেকে দেখা যাচ্ছে যে অনুভূমিক ছেদে কোনরকম অবক্রমণ নেই, উল্লম্ব ছেদে অবক্রমণ হয়েছে।

**2. প্রতিবিম্ব সমশীর্ষ করবার প্রিজম বা সমশীর্ষয়ক প্রিজম (Erecting prism) :—**

কোন প্রতিবিম্ব ওল্টানো থাকলে তাকে এরকম প্রিজম দিয়ে সোজা করা যায় (Fig. 2.19)। এটা দুরকম ভাবে করা যায়, কোন চ্যুতি না ঘটিয়ে (Fig. 2.19a) এবং 180° চ্যুতি ঘটিয়ে (Fig. 2.19b)।

**পোরো প্রিজম সমষ্টি (Porro prism combination) :**

অনেক সময় অপটিক্যাল তন্ত্রে প্রতিবিম্ব একেবারে উল্টে যায় ডান দিক চলে যায় বাঁয়ে, উপর চলে যায় নীচে। এরকম হয় টেলিস্কোপে। পোরো

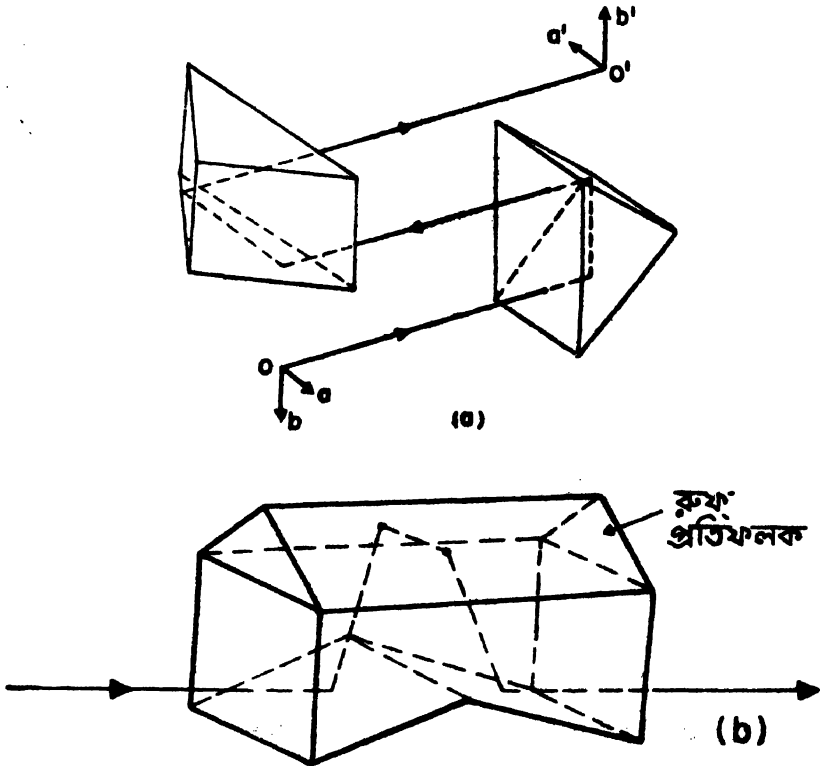



Fig. 2.20 (a) পোরো প্রিজম সমষ্টি।
(b) ক্রোনিগের সমশীর্ষয়ক প্রিজম।

প্রিজম সমষ্টি দিয়ে এই ওল্টানো প্রতিবিম্বকে পুরোপুরি সোজা করে দেওয়া যায় (Fig. 2.20a)। উভবীক্ষণে (Binocular) এই সমবায় ব্যবহার করা হয়ে থাকে। উভবীক্ষণে ক্রোনিগের সমশীর্ষয়ক প্রিজম (Krönig erecting prism) ও ব্যবহার করা হয়। এই প্রিজমের মূল অংশটি একটি রুফ্ প্রতিফলক (Fig. 2.20b)।

### 3. স্থির বিচ্যুতি প্রিজম্ (constant deviation prism)

কোন রশ্মির আপতন কোণ যাই হোক না কেন রশ্মির বিচ্যুতি প্রিজমের সাহায্যে অপরিবর্তিত রাখা যায়। বিভিন্ন আকৃতির প্রিজমের সাহায্যেই এটা করা যায়। উদাহরণস্বরূপ (a) চতুর্ভুজ প্রিজম (quadrilateral prism) (Fig. 2.21a), (b) পঞ্চভুজ প্রিজম (pentagonal prism) (Fig. 2.21b) এবং (c) অ্যাবে প্রিজম (Abbe prism) (Fig. 2.21c) উল্লেখযোগ্য।

বিচ্যুতি কি করে স্থির রাখা যায় তা চতুর্ভুজ প্রিজমের (Pellin Broca prism) বেলায় একটু খতিয়ে দেখা যাক। এই প্রিজমটিকে তিনটি প্রিজমের সমষ্টি বলে ধরা যেতে পারে: দুটি 30° সমকোণী ত্রিভুজ $ADN$ ও $ABC$ এবং একটি 45° সমকোণী ত্রিভুজ $DNC$। $PQ$ রশ্মিটি প্রিজমের $AD$ তলের **উপর এমনভাবে আপতিত হয়েছে** যে প্রতিসৃত রশ্মি $QR$, $DN$ তলকে লম্বভাবে ছেদ করেছে (Fig. 2.21a)। অর্থাৎ রশ্মিটি $ADN$ প্রিজমের $DN$ তল থেকে লম্বভাবে বেরিয়েছে এবং $DNC$ প্রিজমের $DN$ তলে লম্বভাবে ঢুকেছে। $DC$ তলে আভ্যন্তরীণ পূর্ণ প্রতিফলনের পর $RS$ রশ্মি $DNC$ প্রিজমের $NC$ তল দিয়ে লম্বভাবে নির্গত হবে এবং $ABC$ প্রিজমের $AC$ তলে লম্ব ভাবে প্রবেশ করে $AB$ তলে প্রতিসৃত হয়ে $ST$ পথে নির্গত হবে। যেহেতু $ADN$ ও $ABC$ প্রিজমদ্বয় একই রকম এবং দুক্ষেত্রেই প্রিজমের ভিতরে আলোকরশ্মি $QR$ ও $RN$ যথাক্রমে ভূমি $AN$ ও $BC$ র সমান্তরাল, সেজন্য আপতন কোণ $\angle PQM =$ নির্গম কোণ $\angle M'ST = \theta$।

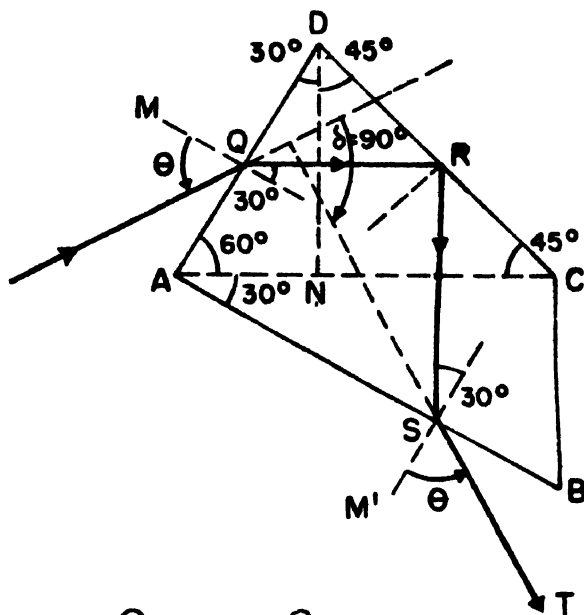
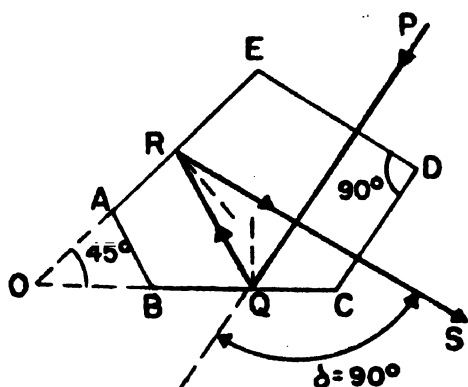
$Q$ বিন্দুতে বিচ্যুতি $= \theta - 30°$

$R$ বিন্দুতে বিচ্যুতি $= 90°$

$S$ বিন্দুতে বিচ্যুতি $= 30° - \theta$

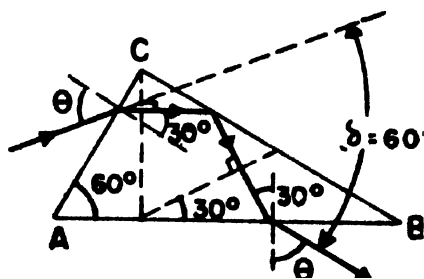
অতএব মোট বিচ্যুতি $\delta = (\theta - 30°) + 90° + (30° - \theta) = 90°$

দেখা যাচ্ছে যে চ্যুতি $\delta$, আপতন কোণ $\theta$ র উপর নির্ভরশীল নয়। নিম্নতম চ্যুতির ক্ষেত্রেই বিচ্যুতি আপতন কোণের অল্প কম বেশীর উপর

নির্ভর করে না। অর্থাৎ এখানে আমরা প্রিজমটিকে নিম্নতম চ্যুতির অবস্থায় ব্যবহার করছি।

(a) পেলিন-ব্রোকা প্রিজম
(Pellin-Broca Prism)

(b) পঞ্চভুজ প্রিজম

(c) অ্যাবে প্রিজম
(Abbe prism)

Fig. 2.21

পরিচ্ছেদ 3

# গাউসীয় তন্ত্র : উপাক্ষীয় আসন্নয়ন

## ( Gaussian systems ; Paraxial approximation )

### 3.1 পাতলা লেন্স ( Thin lens )

**3.1.1. লেন্স :** লেন্স কাকে বলে ? যদি কোন স্বচ্ছ প্রতিসারক মাধ্যমকে দুটি তলের মধ্যে সীমাবদ্ধ করা যায় তবে সেই মাধ্যমকে লেন্স বলে। সাধারণতঃ লেন্সের তলগুলি গোলীয় হয়। যদি দুটি তলই গোলীয় বা একটি তল গোলীয় ও একটি তল সমতল হয় তবে লেন্সটিকে গোলীয় লেন্স (spherical lens) বলে। এছাড়া বেলনাকৃতি (cylindrical lens) লেন্সও হয়। বিশেষভাবে না বললে সাধারণতঃ লেন্স বলতে গোলীয় লেন্সই বোঝায়।

যে লেন্সের মাঝখানটা মোটা প্রান্তভাগটা সরু তাকে **উত্তল লেন্স** (convex lens) এবং যে লেন্সের মাঝখানটা সরু প্রান্তভাগ মোটা তাকে **অবতল লেন্স** (concave lens) বলে। সাধারণভাবে কোন লেন্সকে তখনই পাত্‌লা (thin) বলা হয় যখন তার বেধ নগণ্য। এর বিশেষ সংজ্ঞাটি পরে আলোচনা করা হবে। লেন্সের দুই তলের আকৃতি বিভিন্ন রকম করে বিভিন্ন ধরণের লেন্স তৈরী করা যায়। Fig. 3.1 এ তিন ধরণের অভিসারী লেন্স (converging lens) (a) উভ-উত্তল (bi-convex) (b) সমতল-উত্তল

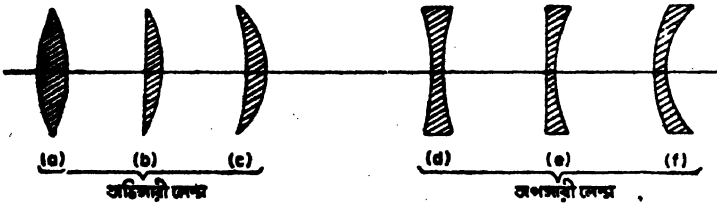



Fig. 3.1 বিভিন্ন রকমের লেন্স।

(plano convex) (c) পজিটিভ মেনিস্‌কাস্ (positive meniscus) ও তিন ধরণের অপসারী লেন্স (diverging lens) (d) উভ-অবতল (bi-concave)

(e) **সমতল-অবতল** (plano-concave) ও (f) **নেগেটিভ-মেনিস্কাস্** (negative meniscus) দেখানো হয়েছে। এদের মধ্যে (c) ও (f) লেন্সের একটি তল উত্তল এবং অপর তলটি অবতল।

লেন্সের গোলীয় তলগুলির কেন্দ্রকে **বক্রতাকেন্দ্র** (centre of curvature) বলে। লেন্সের কোন তল যে গোলকের অংশ তার ব্যাসার্ধকে ঐ তলের **বক্রতা-ব্যাসার্ধ** (radius of curvature) বলা হয়। লেন্সের দুই তলের বক্রতাকেন্দ্র দুটিকে যোগ করে যে সরল রেখা পাওয়া যায় সেটা লেন্সের **প্রধান অক্ষ** (principal axis)। একটি তল সমতল হলে তার বক্রতা কেন্দ্র অসীমে (infinity) অবস্থিত হবে এবং সেক্ষেত্রে অপর বক্রতা কেন্দ্র থেকে সমতল তলের উপর লম্বই প্রধান অক্ষ হবে।

### 3.1.2 পাত্‌লা লেন্সের সংজ্ঞা ঃ

Fig. 3.2 তে একটি উভ-উত্তল লেন্স দেখানো হয়েছে। লেন্সের প্রধান অক্ষ $OO'$। প্রধান অক্ষ লেন্সকে $A, A'$ এই দুই বিন্দুতে ছেদ করেছে। কার্তেসীয় অক্ষের মূলবিন্দু $A$ তে স্থাপনা করা হয়েছে। $x$ অক্ষ $OO'$ বরাবর। লেন্সের মাঝখানে বেধ $d$, যে মাধ্যমে লেন্সটি রয়েছে তার সাপেক্ষে লেন্স মাধ্যমের আপেক্ষিক প্রতিসরাঙ্ক $n$, এবং লেন্সের দুই তলের বক্রতা যথাক্রমে $c$ এবং $c_2$। ধরা যাক, একটি সমতল তরঙ্গফ্রন্ট $\Sigma$ বা দিক থেকে এসে লেন্সের উপর পড়েছে। তরঙ্গফ্রন্ট $OO'$ রেখার সঙ্গে লম্ব। আলোকরশ্মির ভাষায় একটি সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ $OO'$ অক্ষের সমান্তরাল ভাবে লেন্সেরউপর

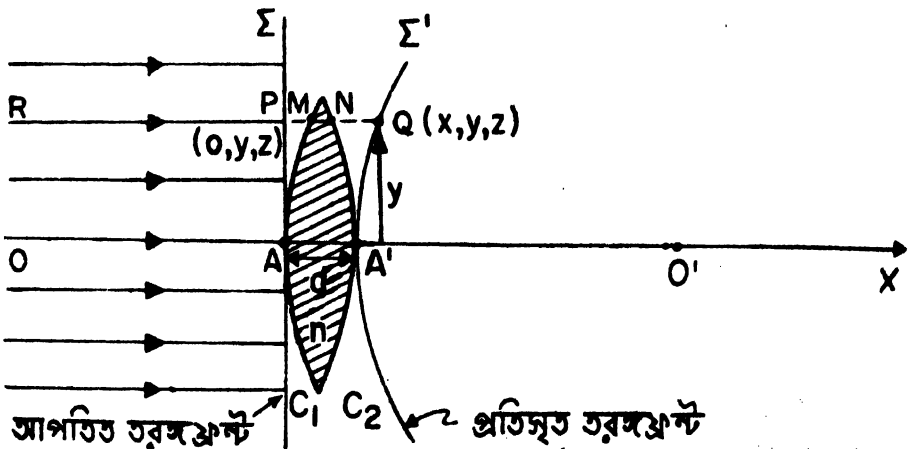



Fig. 3.2

পড়েছে। তরঙ্গফ্রন্টটি মাঝখানের বেধ $d$ অতিক্রম করতে $t$ সময় নিয়েছে। ধরা যাক ঐ একই সময়ে প্রধান অক্ষ থেকে $y$ দূরে তরঙ্গফ্রন্টের $P$ অংশটি $OO'$ অক্ষ বরাবর $x$ দূরত্ব অতিক্রম করেছে এবং $Q$ তে গিয়ে পৌঁছেছে। তরঙ্গফ্রন্টের এই দুই অংশ $t$ সময়ে যে পথ অতিক্রম করেছে তাদের আলোক পথ নির্ণয় করা যাক।

$AA'$ এর আলোকপথ দৈর্ঘ্য $= nd$। এটা সহজেই পাওয়া গেল। $PQ$ এর আলোকপথ নির্ণয় করতে গেলে একটি অত্যন্ত জরুরী কথা মনে রাখতে হবে। তরঙ্গফ্রন্ট $M$ বিন্দুতে আপতিত হয়ে প্রতিসরণের পর $N$ বিন্দুতে আবার প্রতিসৃত হবে এবং অবশেষে $Q$ বিন্দুতে পৌঁছাবে। এই প্রতিসরণের জন্য আলোকরশ্মিটির প্রধান অক্ষের দিকে সরে যাবার কথা অর্থাৎ অক্ষ থেকে $N$ ও $Q$ বিন্দুর দূরত্ব $y$ এর চেয়ে কম হবার কথা। আমরা **কিন্তু এখানে ধরে নেব যে অক্ষ থেকে M ও N বিন্দুর দূরত্ব একই** অর্থাৎ $y$ ই থাকবে। যতক্ষণ এটা ধরা যাবে ততক্ষণই আমরা লেন্সটিকে **পাতলা লেন্স** বলতে পারব। উপরোক্ত সর্ত এবং $d$ নগণ্য এই দুটি কথাই অধিকাংশ ক্ষেত্রে সমার্থক।

পাতলা লেন্সের ক্ষেত্রে, $y$ দূরত্বে লেন্সের বেধ $= MN$

$$= PN - PM = \left(d + \frac{y^2}{2}\, c_2\right) - \frac{y^2}{2} c_1$$

$$= d - \frac{y^2}{2}\,(c_1 - c_2) \qquad (3.1)$$

অতএব $PQ$ এর আলোকপথ দৈর্ঘ্য $= PQ + (n-1)MN$

$$= x + (n-1)\left[d - \frac{y^2}{2}(c_1 - c_2)\right] \qquad (3.2)$$

কিন্তু $AA'$ এর আলোকপথ দৈর্ঘ্য $= PQ$ এর আলোকপথ দৈর্ঘ্য

কেননা দুটি দূরত্বই একই সময় $t$-তে অতিক্রান্ত হয়েছে।

অর্থাৎ $$nd = x + (n-1)\left[d - \frac{y^2}{2}(c_1 - c_2)\right]$$

$$x = d + \frac{y^2}{2}(n-1)\,(c_1 - c_2) \qquad (3.3)$$

$Q$ বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $x$, $y$ ও $z$। যে কোন $z$ এ $x$ ও $y$এর মান সমীকরণ (3.3) দ্বারা নির্দিষ্ট হচ্ছে। $Q$ বিন্দুটি প্রতিসৃত তরঙ্গফ্রন্ট $\Sigma'$ এর উপর যে কোন সাধারণ বিন্দু। (3.3) সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে $\Sigma'$ একটি

গোলীয় তরঙ্গফ্রন্টের অংশ যার বক্রতা হল $(n-1)(c_1-c_2)$। এখানে আলো বাঁ দিক থেকে আসছিল। সুতরাং $c_1$ ধনাত্মক ও $c_2$ ঋণাত্মক। অর্থাৎ $(n-1)(c_1-c_2)$ ধনাত্মক। কাজেই তরঙ্গফ্রন্ট $\Sigma'$ ডানদিকে অবতল অর্থাৎ অভিসারী হবে। $\Sigma'$ তরঙ্গফ্রন্টের বক্রতা কেন্দ্র $O'$ হলে আলো $O'$ বিন্দু অভিমুখে অভিসারী হবে। দেখা যাচ্ছে যে পাতলা লেন্সের ক্ষেত্রে প্রধান অক্ষের সমান্তরাল রশ্মিগুলি প্রধান অক্ষের উপর একটি বিন্দু প্রতিবিম্ব সৃষ্টি করবে। লেন্স থেকে $O$ বিন্দুর দূরত্ব $f$ হলে ($f=\Sigma'$ তরঙ্গফ্রন্টের বক্রতা ব্যাসার্দ্ধ, $d$ নগণ্য)

$$\frac{1}{f}=(n-1)(c_1-c_2) \tag{3.4}$$

### 3.1.3 অনুবন্ধী সম্বন্ধ ; লেন্সের ক্ষমতা, ফোকাস ও ফোকাস দৈর্ঘ্য

অভিবিম্ব যদি অক্ষের উপরে সসীম দূরত্বে অবস্থিত একটি বিন্দু হয় তবে অবশ্য আপতিত তরঙ্গফ্রন্ট $\Sigma$ সমতল না হয়ে গোলীয় হবে। এক্ষেত্রেও পাতলা লেন্সের বেলায় প্রতিসৃত তরঙ্গফ্রন্ট $\Sigma'$ গোলীয় হবে। কেননা (Fig. 3.3)

$$AA' \text{ আলোকপথ দৈর্ঘ্য} = PQ \text{ আলোকপথ দৈর্ঘ্য}$$

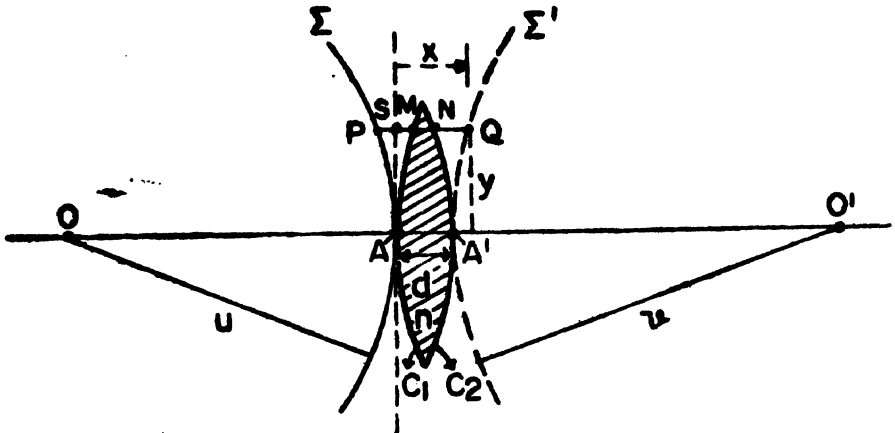



Fig. 3.3

$$\text{অর্থাৎ } nd=x+(n-1)\left[d-\frac{y^2}{2}(c_1-c_2)\right]-\frac{y^2}{2}\,\frac{1}{u}$$

এখানে $u=$ লেন্স হতে অভিবিম্ব $O$ এর দূরত্ব

$=\Sigma$ তরঙ্গফ্রন্টের বক্রতা ব্যাসার্দ্ধ

সুতরাং $x = d + \frac{y^2}{2}\left[(n-1)(c_1 - c_2) + \frac{1}{u}\right]$ (3.5)

অর্থাৎ প্রতিসৃত তরঙ্গফ্রন্টটি গোলীয় এবং $O'$ বিন্দুতে অভিসারী। ধরা যাক লেন্স থেকে $O'$ বিন্দুর দূরত্ব $v$। অতএব প্রতিসৃত তরঙ্গফ্রন্টের বক্রতা

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{u} + (n-1)(c_1 - c_2) \quad (3.6)$$

প্রতিসৃত তরঙ্গফ্রন্টের বক্রতা আপতিত তরঙ্গফ্রন্টের বক্রতা থেকে $(n-1)(c_1 - c_2)$ বেশী। এই বক্রতার পরিবর্ত্তন লেন্সের জন্য হয়েছে বলে $(n-1)(c_1 - c_2)$-কে লেন্সের ক্ষমতা (power) বলা হয়। $K$ দিয়ে ক্ষমতাকে সূচিত করা হয়। এখানে মনে রাখতে হবে, **বাঁ দিকের** তলের বক্রতা $c_1$ এবং **ডানদিকের** তলের বক্রতা $c_2$।

অতএব লেন্সের ক্ষমতা $K = (n-1)(c_1 - c_2)$ (3.7)

(a) উভ-উত্তল লেন্সের ক্ষেত্রে $c_1$ = ধনাত্মক, $c_2$ = ঋণাত্মক, কাজেই $c_1 - c_2$ = ধনাত্মক সুতরাং $n > 1$ হলে, $K$ = ধনাত্মক হবে।

(b) উভ-অবতল লেন্সে $c_1$ = ঋণাত্মক, $c_2$ = ধনাত্মক, এবং $c_1 - c_2$ = ঋণাত্মক সুতরাং $n > 1$ হলে $K$ = ঋণাত্মক হবে।

(c) সমতল-উত্তল লেন্সের ক্ষেত্রে $K$ ধনাত্মক এবং সমতল-অবতল লেন্সে $K$ ঋণাত্মক হবে।

(d) অবতল-উত্তল (বা উত্তল-অবতল) লেন্সের বেলায় $c_1$ ও $c_2$-র দুটিই হয় ঋণাত্মক বা ধনাত্মক হবে। সুতরাং $c_1$ ও $c_2$-র মানের উপর নির্ভর করে লেন্সের ক্ষমতা ঋণাত্মক বা ধনাত্মক হতে পারে।

পজিটিভ্ মেনিস্কাস্ লেন্সের বেলায় (Fig. 3.1c)

$c_1$ ঋণাত্মক, $c_2$ ঋণাত্মক, $c_1 > c_2$ অতএব $K$ = ধনাত্মক।

নেগেটিভ মেনিসকাস্ লেন্সের বেলায় (Fig. 3.1f)

$c_1$ ধনাত্মক, $c_2$ ধনাত্মক, $c_1 > c_1$ অতএব $K$ = ঋণাত্মক।

**দ্রষ্টব্য :**

(i) $R_1$ ও $R_2$ যদি দুটি তলের বক্রতা ব্যাসার্দ্ধ হয় তবে

$$K = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

(ii) যদি লেন্স মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক $n_2$ এবং বাইরের মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক $n_1$ হয়, তবে

$$K = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)(c_1 - c_2) \quad n_2 - n_1 \cdot (c_1 - c_2)$$

**অনুবন্ধী সম্বন্ধ :** এখানে $O$ বিন্দুটি অভিবিম্ব হলে $O'$ বিন্দুটি তার প্রতিবিম্ব। আলোর উভগম্যতার জন্য $O'$ বিন্দুটি অভিবিম্ব হলে $O$ বিন্দুটি তার প্রতিবিম্ব হত। সুতরাং অভিবিম্ব ও প্রতিবিম্বের অবস্থান বিনিময় (interchange) করা যায়। অভিবিম্বকে প্রতিবিম্বের জায়গায় বসালে, যেখানে আগে অভিবিম্ব ছিল সেখানে প্রতিবিম্ব হবে। সেজন্য অভিবিম্ব ও তার প্রতিবিম্ব এই একজোড়া বিন্দুকে পরস্পরের **অনুবন্ধী** (conjugate) বলা হয়।

অনুবন্ধী বিন্দুদ্বয়ের ক্ষেত্রে, $\frac{1}{v} = \frac{1}{u} + K$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{1}{v} - \frac{1}{u} = K \tag{3.8}$$

এই সমীকরণটিকে অনুবন্ধী দূরত্বের সমীকরণ (conjugate distance equation) বলা হয়।

যে কোন লেন্স, যার ক্ষমতা $K$, তার ক্ষেত্রে $-\infty$ থেকে $+\infty$ পর্যন্ত যে কোন $u$ এর জন্য (3.8) সমীকরণ থেকে $v$ পাওয়া যাবে। এই সমীকরণটি

(a) অসদ্ অভিবিম্ব O । K ধনাত্মক

(b) অসদ্ প্রতিবিম্ব O' । K ধনাত্মক

(c) অসদ্ অভিবিম্ব O ও অসদ্ প্রতিবিম্ব O' । K ঋণাত্মক

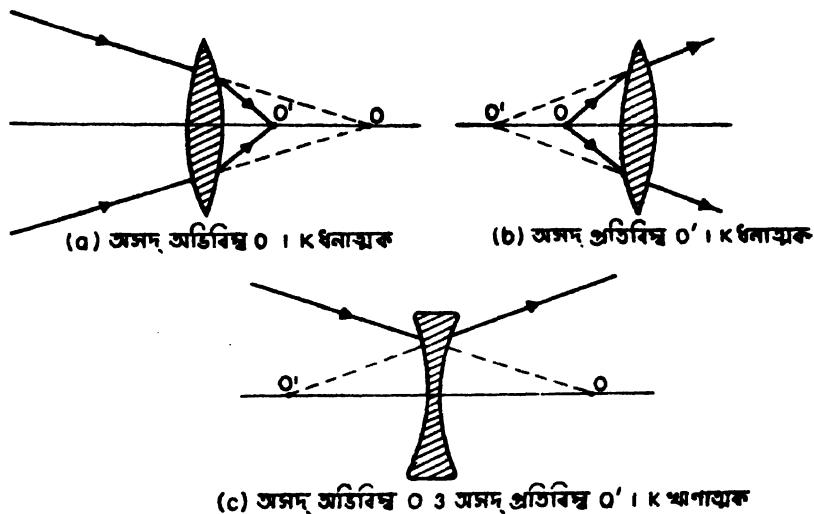



Fig. 3.4

প্রমাণ করবার সময় আমরা আপতিত তরঙ্গফ্রন্টটি বা দিক থেকে এসে

পড়েছে ধরেছিলাম। সেজন্য এই সমীকরণটি প্রয়োগ করবার সময় কিছু সতর্কতার প্রয়োজন আছে।

এই সমীকরণে যখন $u>0$, তখন $O$ একটি অসদ অভিবিম্ব। এক্ষেত্রে $O$ বিন্দুর দিকে আলো অভিসারী বলে মনে করতে হবে এবং শেষ পর্যন্ত $O'$ এ প্রতিবিম্ব হবে (Fig. 3.4a)। যদি $v<0$ হয় তবে প্রতিবিম্ব অসদ্ (Fig. 3.4b)। $K$ যখন ঋণাত্মক তখন অভিবিম্ব ( অসদ্ ) ডানদিকে থাকতে পারে এবং প্রতিবিম্ব ( অসদ্ ) বাঁ দিকে থাকতে পারে (Fig. 3.4c)।

যদি আলো ডানদিক থেকে পড়ে তবে অনুবন্ধী দূরত্বের সমীকরণ হবে

$$\frac{1}{v}=\frac{1}{u}-K$$

অথবা $$\frac{1}{u}-\frac{1}{v}=K \tag{3.9}$$

এস্থলে $u<0$ হলে অসদ অভিবিম্ব এবং $v>0$ হলে অসদ্ প্রতিবিম্ব হবে।

## ফোকাস দূরত্ব (focal lengths)

লেন্স পাতলা হওয়ায় $AA-d$ নগণ্য এবং সেজন্য $AA'$ কে কার্যতঃ একটি বিন্দু ধরা যেতে পারে। মোটামুটিভাবে $AA'$ এর মধ্যবিন্দুকে লেন্সের কেন্দ্রবিন্দু ধরা হয় এবং লেন্স থেকে দূরত্ব মাপবার সময় লেন্সের বিভিন্ন তল থেকে দূরত্ব না মেপে এই কেন্দ্রবিন্দু থেকে মাপা হয়। এই কেন্দ্রবিন্দুতে অভিবিম্ব লোকের ও প্রতিবিম্ব লোকের অক্ষের মূলবিন্দু ধরে $u$, $v$ দূরত্ব এই বিন্দু থেকে মাপা হবে।

অভিবিম্ব অসীমে ($u=-\infty$) থাকলে যে বিন্দুতে প্রতিবিম্ব হয় তাকে লেন্সের **দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস** (second principal focus) বলা হয়। কেন্দ্র বিন্দু থেকে এই বিন্দুর দূরত্বকে দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস দূরত্ব বলা হয়।

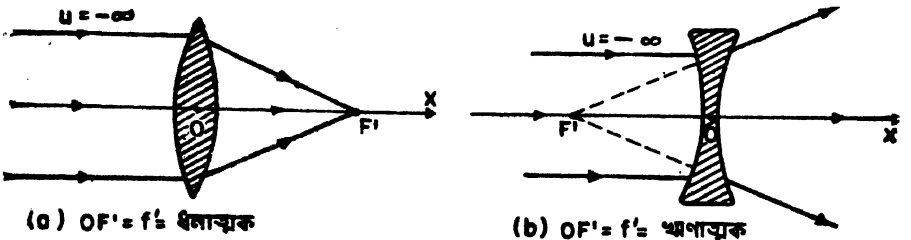



Fig. 3.5 দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস।

ফোকাস দূরত্ব এক নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে আর একটি নির্দিষ্ট বিন্দু পর্যন্ত দূরত্ব ; সুতরাং এটা একটা দিক্‌ধর্মী রাশি (directed quantity)। যদি কেন্দ্রবিন্দু থেকে ফোকাস পর্যন্ত রেখাটির দিক কার্তেজীয় $x$ অক্ষের ধনাত্মক দিক অভিমুখে হয় তবে ফোকাস দৈর্ঘ্য ধনাত্মক হবে, ঋণাত্মক দিক অভিমুখে হলে ঋণাত্মক হবে। অক্ষের মূলবিন্দু যেখানেই থাকুক না কেন ফোকাস দৈর্ঘ্যের সংকেত বা চিহ্ন এভাবে সম্পূর্ণরূপে নির্দিষ্ট হবে (Fig. 3.5)।

অভিবিম্ব যে বিন্দুতে থাকলে প্রতিবিম্ব অসীমে হয় ($v = \infty$) সেই বিন্দুকে লেন্সের **প্রথম মুখ্য ফোকাস** (first principal focus) এবং কেন্দ্রবিন্দু থেকে এই বিন্দুর দূরত্বকে প্রথম মুখ্য ফোকাস দূরত্ব বলা হয় (Fig. 3.6)।

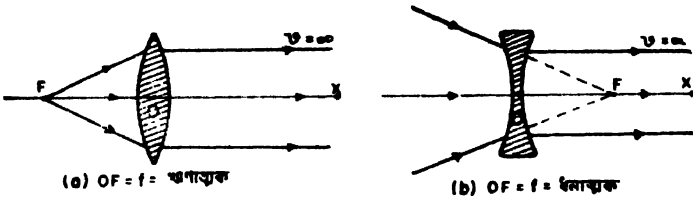



Fig. 3.6 প্রথম মুখ্য ফোকাস।

মুখ্য ফোকাসদ্বয়ের দূরত্ব ধনাত্মক হবে কি ঋণাত্মক হবে তা আলোর দিকের উপর নির্ভর করে। Fig. 3.5 ও Fig. 3.6 এ আমরা সব সময়েই আলো বাঁ দিক থেকে আসছে ধরেছি এবং সেই অনুযায়ী চিহ্ন নির্দিষ্ট করেছি। আলো যদি ডান দিক থেকে আসে তবে এইসব দূরত্বের চিহ্ন

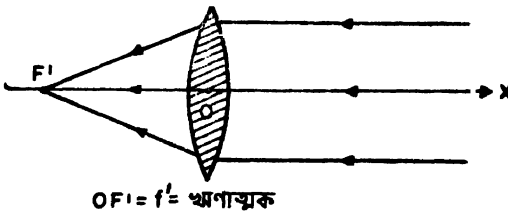



Fig. 3.7

বিপরীত হবে (Fig. 3.7)। **আলো কোন দিক থেকে আসছে সেটা জানা এজন্য খুবই দরকার।**

ফোকাস দূরত্বের সঙ্গে লেন্সের ক্ষমতার সম্পর্ক কি ? সমীকরণ (3.6)এ $u = -\infty$ বসালে $v = f'$ দ্বিতীয় ফোকাস দূরত্ব।

$$\frac{1}{f'} = (n-1)(c_1 - c_2) = K$$

$v = +\infty \quad u = f =$ প্রথম ফোকাস দূরত্ব

$$\frac{1}{f} = -(n-1)(c_1 - c_2) = -K$$

দেখা যাচ্ছে $f$ ও $f'$ এর মান এক কিন্তু চিহ্ন বিপরীত অর্থাৎ **মুখ্য ফোকাসদ্বয় লেন্সের দুপাশে থাকবে।** ফোকাস দূরত্ব বসিয়ে অনুবন্ধী দূরত্বের সম্বন্ধটি দাঁড়াচ্ছে

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f'} \text{ এখানে } f' \text{ দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস দূরত্ব।} \quad (3.10)$$

**উদাহরণ 1** একটি উভ-উত্তল লেন্সের ফোকাস দূরত্বের মান 10 cm। লেন্সের ডান দিকে 20 cm দূরে প্রধান অক্ষের উপর কোন অভিবিম্ব থাকলে তার প্রতিবিম্ব কোথায় হবে?

এখানে আলো ডান দিক থেকে আসছে, সুতরাং উভ-উত্তল লেন্সের ক্ষেত্রে দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস লেন্সের বাঁ দিকে। দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস দূরত্ব $f' = -10$ cm। এখানে $u = +20$ cm।

সুতরাং $\frac{1}{v} = \frac{1}{20} - \frac{1}{10} = -\frac{1}{20}$

অর্থাৎ $v = -20$ cm

সুতরাং প্রতিবিম্ব লেন্সের বাঁ দিকে লেন্সের কেন্দ্র থেকে 20 cm দূরে।

## ডায়প্টারে (Diopter) লেন্সের ক্ষমতা

লেন্সের ক্ষমতা সাধারণতঃ একটি বিশেষ এককে প্রকাশ করা হয়। এই এককের নাম ডায়প্টার (Diopter)। লেন্সের ফোকাস দূরত্বের দৈর্ঘ্য $f'$ কে মিটার এককে প্রকাশ করলে

$$K = \frac{1}{f'} \text{ ডায়প্টার} = \frac{1}{\text{মিটার এককে ফোকাস দূরত্বের দৈর্ঘ্য}}$$

কোন লেন্সের $f' \equiv 50$ cm হলে $K \equiv \frac{1}{0.50} = 2$ ডায়প্টার। লেন্সটি অভিসারী হলে $K = +2$ ডায়প্টার, অপসারী হলে $K = -2$ ডায়প্টার। কোনও লেন্সের ক্ষমতা $-5D$ বল্‌লে বোঝায় লেন্সটি অপসারী (divergent) এবং তার $f' = \frac{1}{5}$ meter $= 20$ cm।

### 3.1.4 প্রতিবিম্বের অবস্থান নির্ণয়

এতক্ষণ পর্যন্ত প্রধান অক্ষের উপর অনুবন্ধী বিন্দুদের সম্বন্ধে বলা হয়েছে। বিন্দু অভিবিম্ব অক্ষের উপর না থাকলে অর্থাৎ এটা অভিবিম্ব লোকের একটি সাধারণ বিন্দু হলে তার কি কোন অনুবন্ধী বিন্দু ( অর্থাৎ প্রতিবিম্ব ) প্রতিবিম্ব-লোকে থাকবে ? গাউসীয় আসন্নয়নের আলোচনার সময় আমরা এই প্রশ্নটি একটু বিশদ ভাবে বিচার করব। যদি বিন্দু অভিবিম্ব অক্ষের খুব দূরে না হয় তবে যে তার একটি অনুবন্ধী বিন্দু প্রতিবিম্ব হবে এটা আমরা বর্তমানে ধরে নেব।

**সমান্তরাল রশ্মির পদ্ধতি ঃ** $L$ একটি লেন্স, $X'X$ তার প্রধান অক্ষ। লেন্সের বাইরে $Q$ অক্ষের বাইরে যে কোন বিন্দু অভিবিম্ব। তার প্রতিবিম্ব $Q'$ কে নির্ণয় করতে হবে। আমরা এখানে সমান্তরাল রশ্মির লৈখিক পদ্ধতি অনুসরণ করব। $F'$ ও $F$ যথাক্রমে দ্বিতীয় ও প্রথম মুখ্য ফোকাস। $Q$ বিন্দু হতে অপসারী রশ্মিগুচ্ছ লেন্সের মধ্য দিয়ে গিয়ে $Q'$ বিন্দুতে অভিসারী হয়েছে। $Q$ থেকে এই আলোক রশ্মিগুচ্ছের মধ্য হতে **দুটি বিশেষ রশ্মি** বেছে নেওয়া হল। একটি অক্ষের সমান্তরাল $QR$ ও অপরটি $QF$ প্রথম মুখ্য ফোকাস দিয়ে গিয়েছে। প্রতিবিম্ব লোকে $QR$ এর অনুবন্ধী রশ্মিটি

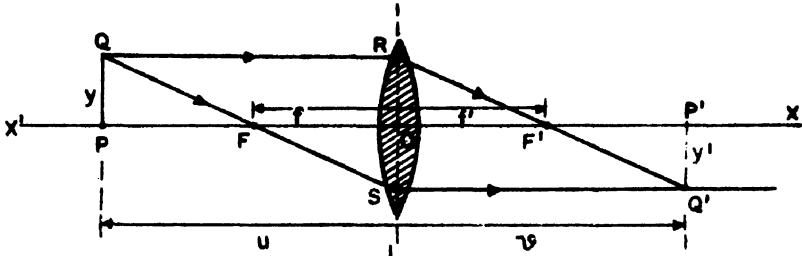



Fig. 3.8

দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস $F'$ এর মধ্য দিয়ে যাবে এবং $QF$ এর অনুবন্ধী রশ্মিটি অক্ষের সমান্তরাল ভাবে যাবে! এই দুটি রশ্মির ছেদবিন্দু $Q'$। অতএব $Q'$, $Q$ এর প্রতিবিম্ব। $Q$ হতে অক্ষের উপর $QP$ লম্ব এবং $Q'$ হতে $Q'P'$ লম্ব টানলাম। $PQ$ ও $P'Q'$ দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $y$ ও $y'$ (Fig. 3.8)। ধরা যাক $OP=u$ এবং $OP'=v$। Fig. 3.8 থেকে

$$\frac{\overline{PQ}}{\overline{FP}}=\frac{\overline{OS}}{\overline{FO}} \text{ এবং } \frac{\overline{OR}}{\overline{F'O}}=\frac{\overline{PQ'}}{\overline{F'P'}}$$

অর্থাৎ $\frac{y}{u-f}=\frac{y}{-f}$ এবং $\frac{y}{-f'}=\frac{y}{v-f'}$ $[\because \overline{FP}=\overline{OP}-\overline{OF}$

$=u-f$

এবং $\overline{F'P'}=\overline{OP'}-\overline{OF'}$

সুতরাং $$\frac{y'}{y}=-\frac{f}{u-f}=-\frac{v-f'}{f'} \tag{3.12}$$

অতএব $ff'=(v-f')(u-f)$

$uv=f'u+fv=f'u-f'v$ কেননা $f'=-f$

অর্থাৎ $$\frac{1}{f'}=\frac{1}{v}-\frac{1}{u} \tag{3.13}$$

দেখা যাচ্ছে $P$ ও $P'$ বিন্দুদ্বয় অনুবন্ধী এবং $Q$ ও $Q'$ অনুবন্ধী বিন্দুদ্বয় প্রধান অক্ষের উপর অবস্থিত অনুবন্ধী বিন্দুর মত একই সম্বন্ধ (সমীকরণ 3.10) মেনে চলে। অতএব 3.13 বা 3.10 সম্বন্ধটি সকল অনুবন্ধী বিন্দুদ্বয়ের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। $P$ ও $P'$ যদি অক্ষস্থ অনুবন্ধী বিন্দু হয় তবে $P$ বিন্দুতে অক্ষের উপর লম্ব টানলে তার উপর যে কোন বিন্দুর অনুবন্ধী বিন্দু, $P'$ বিন্দুতে লম্বের উপর অবস্থিত হবে। সুতরাং প্রধান অক্ষের উপর লম্বভাবে অবস্থিত যে কোন সরলখোর প্রতিবিম্ব একটি সরলরেখাই হবে এবং সেটা প্রধান অক্ষের উপর লম্বভাবেই থাকবে।

**অনুলম্ব বিবর্ধন** ( transverse magnification )

সমীকরণ (3.12) থেকে দেখা যাচ্ছে যে $y'$, $y$ থেকে বড় ছোট হতে পারে। অর্থাৎ প্রতিবিম্বে বিবর্ধন সম্ভব। $y'/y$ এই অনুপাতকে **অনুলম্ব বিবর্ধন** বলা হয়।

অনুলম্ব $$\text{বিবর্ধন}=\frac{y'}{y}=m=-\frac{v-f'}{f'}=\frac{v}{u} \tag{3.14}$$

কেননা (3.13) থেকে $\frac{f'-v}{f'v}=\frac{1}{u}$

উভ-উত্তল লেন্সের ক্ষেত্রে $u$ – ঋণাত্মক ( অর্থাৎ বাঁ দিকে হলে ) এবং $u$ এর মান $f'$ এর মানের থেকে বেশী হলে অর্থাৎ অভিবিম্বটি প্রথম মুখ্য ফোকাসের বাঁ দিকে থাকলে $v$ ধনাত্মক হবে এবং $f'<v<\infty$ হবে। এ ক্ষেত্রে $m$ = ঋণাত্মক। এই ঋণাত্মক চিহ্নের মানে হল যে, প্রতিবিম্ব অবশীর্ষ (inverted) হবে।

**অনুদৈর্ঘ্য বিবর্ধন** ( **Longitudinal magnification** )

সমীকরণ (3.13) হতে অন্তরকলনের (differentiation) ফলে,

$$0 = -\frac{1}{v^2}dv + \frac{1}{u^2}du$$

অর্থাৎ $$\frac{dv}{du} = \frac{v^2}{u^2} = \left(\frac{v}{u}\right)^2$$

অক্ষ বরাবর অভিবিম্বের দৈর্ঘ্য $du$ হলে, প্রতিবিম্বের দৈর্ঘ্য $dv$ হবে। $dv$ ও $du$ এর অনুপাতকে **অনুদৈর্ঘ্য বিবর্ধন** বলে।

$$\text{অনুদৈর্ঘ্য বিবর্ধন } m' = \frac{dv}{du} = \left(\frac{v}{u}\right)^2 = m^2 \qquad (3.15)$$

অনুলম্ব বিবর্ধনের সূত্র (3.14) থেকে দেখা যাচ্ছে যে প্রধান অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত কোন দ্বিমাত্রিক (two-dimensional) অভিবিম্বের প্রতিবিম্বটি প্রধান অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে থাকবে, দ্বিমাত্রিক হবে এবং প্রতিবিম্ব অভিবিম্বের অনুরূপ (similar) হবে। শুধু অনুপাতে ছোট বড় হতে পারে।

**আলোক কেন্দ্র** ( optical centre )

লেন্সের কোন তলে কোন রশ্মি আপতিত হয়ে লেন্সের মধ্য দিয়ে গিয়ে অপর তলে যদি আপতিত রশ্মির সমান্তরাল ভাবে নির্গত হয় তবে লেন্সের মধ্যে আলোক রশ্মি যে বিন্দুতে প্রধান অক্ষকে ছেদ করে সেই বিন্দুকে

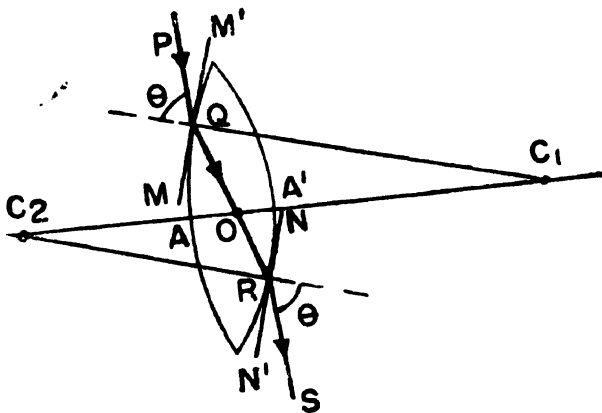



Fig. 3.9 $O$ আলোক কেন্দ্র।

**আলোক কেন্দ্র** বলে (Fig. 3.9)। অর্থাৎ আলোক কেন্দ্রের মধ্য দিয়ে যে আলোক রশ্মি যায় তার কোন বিচ্যুতি হয় না।

**প্রশ্ন :** দেখাও যে আলোক কেন্দ্র লেন্সের সাপেক্ষে একটি স্থির বিন্দু।

পাতলা লেন্সের ক্ষেত্রে আলোক বিন্দু এবং কেন্দ্র বিন্দুকে একই বিন্দু বলে ধরা চলে।

**ফোকাস তল :** ফোকাস বিন্দুর মধ্য দিয়ে প্রধান অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে যে সমতল যায় তাকে **ফোকাস তল (focal plane)** বলে। কোন সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ অক্ষের সঙ্গে $\theta$ কোণ করে লেন্সের উপর আপতিত হলে এই সমতলের একটি বিন্দুতে অভিসারী হবে (Fig. 3.10)। এই বিন্দুটি প্রধান রশ্মির উপর অবস্থিত। লেন্সের আলোক কেন্দ্র বা কেন্দ্রবিন্দু দিয়ে রশ্মিগুচ্ছের যে রশ্মিটি গিয়েছে সেই রশ্মিটিই ঐ রশ্মিগুচ্ছের **প্রধান রশ্মি (chief ray)**।

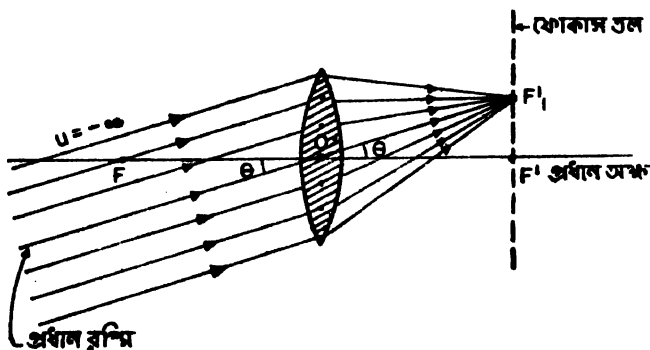



Fig. 3.10

**প্রশ্ন :** সমান্তরাল কোন তির্যক রশ্মিগুচ্ছ উভউত্তল লেন্সের মধ্য দিয়ে যাবার পর কেন ফোকাস তলে অবস্থিত কোন বিন্দুতে অভিসারী হবে ?

## তির্যক রশ্মির পদ্ধতি :

সমান্তরাল রশ্মির পদ্ধতিতে, অক্ষের বাইরে অভিবিম্বের কোন একটি বিন্দুর অবস্থান জানা থাকলে প্রতিবিম্বের অবস্থান নির্ণয় করা যায়, ঐ বিন্দুর অনুবন্ধী বিন্দুটি নির্ণয় করে। অক্ষের বাইরে কোন বিন্দুর সাহায্য না নিয়ে এ পদ্ধতি প্রয়োগ করা যায় না। উপরন্তু ঐ পদ্ধতিতে অভিবিম্বের এই বিন্দুটি থেকে বিশেষ দুটি রশ্মির সাহায্য নিতে হয়। তির্যক রশ্মির পদ্ধতিতে এসব অসুবিধা নেই এবং পদ্ধতিটি অনেক বেশী শক্তিশালী। ধরা যাক $P$, অভিবিম্বের উপর যে কোন একটি বিন্দু। বিন্দুটি অক্ষের উপর

কোন বিন্দু হতে পারে অক্ষের বাইরের কোন বিন্দুও হতে পারে। আমরা $P$ বিন্দুটি থেকে যে কোন দুটি তির্যক রশ্মি $PR$ ও $PS$ নিলাম (Fig. 3.11)। এই দুটি রশ্মির অনুবন্ধী রশ্মিদ্বয় যদি আমরা প্রতিবিম্ব লোকে নির্ণয় করতে পারি তবে ঐ অনুবন্ধী রশ্মিদ্বয় যে বিন্দুতে মিলিত হবে সেই বিন্দুই $P$ বিন্দুর অনুবন্ধী, অর্থাৎ $P$ এর প্রতিবিম্ব। কিভাবে $PR$ ও $PS$ রশ্মির অনুবন্ধী রশ্মি নির্ণয় করা যাবে ?

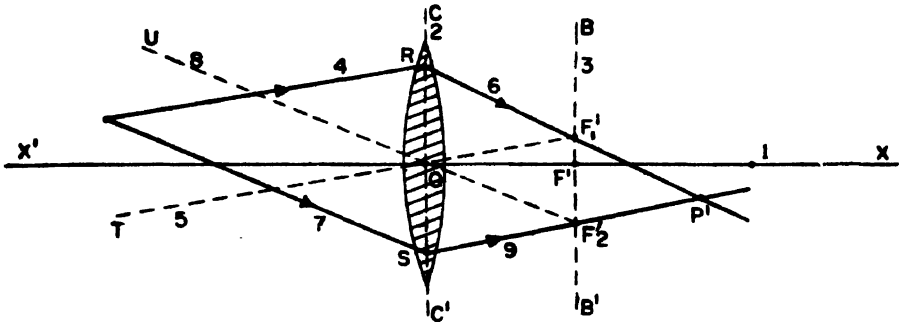



Fig. 3.11

1. প্রধান অক্ষ $X'X$ টানা হল। 2. আলোককেন্দ্র দিয়ে প্রধান অক্ষের লম্বতল $C'C$ আঁকা হল। 3. দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস তল $BB'$ আঁকা হল। 4. $P$ হতে যে কোন একটি রশ্মি $PR$ নেওয়া হল। 5. $PR$ এর সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছের প্রধান রশ্মি $TO$ টানা হল যা $BB'$ তলকে $F_1'$ বিন্দুতে ছেদ করল। 6. $RF_1'$ যুক্ত করে বর্দ্ধিত করা হল। $RF_1'P'$ রশ্মিটি $PR$ রশ্মির অনুবন্ধী। এভাবে যে কোন তির্যক রশ্মির অনুবন্ধী রশ্মি নির্ণয় করা যায়। 7. $P$ থেকে যে কোন আরেকটি রশ্মি $PS$ নেওয়া হল এবং আগের মত 8, 9 দিয়ে $PS$ এর অনুবন্ধী রশ্মি $SF_2'P'$ নির্ণয় করা হল। $RF_1'P$ ও $SF_2'P'$ রশ্মিদ্বয় $P'$ বিন্দুতে মিলিত হল। $P'$ বিন্দু $P$ বিন্দুর প্রতিবিম্ব। Fig. 3.21তে 1, 2, 3···9 সংখ্যাগুলি পর পর কিভাবে $P'$ কে নির্ণয় করা হয়েছে তা দেখাচ্ছে।

### 3.1.5. পাতলা লেন্সের সমবায় (combination of thin lenses)

একটি পাতলা লেন্সের বেলায় প্রতিবিম্ব নির্ণয় করবার যে সমস্ত গাণিতিক ও লৈখিক পদ্ধতির কথা এ পর্যন্ত বলা হয়েছে একাধিক লেন্সের সমবায়ের

ক্ষেত্রেও সে সব পদ্ধতি প্রযোজ্য। এক্ষেত্রে প্রথম লেন্সের জন্য প্রতিবিম্ব নির্ণয় করে, সেই প্রতিবিম্বকে পরবর্তী লেন্সের অভিবিম্ব ( সদ্ বা অসদ্ ) হিসাবে ধরতে হবে এবং এই দ্বিতীয় লেন্সে তার প্রতিবিম্ব নির্ণয় করতে হবে, এভাবে সমবায়ের সবগুলি লেন্সের জন্য একই পদ্ধতি বারবার প্রয়োগ করে চূড়ান্ত প্রতিবিম্ব নির্ণয় করতে হবে। দৃষ্টান্তস্বরূপ একটি অভিসারী লেন্স $L_1$ ও একটি অপসারী লেন্স $L_2$ এর সমবায়ের ক্ষেত্রে, অক্ষস্থিত বিন্দু $P$ এর প্রতিবিম্ব $P'$ কি করে তির্যক রশ্মির পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায় তা দেখানো হল (Fig. 3.12)। এখানে $F_1'$ ও $F_2'$ যথাক্রমে $L_1$ ও $L_2$ লেন্সের দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাসদ্বয়।

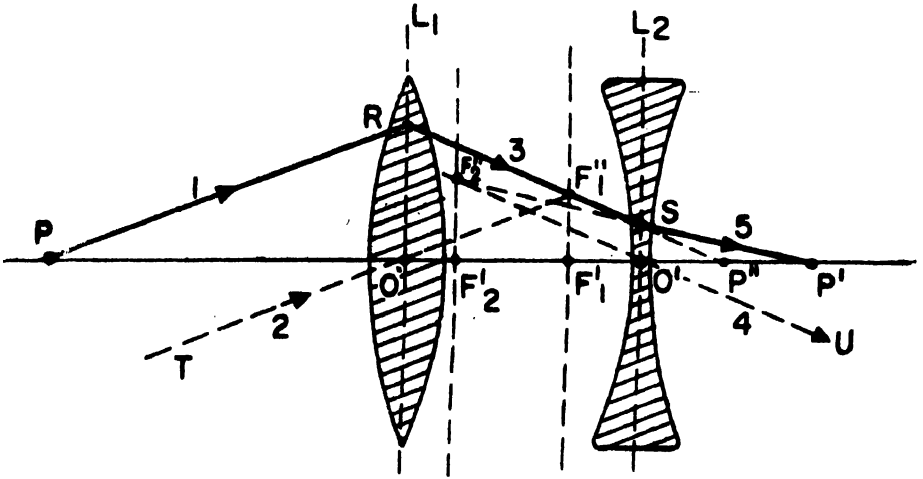



Fig. 3.12

## সমতুল লেন্স (equivalent lens)

কোন লেন্স-সমবায় কোন বস্তুর প্রতিবিম্ব গঠন করল। এখন ঐ লেন্স সমবায়ের পরিবর্তে কোন একক লেন্স ব্যবহার করে যদি ঐ বস্তুর প্রতিবিম্ব একই জায়গায় গঠন করা যায় এবং যদি প্রতিবিম্বের বিবর্ধন একই থাকে তবে ঐ একক লেন্সকে লেন্স সমবায়ের **সমতুল লেন্স** বলা হয়। সমতুল লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্যকে **সমতুল** ফোকাস দৈর্ঘ্য (equivalent focal length) বলে। দুধরণের সমবায়ের ক্ষেত্রে আমরা সমতুল ফোকাস দৈর্ঘ্য নির্ণয় করব।

**(a) সংলগ্ন লেন্স সমবায় (lens in contact)**

দুটি পাতলা লেন্স $L_1$ ও $L_2$ গায়ে গায়ে লাগানো রয়েছে। লেন্স দুটি পাতলা বলে তাদের আলোক কেন্দ্র দুটি একই বিন্দুতে সমাপতিত ধরা যায়। $O$ সেই যুক্ত আলোক কেন্দ্র। এখানেই কার্তেজীয় অক্ষের মূলবিন্দু

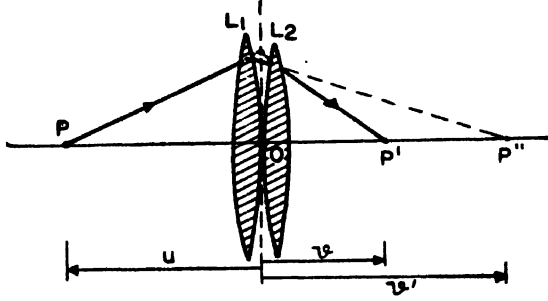



Fig. 3.13

নেওয়া হল। $P$ অক্ষের উপর বিন্দু অভিবিম্ব। লেন্স $L_1$ এর জন্য প্রতিবিম্ব $P''$ বিন্দুতে সৃষ্ট হবার কথা। কিন্তু লেন্স $L_2$ থাকার দরুণ $P''$ এ প্রতিবিম্ব না হয়ে চূড়ান্ত প্রতিবিম্ব হয়েছে $P'$ এ। $L_1$ ও $L_2$ লেন্স দুটির ফোকাস দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $f_1$ ও $f_2$। সুতরাং

$$\frac{1}{v'}-\frac{1}{u}=\frac{1}{f_1}$$

$$\frac{1}{v}-\frac{1}{v'}=\frac{1}{f_2}$$

এই দুটি সমীকরণ থেকে $\frac{1}{v}-\frac{1}{u}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}=\frac{1}{F}$ (ধরা যাক) (3.16)

সমীকরণ (3.16) থেকে স্পষ্টই দেখা যাচ্ছে যে যদি $O$ বিন্দুতে $F$ ফোকাস দৈর্ঘ্যের একটি একক লেন্স বসানো যায় তবে প্রতিবিম্ব $P'$ এতেই হবে এবং বিবর্ধন $m=\frac{v}{u}$ সংলগ্ন সমবায়ের বিবর্ধনের সমান হবে। অর্থাৎ সমতুল লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য $F$এর বেলায়

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}$$

অতএব সমতুল লেন্সের ক্ষমতা $K=K_1+K_2=$ লেন্সগুলির ক্ষমতার সমষ্টি (3.17)

একাধিক লেন্সের ক্ষেত্রে সমতুল লেন্সের ক্ষমতা $K=K_1+K_2+\cdots$ (3.18)

সংলগ্ন সমবায়ের ক্ষেত্রে, অভিবিম্ব যেখানেই স্থাপিত হোক না কেন ( অর্থাৎ $u$ এর মান যাই হোক না কেন ) সমতুল লেন্সের আলোক কেন্দ্র সংলগ্ন সমবায়ের যুক্ত আলোক কেন্দ্রে থাকলে, প্রতিবিম্ব একই জায়গায় হবে এবং বিবর্ধনও সমান হবে। এই তুল্যতা **আদর্শ তুল্যতা** (perfect equivalence)। এজন্য অনেক সময়েই একটি লেন্সের অপেরনজনিত দোষ দূর করবার জন্য বিভিন্ন রকম কাঁচের একাধিক লেন্সের সমবায় ব্যবহার করা হয়। একটি উল্লেখযোগ্য দৃষ্টান্ত হল ফ্লিন্ট ও ক্রাউন কাঁচের অবার্ণ-সমবায় **(achromatic combination)**।

**উদাহরণ :** একটি উত্তল লেন্সের বাঁ দিকে 20 cm দূরে কোন বস্তু রাখলে তার প্রতিবিম্ব ডানদিকে 30 cm দূরে হয়। এই লেন্সের বদলে একটি অভিসারী ও অপসারী লেন্সের সংলগ্ন সমবায় ব্যবহার করতে হবে। অভিসারী লেন্সের ক্ষমতা $+12\frac{1}{3}$ ডায়প্টার। অপসারী লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য কত ?

একক লেন্সের ক্ষমতা $K=\frac{1}{v}-\frac{1}{u}=\frac{1}{30}+\frac{1}{20}=\frac{5}{60}\text{cm}^{-1}=\frac{25}{3}$ ডায়প্টার

অভিসারী লেন্সের ক্ষমতা $K_1=\frac{37}{3}$ ডায়প্টার

অতএব অপসারী লেন্সের ক্ষমতা $=K_2=K-K_1=\frac{25}{3}-\frac{37}{3}$

$= -4$ ডায়প্টার

সুতরাং অপসারী লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য $=-\frac{100}{4}=-25$ cm।

(b) **ব্যবধানে রাখা লেন্সের সমবায়** (lenses seperated by a distance)

ধরা যাক $L_2$ লেন্সটি $L_1$ লেন্সের সংলগ্ন না হয়ে কিছুটা দূরে আছে। দুই লেন্সের আলোক কেন্দ্র $O$ ও $O'$ এর মধ্যে দূরত্ব $a$। কার্তেজীয় অক্ষের মূলবিন্দু, $O$ তে রাখা হল (Fig. 3.14)।

$PR$ আপতিত কোন রশ্মি, $TP'$ তার অনুবন্ধী রশ্মি। লেন্স সমবায়ের জন্য $P'$ বিন্দুতে প্রতিবিম্ব হয়েছে। প্রতিবিম্বের বিবর্ধন $m$। এস্থলে কোন একক লেন্সের সাহায্যে একই জায়গায় ও একই বিবর্ধনের প্রতিবিম্ব সৃষ্টি করা যায় না। এখানে যে লেন্স একই বিবর্ধনের প্রতিবিম্ব তৈরী করে

তাকেই সমতুল লেন্স বলা হয়। এই তুল্যতা আদর্শ নয়, সীমিত (restricted)। কেননা বিবর্ধন সমান হলেও প্রতিবিম্বের অবস্থান বদলে

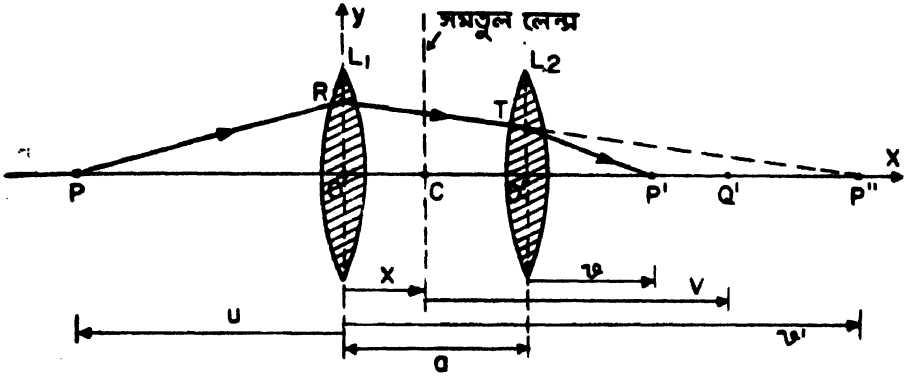



Fig. 3.14

যাচ্ছে। ধরা যাক $C$ বিন্দুতে সমতুল লেন্স স্থাপন করলে বিবর্ধন সমান হয় কিন্তু সমতুল লেন্সের ক্ষেত্রে প্রতিবিম্ব হয় $Q'$ বিন্দুতে।

প্রথম লেন্স $L_1$ এর ক্ষেত্রে

$$\frac{1}{v'}-\frac{1}{u}=\frac{1}{f_1}$$

অতএব প্রথম লেন্সের বিবর্ধন $m_1=\frac{v'}{u}=\frac{f_1}{u+f_1}$ (3.19)

দ্বিতীয় লেন্সের ক্ষেত্রে

$$\frac{1}{\overline{O'P'}}-\frac{1}{\overline{O'P''}}=\frac{1}{f_2}$$

$$\frac{1}{v}-\frac{1}{v'-a}=\frac{1}{f_2}$$

এখানে দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস দৈর্ঘ্যকে আমরা $f_1$ ও $f_2$ লিখেছি।

সুতরাং দ্বিতীয় লেন্সের বিবর্ধন $m_2=\frac{v}{v'-a}=\frac{f_2}{f_2+v'-a}$ (3.20)

লেন্স সমবায়ের বিবর্ধন, $m=m_1m_2=\frac{f_1}{(u+f_1)(v'-a+f_2)}$

$$=\frac{f_1f_2}{(u+f_1)\left[\frac{uf_1}{u+f_1}-a+f_2\right]}$$

$$=\frac{f_1f_2}{u(f_1+f_2-a)+f_1f_2-af_1} \quad (3.21)$$

সমতুল লেন্সের ক্ষেত্রে, $\frac{1}{\overline{CQ'}}-\frac{1}{\overline{CP}}=\frac{1}{F}$ অথবা $\frac{1}{\overline{CQ'}}-\frac{1}{\overline{CO}+\overline{OP}}=\frac{1}{F}$

অর্থাৎ $\frac{1}{V}-\frac{1}{u-x}=\frac{1}{F}$

∴ সমতুল লেন্সের বিবর্ধন $M=\frac{V}{u-x}=\frac{1}{F}$ (3.22)

সমতুল লেন্সের সংজ্ঞা থেকে, $M=m$ বা $\frac{1}{M}=\frac{1}{m}$

অতএব $\frac{u-x+F}{F}=\frac{u(f_1+f_2-a)+f_1f_2-af_1}{f_1f_2}$

অতএব $\frac{1}{F}u-\frac{1}{F}x=\left(\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}-\frac{a}{f_1f_2}\right)u-\frac{a}{f_2}$ (3.23)

এই সমীকরণটী $u$ এর সকল মানেই প্রযোজ্য হবে। অর্থাৎ সমীকরণটী একটি অভেদ (identity)।

সুতরাং $\frac{1}{F}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}-\frac{a}{f_1f_2}$ (3.24)

এবং $x=\frac{a}{f_2}F$ (3.25)

সমতুল লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য (3.24) থেকে পাওয়া যাবে এবং সমতুল লেন্সটী প্রথম লেন্স থেকে $\frac{a}{f_2}$F দূরত্বে রাখতে হবে।

সমতুল লেন্সের ক্ষমতা $K=K_1+K_2-aK_1K_2$ (3.26)

**উদাহরণ ঃ** দুটি লেন্সের একটি সমবায়ে লেন্স দুটির মধ্যে দূরত্ব 20 cm ; দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস দৈর্ঘ্যগুলি যথাক্রমে $f_1'=+20$ cm এবং $f_2'=-30$ cm।

প্রথম লেন্সের বাঁ দিকে 100 cm দূরে 10 cm উচ্চতার একটি বস্তু রাখলে তার প্রতিবিম্ব কত বড় হবে ?

সমতুল লেন্সের ফোকাস দূরত্ব

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{20}-\frac{1}{30}=\frac{1}{20}$$

অর্থাৎ $F=+20$ cm

এবং $x = \frac{-20 \times 20}{30} = -\frac{40}{3}$ cm

সমতুল লেন্স হতে সমতুল লেন্স দৃষ্ট প্রতিবিম্বের দূরত্ব $V$ হলে

$$\frac{1}{V} - \frac{1}{u-x} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{20} + \frac{1}{-100+40/3} = \frac{1}{20} - \frac{3}{260} = \frac{1}{26}$$

অর্থাৎ $V = 26$ cm

অর্থাৎ প্রথম লেন্স থেকে দূরত্ব $V + x = 26 - \frac{40}{3} = \frac{38}{3}$ cm.

বিবর্ধন $M = \frac{V}{u-x} = \frac{26}{-100+40/3} = -\frac{3}{10}$

অর্থাৎ প্রতিবিম্ব হবে সদ্‌, অবশীর্ষ ও অনেক ছোট। প্রতিবিম্বের উচ্চতা হবে 3 cm।

### 3.1.6 পরীক্ষাগারে পাতলা লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য মাপার বিভিন্ন পদ্ধতি।

লেন্স ব্যবহার করতে গেলে তার ফোকাস দৈর্ঘ্য কিম্বা ক্ষমতা না জানলে চলে না। পরীক্ষাগারে যে সমস্ত সাধারণ পদ্ধতি প্রচলিত আছে তাদের মধ্যে উল্লেখযোগ্য হল :—

(i) $U - V$ পদ্ধতি।

(ii) সরণ পদ্ধতি (displacement method)।

(iii) সমবায় পদ্ধতি, সহায়ক লেন্স বা দর্পণের সাহায্যে।

**(i) U – V পদ্ধতি :**

এই পদ্ধতিটি অভিসারী লেন্সের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। অপটিক্যাল বেঞ্চে (optical bench) বিভিন্ন স্ট্যাণ্ডে পর পর বৈদ্যুতিক বাতি, তারজালি

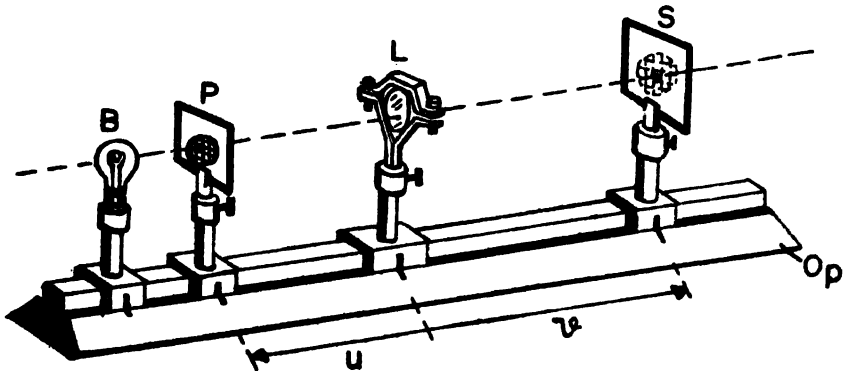



Fig. 3.15

(wire gauge), অভিসারী লেন্স ও পর্দা নেওয়া হল (Fig. 3.15)। পর্দা $S$ আগে পিছে সরিয়ে আলোকিত তারজালির একটা স্পষ্ট প্রতিবিম্ব পর্দায় ফেলা হল। $u, v$ দূরত্বগুলি বেঞ্চের স্কেল থেকে মেপে $\frac{1}{v}-\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$, সমীকরণে উপযুক্ত চিহ্ন সহকারে বসালে $f$' এর মান পাওয়া যাবে।

তারজালি ও পর্দা ব্যবহার না করে $P$ ও $S$ স্ট্যাণ্ডে দুটি পিন বসিয়ে **দৃষ্টিভ্রম পদ্ধতির** (parallax method) সাহায্যেও প্রতিবিম্বের অবস্থান নির্ণয় করা যায়। দৃষ্টিভ্রম পদ্ধতির মূলনীতি হল এরকম।

চলন্ত ট্রেনের জানলা দিয়ে বাইরে তাকালে দেখা যায় যে বিভিন্ন দূরত্বের গাছপালা পরস্পরের সাপেক্ষে সরে সরে যাচ্ছে। ধরা যাক $S$, $S'$ ও $S''$ তিনটি গাছ। $S'$, $S$-এর থেকে কাছে, $S''$, $S$-এর থেকে দূরে। ধরা যাক ট্রেনে চলার সময় যাত্রীর চোখ 1 থেকে 2 হয়ে 3 অবস্থায় গিয়েছে

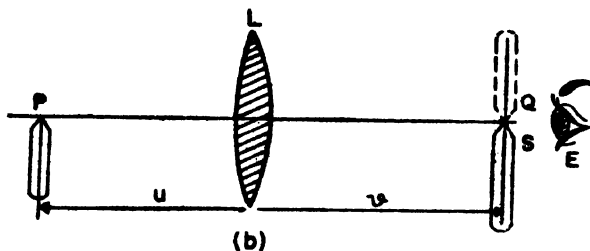
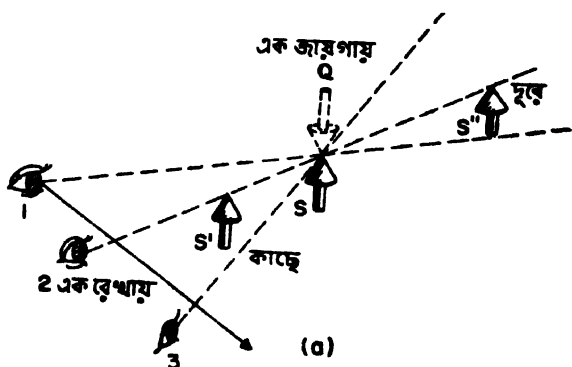



Fig. 3.16

(Fig. 3.16a)। 1 অবস্থায় $S$-এর সাপেক্ষে $S''$ কে বাঁ দিকে আর $S'$ কে ডান দিকে মনে হবে। 2 অবস্থায়, ধরা যাক, $S$, $S'$ ও $S''$ একই রেখায় আছে। তাহলে 3 অবস্থায় $S$-এর সাপেক্ষে মনে হবে $S'$ বাঁদিকে আর $S''$

ডানদিকে আছে। অর্থাৎ যখন চোখ 1 থেকে 3 এ যাবে তখন মনে হবে $S$-এর সাপেক্ষে $S'$ ও $S''$ দুটোই সরে যাচ্ছে, $S''$ সরছে বাঁদিক থেকে ডান দিকে অর্থাৎ চোখ যে দিকে সরছে সে দিকে, আর $S'$ সরছে ডানদিক থেকে বাঁদিকে অর্থাৎ চোখ যে দিকে সরছে তার বিপরীত দিকে। চোখ এক পাশ থেকে আর এক পাশে সরালে যদি কোন বস্তু $S$-এর সাপেক্ষে অপর কোন বস্তু $Q$ কে সরতে দেখা যায় তবে বুঝতে হবে যে তারা চোখ থেকে বিভিন্ন দূরত্বে আছে। চোখ যে দিকে সরছে $Q$ যদি সেদিকেই সরে তবে $Q$, $S$ থেকে দূরে আছে, যদি বিপরীত দিকে সরে তবে $Q$, $S$-এর থেকে কাছে আছে। $Q$ ও $S$ এর মধ্যে আপেক্ষিক সরণ না হলে বুঝতে হবে তারা একই দূরত্বে আছে। ভিন্ন দূরত্বে দুটি বস্তু থাকলে দর্শকের অবস্থান পাল্টালে তাদের মধ্যে যে আপাত আপেক্ষিক সরণ হয় তাকে **দৃষ্টিভ্রম** (parallax) বলে। এই পদ্ধতিতে দুটি বস্তুর মধ্যে কোনটি কাছে আর কোনটি দূরে তা নির্ণয় করা যায়।

$L$ অভিসারী লেন্স বলে (Fig. 3.16b), অভিবিম্বের দূরত্ব $f'$-এর থেকে বেশী হলে একটি অবশীর্ষ সদ্ বিম্ব $Q$ সৃষ্টি হবে। লেন্স $L$ থেকে $Q$ কত দূরে আছে সেটা নির্ণয় করা হয় পিন $S$-এর সাহায্যে, পিনটিকে আগে পিছে করে। যতক্ষণ $Q$ ও $S$-এর দূরত্ব এক নয় ততক্ষণ $Q$ ও $S$-এর মধ্যে দৃষ্টিভ্রম থাকবে। কিন্তু যখন $Q$ ও $S$ সমান দূরে এসে যাবে, $Q$ ও $S$ এক রেখা বরাবর, তখন $Q$ ও $S$ একই সঙ্গে সরবে এবং কোন দৃষ্টিভ্রম থাকবে না। এভাবে পিন S-এর সাহায্যে $Q$-এর অবস্থান নির্ণয় করে সমীকরণ $\frac{1}{v}-\frac{1}{u}=\frac{1}{f'}$ থেকে $f'$ এর মান পাওয়া যাবে।

(ii) **সরণ পদ্ধতি** ঃ—এই পদ্ধতির মূলনীতি হল, অভিবিম্ব ও পর্দার অবস্থান স্থির রাখলে তাদের মধ্যে উত্তল লেন্সের দুটি অবস্থানে পর্দায় স্পষ্ট প্রতিবিম্ব গঠিত হবে। এটা সহজেই প্রমাণ করা যায়। ধরা যাক $P$ অভিবিম্ব (আলোকিত তার জালি) ও $S$ পর্দা। $P$ হতে $S$ এর দূরত্ব $D$ ও লেন্স $L$ এর দূরত্ব $x$ (Fig. 3.17)।

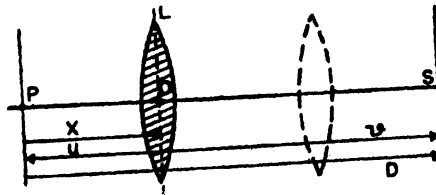



Fig. 3.17

এখানে $v = D - x$

$u = -x$

অতএব $\frac{1}{D-x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}$

অথবা $x^2 - Dx + Df' = 0$

এই দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান করলে $x$ এর দুটি মান পাওয়া যাবে

$$x_1 = \frac{D + \sqrt{D^2 - 4Df'}}{2} \text{ এবং } x_2 = \frac{D - \sqrt{D^2 - 4Df'}}{2}$$

সুতরাং, $x_1 - x_2 = \sqrt{D^2 - 4Df'} = \triangle$

$$\text{অতএব} \quad f' = \frac{D^2 - \triangle^2}{4D} \tag{3.27}$$

এখানে দেখা যাচ্ছে যে $D^2 > 4Df'$ অর্থাৎ $D > 4f'$ হলেই লেন্সের দুটি অবস্থানে পর্দায় স্পষ্ট প্রতিবিম্ব পড়বে। অপটিক্যাল বেঞ্চে তারজালি ও পর্দাকে স্থির রেখে, লেন্সকে আগে পিছে সরিয়ে এই দুটি অবস্থান নির্ণয় করা হয়। এই দুই অবস্থানের মধ্যে দূরত্ব $\triangle$। সমীকরণ (3.27) থেকে $f'$ পাওয়া যাবে।

**(iii) সহায়ক লেন্স বা দর্পণের পদ্ধতি** ( **method of auxiliary lens or mirror)**

অপসারী লেন্সের ক্ষেত্রে আগের পদ্ধতিগুলি প্রযোজ্য নয় কেননা অপসারী লেন্স সবসময়েই অসদ্ বিম্ব তৈরী করে। উপযুক্ত ফোকাস দৈর্ঘ্যের অভিসারী

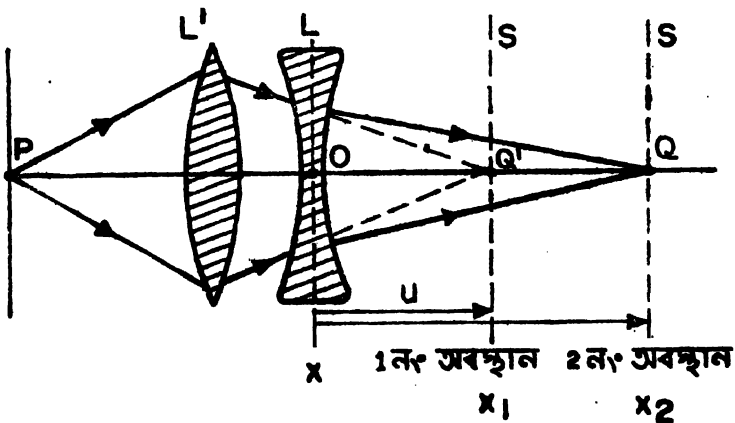



Fig. 3.18

লেন্সের সাহায্যে কোন অপসারী লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা সম্ভব। ধরা

থাক অভিসারী সহায়ক লেন্সটী $L'$ এবং অপসারী লেন্সটী $L$। অপটিক্যাল বেঞ্চে আলোকিত তারজালি ও পর্দার মাঝে $L'$ বসানো হল। পর্দাটিকে সরিয়ে তারজালির স্পষ্ট প্রতিবিম্ব পর্দায় ফেলা হল। অপটিক্যাল বেঞ্চের স্কেলে পর্দার অবস্থান $x_1$। এবার অপসারী লেন্সকে $L'$ ও পর্দার মাঝে রাখা হল। স্কেলে তার অবস্থান $x$। অপসারী লেন্স আনার ফলে প্রতিবিম্ব আর আগের জায়গায় পড়বে না। আরো দূরে পড়বে। পর্দা দূরে সরিয়ে স্পষ্ট প্রতিবিম্ব পাওয়া গেল স্কেলের $x_2$ অবস্থানে। এখানে $Q'$, $L$ এর অভিবিম্ব এবং $Q$ প্রতিবিম্ব। তাহলে

$$x_1 - x = u \text{ ও } x_2 - x = v \text{ এবং } \frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f'}, \text{ এই}$$

সমীকরণ থেকে $f'$ পাওয়া যাবে। এখানে $v > u$ অর্থাৎ $f'$ ঋণাত্মক হবে।

**প্রশ্ন** :— একটি পাতলা উত্তল লেন্সকে একটি সমতল দর্পণের উপর রাখা হল। সমতল দর্পণ হতে 30 cm উপরে একটি পিন রাখলে পিন ও তার প্রতিবিম্বের মধ্যে কোন দৃষ্টিভ্রম থাকে না। লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য কত ? দর্পণ ও লেন্সের মধ্যস্থল জল দিয়ে পূর্ণ করা হল। এবার পিনটিকে দর্পনের 60 cm উপরে রাখলে পিন ও তার প্রতিবিম্বের মধ্যে দৃষ্টিভ্রম থাকে না। লেন্সটী সমউত্তল এবং তার গোলীয় তলগুলির বক্রতা ব্যাসার্ধ 19.8 cm। জলের প্রতিসরাঙ্ক কত ?

উপরোক্ত পদ্ধতিগুলির সাহায্যে কোন লেন্সের ফোকাস্ দৈর্ঘ্য যথেষ্ট সূক্ষ্মভাবে মাপা যায় না ! মিলিমিটারের মত অনিশ্চয়তা থেকে যায়। সূক্ষ্মভাবে মাপতে ফোকোমিটার (focometer) ব্যবহার করা হয়।

## 3.2 প্রতিসম অপটিক্যাল তন্ত্র (Symmetrical optical systems)

কোন তল যদি কোন অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম হয়, তবে তাকে **অক্ষগত প্রতিসম তল** (axially symmetric surface) বলে। কতগুলি অক্ষগত প্রতিসম, প্রতিফলক ও প্রতিসারক তলের কোন সমবায়ে যদি প্রতিসাম্য অক্ষ (axis of symmetry) একটিই হয় অর্থাৎ বিভিন্ন তলের প্রতিসাম্য অক্ষ একটিমাত্র অক্ষ বরাবর হয় তবে সেই সমবায়কে **প্রতিসম অপটিক্যাল তন্ত্র** বলে। পাতলা গোলীয় লেন্স এরকম একটি অপটিক্যাল তন্ত্র। প্রতিসম অপটিক্যাল তন্ত্রের বিভিন্ন প্রতিসম তলকে যে গোলীয় হতেই হবে এমন কোন কথা নেই। তলগুলি উপগোলক (spheroid বা ellipsoid of revolution),

অধিগোলক (paraboloid), পরাগোলক (hyperboloid) বা অন্যরকমও হতে পারে। গোলীয় নয় অথচ প্রতিসম এমন অপটিক্যাল তন্ত্রের প্রকৃষ্ট উদাহরণ হ'ল চোখ। চোখের লেন্সে প্রতিসরাঙ্ক সর্বত্র সমান নয়, বাইরের তল থেকে লেন্সের কেন্দ্রের দিকে প্রতিসরাঙ্ক বেড়েছে আস্তে আস্তে নিরবচ্ছিন্ন ভাবে (continuously)। এ ধরনের প্রতিসম তন্ত্র, যেখানে মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক এক বিন্দু থেকে আর এক বিন্দু পর্যন্ত ধীরে ধীরে নিরবচ্ছিন্ন ভাবে পাল্টায়, তারাও এ আলোচনার অন্তর্গত। প্রতিসম অপটিক্যাল তন্ত্রে প্রতিবিম্ব গঠনের বিষয়টি আমরা এখন আলোচনা করব।

### 3.2.1 গাউসীয় আসন্নয়ন (Gaussian approximation)

ধরা যাক $\Sigma$ একটি প্রতিসমতল যার প্রতিসাম্য অক্ষ হচ্ছে $X'X$। কার্তেজীয় অক্ষের মূলবিন্দুকে প্রতিসম তলের অক্ষবিন্দু (Pole) $O$ তে রাখা

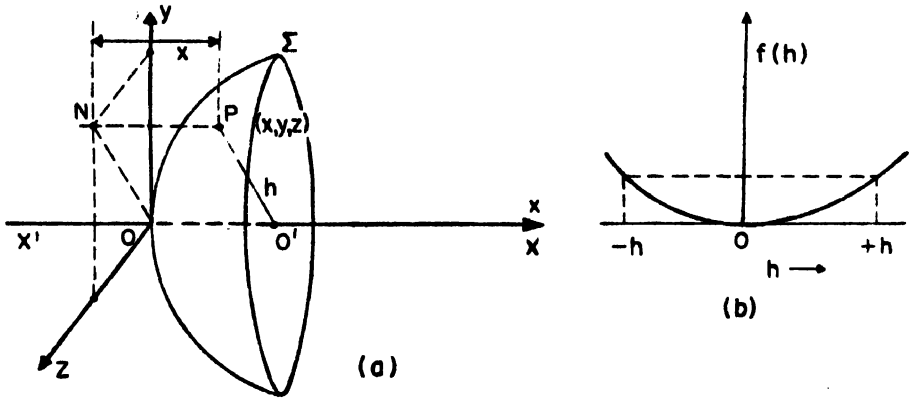



Fig. 3.19

হ'ল। $x$ অক্ষটি $X'X$ বরাবর। $\Sigma$ তলটি অতএব $O$ বিন্দুতে $yz$ তলকে স্পর্শ করেছে। $\Sigma$ তলের উপর $P$ যে-কোন বিন্দু $(x, y, z)$। অক্ষ হতে $P$ এর লম্ব দূরত্ব $h=(y^2+z^2)^{\frac{1}{2}}$। তলটি অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম হওয়ায় $h$ সমান হলে $x$ ও সমান হবে এবং $x$, $h$ এর এক ধরনের অপেক্ষক (function) হবে।

ধরা যাক $f(h)$, $h$ এর কোন প্রতিসম অপেক্ষক। $f(h)$ কে $h$ এর অসীম শ্রেণী হিসাবে লেখা যায়

$$f(h)=a_0+a_1h+a_2h^2+a_3h^3+a_4h^4+\cdots \tag{3.28}$$

$f(h)$ প্রতিসম বলে

$$f(-h)=f(h)$$

অর্থাৎ $a_1, a_3, a_5$ ইত্যাদি বিষম সহগগুলির মান শূন্য।

অতএব $f(h)=a_0+a_2h^2+a_4h^4+\cdots$

যেহেতু $x$, $h$ এর একটি প্রতিসম অপেক্ষক, সেহেতু

$$x=a_0+a_2(y^2+z^2)+a_4(y^2+z^2)^2+\cdots$$

Fig. 3.19 অনুযায়ী $h=0$ হলে, $x=0$ অর্থাৎ $a_0=0$

কাজেই $x=\frac{c}{2}(y^2+z^2)+a_4(y^2+z^2)^2+\cdots=\frac{c}{2}h^2+a_4h^4+\cdots$

এখানে $a^2$-এর জায়গায় $\frac{c}{2}$ লেখা হ'ল।

$$\text{বা,}\quad x=\frac{c}{2}h^2+O(h^4) \tag{3.29}$$

যে সমস্ত পদে $h$ এর ঘাত 4 বা ততোধিক, তাদের সবগুলিকে একত্রিত ভাবে $O(h^4)$ বলা হল। যখন অপটিক্যাল তন্ত্রের উন্মেষ (aperture) এত ছোট যে $h$ এর 4 বা ততোধিক ঘাতের পদগুলি নগণ্য ধরলেও চলে অর্থাৎ যখন $O(h^4)$ কে উপেক্ষা করা যায়, তখন

$$x\simeq\frac{c}{2}h^2 \tag{3.30}$$

দেখা যাচ্ছে $c$ হ'ল তলটির অক্ষবিন্দুতে বক্রতা। সমস্ত প্রতিসম তল যাদের অক্ষবিন্দুতে বক্রতা $c$ এর সমান, এই আসন্নয়নে তাদের মধ্যে কোন পার্থক্য থাকবে না। তারা উপগোলক, অধিগোলক, পরাগোলক বা অন্য যে কোন তলই হোক না কেন তাদের অক্ষবিন্দুতে বক্রতা $c$ হলে তাদের সবাইকেই কার্যতঃ $c$ বক্রতার একটি গোলীয় তল বলে ধরা যাবে। যে আসন্নয়নে $O(h^4)$ কে বাদ দেওয়া হয় তাকে আমরা **প্রথম গাউসীয় আসন্নয়ন** (First Gaussian approximation) বলব। †

**অক্ষস্থ বিন্দু অভিবিম্বের প্রতিবিম্ব ঃ** অক্ষের উপর যে কোন বিন্দু অভিবিম্ব নেওয়া হল। কাজেই প্রতিসম অপটিক্যাল তন্ত্রের উপর আপতিত

---

† ফ্রিয়েডরিচ্ কার্ল গাউস্ (1777—1885) জার্মান পদার্থবিদ্ ও জ্যোতির্বিজ্ঞানী। চৌম্বকতত্ত্ব ও অপটিক্যাল তন্ত্রের গাণিতিক বিশ্লেষণে তাঁর অবদান উল্লেখযোগ্য। লেন্স সংক্রান্ত তাঁর বিখ্যাত প্রবন্ধ "ডায়প্ট্রিশে উনটেরজুখুংগেন" 1841 খৃষ্টাব্দে প্রকাশিত হয়।

তরঙ্গফ্রন্টটি গোলীয় হবে এবং আপতিত তরঙ্গফ্রন্ট ও অপটিক্যাল তন্ত্র একই অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম হবে। অপটিক্যাল তন্ত্রের মধ্যে প্রতিসারক ও প্রতিফলক তলগুলি যে ভাবেই বিন্যস্ত থাকুক না কেন, নির্গত তরঙ্গফ্রন্টটিও ঐ একই **অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম** হবে। গাউসীয় আসন্নয়নে এই নির্গত তরঙ্গফ্রন্টটিকে একটি গোলকের অংশ বলে ধরা যেতে পারে। এই গোলকের কেন্দ্রবিন্দু ঐ প্রতিসাম্য অক্ষের উপর অবস্থিত। অতএব নির্গত তরঙ্গফ্রন্টটি অক্ষের উপর ঐ বিন্দুতে অভিসারী বা ঐ বিন্দু হতে অপসারী হবে। তাহলে দেখা যাচ্ছে যে, গাউসীয় আসন্নয়নে অক্ষস্থ যে কোন বিন্দু অভিবিম্বের প্রতিবিম্বটি **একটিমাত্র** বিন্দু হবে এবং তা অক্ষের উপরেই থাকবে।

### 3.2.2 দ্বিতীয় গাউসীয় আসন্নয়ন বা উপাক্ষীয় আসন্নয়ন (Second Gaussian approximation or Paraxial approximation)

প্রথম গাউসীয় আসন্নয়নে অপটিক্যাল তন্ত্রের উন্মেষে বাধা-নিষেধ আরোপ করা হয়েছে, দৃষ্টির ক্ষেত্র সম্বন্ধে কিছু বলা হয় নি। এখন প্রশ্ন হ'ল, বিন্দু অভিবিম্বটি যদি অক্ষস্থ না হয়ে অক্ষের বাইরের কোন বিন্দু হয় তাহলেও কি তার একটি বিন্দু প্রতিবিম্ব প্রতিসম অপটিক্যাল তন্ত্রে সর্বাবস্থায় পাওয়া সম্ভব? সর্বাবস্থায় পাওয়া না গেলে কোন বিশেষ অবস্থায় পাওয়া সম্ভব?

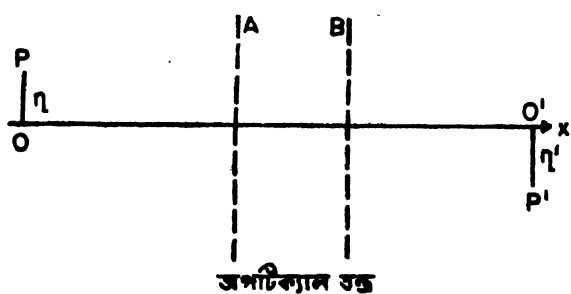



Fig. 3.20

*AB* প্রতিসম অপটিক্যাল তন্ত্র। প্রতিসাম্য অক্ষ $x$ অক্ষ বরাবর। ধরা যাক $xy$ তলে অক্ষ থেকে $\eta$ লম্ব দূরত্বে $P$ একটি বিন্দু অভিবিম্ব। প্রতিবিম্ব লোকে চূড়ান্ত তরঙ্গফ্রন্টের উপর যে-কোন বিন্দু $(x, y, z)$। এখন $x$ রাশিটি $y$, $z$, ও $\eta$-র উপর নির্ভর করবে কেননা $\eta$ পাল্টালে নির্গত তরঙ্গফ্রন্টও পরিবর্তিত হবে।

প্রতিবিম্ব লোকে তরঙ্গফ্রন্টের সবচেয়ে সাধারণ সমীকরণ হ'ল

$$x = a_0 + b_1 y + b_2 z + b_3 \eta + c_1 y^2 + c_2 z^2 + c_3 \eta^2 + c_4 yz + c_5 z\eta + c_6 \eta y + \cdots \quad (3.31)$$

গাউসীয় আসন্নয়ন অনুযায়ী যে সমস্ত পদে $y$ ও $z$ এর একক বা মিলিত ঘাত 2 এর বেশী তাদের উপেক্ষা করা হয়। এখানে আমরা আর একটি আসন্নয়ন বিবেচনা করব। এতে দৃষ্টির ক্ষেত্র সীমিত করা হয়েছে। এই দ্বিতীয় গাউসীয় আসন্নয়ন বা **উপাক্ষীয় আসন্নয়নে** (paraxial approximation) $\eta$-তে দুই বা ততোধিক ঘাত উপেক্ষা করা চলবে অর্থাৎ $\eta^2$, $\eta^3$, $\eta^4$···ইত্যাদিকে নগণ্য বলে ধরা যাবে। গাউসীয় কাঠামোয় উপাক্ষীয় আসন্নয়নে অভিবিম্বের যে-কোন বিন্দু হতে যে সমস্ত রশ্মি অপটিক্যাল তন্ত্রের মধ্য দিয়ে যায় তারা অক্ষের সঙ্গে খুব অল্প কোণ করে থাকে।

$$\text{অতএব} \quad x = (a_0 + b_3\eta) + b_1 y + b_2 z + c_1 y^2 + c_2 z^2 + c_4 yz + c_5 z\eta + c_6 \eta y$$

(i) $P$ বিন্দুটি $x-y$ তলে। অতএব তরঙ্গফ্রন্টটি $x-y$ তলের সাপেক্ষে প্রতিসম হতে হবে। অর্থাৎ তরঙ্গফ্রন্টের আকার $+z$ ও $-z$ এ একই হবে। অর্থাৎ $b_2$, $c_4$, $c_5$ শূন্য হবে।

$$x = (a_0 + b_3\eta) + b_1 y + c_1 y^2 + c_2 z^2 + c_6 \eta y$$

(ii) অপটিক্যাল তন্ত্র হতে নির্গত তরঙ্গফ্রন্টের মধ্যে আমরা যদি ঐ বিশেষ তরঙ্গফ্রন্টটি বেছে নেই যেটা কার্তেজীয় অক্ষের মূলবিন্দু দিয়ে গিয়েছে তাহলে, $y=0$, $z=0$, $x=0$ হবে অর্থাৎ $a_0 + b_3\eta = 0$

$$\text{এবং} \quad x = b_1 y + c_1 y^2 + c_2 z^2 + c_6 \eta y$$

(iii) অধিকন্তু যখন $\eta = 0$, অর্থাৎ অভিবিম্ব বিন্দু $P$ অক্ষের উপর অবস্থিত, তখন নির্গম তরঙ্গফ্রন্টটি গোলীয়, অর্থাৎ $x = c_1(y^2 + z^2)$। সুতরাং $b_1 = 0$, এবং $c_1 = c_2$। কাজেই

$$x = c_1(y^2 + z^2) + c_6 \eta y \quad (3.32)$$

$$= c_1\left[z^2 + y^2 + \frac{c_6}{c_1}\eta y\right]$$

$$\simeq c_1\left[z^2 + \left(y + \frac{c_6}{c_1}\frac{\eta}{2}\right)^2\right] \quad (3.33)$$

সমীকরণ (3.33) একটি গোলীয় তরঙ্গফ্রন্টের সমীকরণ। এই গোলীয় তরঙ্গফ্রন্টের বক্রতা $2c_1$ এবং এর কেন্দ্র হচ্ছে $z=0, y=-\frac{c_0}{c_1}\frac{\eta}{2}$ তে। উপাক্ষীয় আসন্নয়নে প্রতিবিম্বলোকে চূড়ান্ত তরঙ্গফ্রন্ট গোলীয় হওয়াতে একটি বিন্দু প্রতিবিম্ব পাওয়া যাবে $x-y$ তলে (অর্থাৎ অভিবিম্ব যে তলে), $x$ অক্ষ থেকে $-\frac{c_0}{c_1}\frac{\eta}{2}$ বাইরে $\left(\eta'=-\frac{c_0}{2c_1}\eta\right)$। নির্গত তরঙ্গফ্রন্টের বক্রতা $c_1$, $\eta$-র উপর নির্ভর করে না। অতএব $P$ ও $P'$ হতে অক্ষের উপর লম্ব টানলে তাদের পাদবিন্দু $O$ ও $O'$ অনুবন্ধী হবে। অর্থাৎ $OP$ রেখার প্রতিবিম্ব হবে $O'P'$। অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত কোন অভিবিম্বের প্রতিবিম্ব অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত হবে এবং অভিবিম্বের অনুরূপ হবে, তবে, অনুলম্ব বিবর্ধন হতে পারে।

উপরের এই আলোচনা থেকে দেখা গেল যে, প্রতিসম অপটিক্যাল তন্ত্রের উন্মেষ ছোট হলে ( প্রথম গাউসীয় আসন্নয়ন ) এবং দৃষ্টির ক্ষেত্র সীমাবদ্ধ হলে ( দ্বিতীয় গাউসীয় আসন্নয়ন বা উপাক্ষীয় আসন্নয়ন ) আদর্শ প্রতিবিম্ব গঠিত হবে। অন্যথায় প্রতিবিম্বে দোষ (defects বা aberrations) থাকবে।

### ৪.২.৪ গাউসীয় আসন্নয়নের প্রয়োগসীমা (Range of validity)

গাউসীর আসন্নয়ন কতদূর পর্যন্ত খাটবে ? এর মোটামুটি একটা আন্দাজ সহজেই করা যায়। গাউসীয় আসন্নয়নে আমরা বাদ দিয়েছি $O(h^4)$ কে। $O(h^4)$ এর মধ্যে সবচেয়ে বড় পদটি হ'ল $a_4h^4$। অর্থাৎ $O(h^4)$ কে বাদ দিয়ে যে ভুলটুকু হয়েছে সেই ভুলে মুখ্য অবদান $a_4h^4$ এর। লর্ড র‍্যালের এক সূত্রানুসারে যদি

$$a_4h^4 < \lambda/4 \qquad (3.34)$$

হয় তবে এই ভুল ধর্তব্যের মধ্যে নয়।

গোলীয় তলের ক্ষেত্রে,

$$2rx = x^2+y^2+z^2$$

$$x^2-2rx+h^2=0 \qquad [\because\ y^2+z^2=h^2]$$

$$x = r-\sqrt{r^2-h^2} = r-r\left[1-\frac{h^2}{r^2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= r-r\left[1-\tfrac{1}{2}\frac{h^2}{r^2}-\tfrac{1}{8}\frac{h^4}{r^4}\cdots\right]$$

$$x = \frac{c}{2}h^2 + \frac{1}{8r^3}h^4 + \cdots \quad \left[ c = \frac{1}{r}, \text{গোলীয় তলের বক্রতা} \right]$$

অর্থাৎ গোলীয় তলের ক্ষেত্রে, $a_4 = \frac{1}{8r^3} = \frac{c^3}{8}$

অতএব (3.34) সর্তটিকে লেখা যায়

$$\tfrac{1}{8}c^3h^4 < \lambda/4 \tag{3.35}$$

ধরা যাক, একটি গোলীয় তলের বক্রতা ব্যাসার্ধ $r = 20$ cm এবং $\lambda = 5893A°$, তাহলে

$$h < 0.986 \text{ cm}$$

অবশ্য $h$ এর মান $c$ এর উপর নির্ভরশীল, $c$ যত বাড়বে $h$ তত কমবে, তাহলেও $h$ একেবারে অকিঞ্চিৎকর নয়। সুতরাং গাউসীয় আসন্নয়ন বেশ অনেকটা জায়গা জুড়েই খাটছে। একটা লেন্সের বেলায় 2 cm এর মত ব্যাসের উন্মেষ অনেক ক্ষেত্রেই যথেষ্ট।

### 3.2.4 মৌলিক বিন্দুসমূহ (Cardinal points)

অভিবিম্বলোক ও প্রতিবিম্বলোকের কয়েকটি বিশেষ বিন্দুর সাহায্য নিলে প্রতিসম অপটিক্যাল তন্ত্রের আলোচনা অনেক সরল হয়ে পড়ে। এই বিন্দু-

অপটিক্যাল তন্ত্র

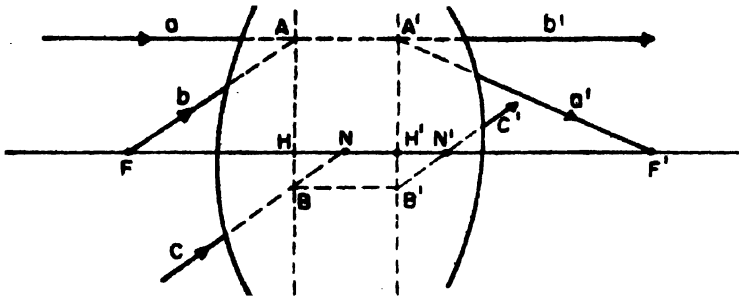



Fig. 3.21

গুলিকে অপটিক্যাল তন্ত্রের **মৌলিক বিন্দু** (cardinal point) বলে। প্রথমে আমরা এই বিন্দুগুলির সংজ্ঞা নিয়ে আলোচনা করব।

**মুখ্য ফোকাস বিন্দুদ্বয় ঃ** অভিবিম্বলোকে প্রতিসাম্য অক্ষের সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ অপটিক্যাল তন্ত্রে আপতিত হয়ে, তার মধ্য দিয়ে গিয়ে, নির্গত হবার পর প্রতিবিম্বলোকে অক্ষস্থ যে বিন্দুতে অভিসারী হয় বা যে বিন্দু হতে

অপসারী হচ্ছে বলে মনে হয় সেটি তন্ত্রের **দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস বিন্দু** $F'$। এই বিন্দুতে অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত সমতলকে **দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস-তল** বলা হয়। $F'$-কে প্রতিবিম্বলোকের ফোকাস বিন্দুও বলা হয়। অভিবিম্ব-লোকের অক্ষস্থ যে বিন্দুতে অভিসারী হতে গিয়ে বা অক্ষস্থ যে বিন্দু থেকে অপসারী আলোকরশ্মি অপটিক্যাল তন্ত্র হতে প্রতিবিম্বলোকে অক্ষের সঙ্গে সমান্তরালভাবে নির্গত হয় সে বিন্দুকে **প্রথম মুখ্য ফোকাস বিন্দু** $F$ বলে। এই বিন্দুতে লম্ব-সমতলকে **প্রথম মুখ্য ফোকাস তল** বলে।

**মুখ্য বিন্দুদ্বয়ঃ** উপরোক্ত সংজ্ঞা অনুসারে Fig. 3.21-এ অক্ষের সমান্তরাল রশ্মি '$a$'-র অনুবন্ধী রশ্মি $a'$ দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস বিন্দু $F'$ দিয়ে যাবে। $a$ ও $a'$, $A'$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। $b$ রশ্মিটি $F$ বিন্দু দিয়ে গিয়েছে। এই রশ্মিটি এমন যে তার অনুবন্ধী রশ্মি $b'$, $a$ রশ্মির বরাবর। $b$ ও $b'$ রশ্মিদ্বয়ের ছেদবিন্দু $A$। $AH$ ও $A'H'$ তল-দুটি অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত এবং এরা অক্ষকে যথাক্রমে $H$ ও $H'$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। সুতরাং $AH = A'H'$। Fig. 3.21 থেকে দেখা যাচ্ছে যে $a$ ও $b$ রশ্মিদ্বয়, অভিবিম্বলোকে $A$ বিন্দুর দিকে যাচ্ছে এবং এদের অনুবন্ধী রশ্মিদ্বয় $a'$ ও $b'$, প্রতিবিম্বলোকে $A'$ বিন্দু থেকে অপসারী হচ্ছে। সুতরাং $A$ ও $A'$ অনুবন্ধী। তার মানে $AH$ ও $A'H'$ রেখাদ্বয় অনুবন্ধী। কাজেই $H$ ও $H'$ ও অনুবন্ধী। $AH$ ও $A'H'$ তল দুটিকে **মুখ্যতল** (principal plane) বলা হয়। এই তলগুলিতে অবস্থিত অনুবন্ধী অভিবিম্ব ও প্রতিবিম্বের মধ্যে বিবর্ধন একক ও ধনাত্মক। সেজন্য এদের **একক বিবর্ধনের** তলও (planes of unit magnification) বলা হয়। $H$ ও $H'$ বিন্দুদ্বয়কে মুখ্য বিন্দু (principal points) বলা হয়।

$\overline{HF}$ দূরত্বকে প্রথম ফোকাস দৈর্ঘ্য বলা হয় এবং $f$ দিয়ে সূচিত করা হয়। $\overline{H'F'}$ দূরত্বকে দ্বিতীয় ফোকাস দৈর্ঘ্য বলা হয় এবং $f'$ দিয়ে সূচিত করা হয়। এই দুই দূরত্বই দিক্‌ধর্মী। অতএব $H, H', F, F'$-এর আপেক্ষিক অবস্থানের উপর তারা ঋণাত্মক কি ধনাত্মক তা নির্ভর করে। যদি দূরত্বগুলি $x$ অক্ষের ধনাত্মক দিক্ বরাবর হয় তবে তারা ধনাত্মক, অন্যথায় ঋণাত্মক বলে বিবেচিত হয়।

**নোডাল বিন্দুদ্বয়ঃ** অপটিক্যাল তন্ত্রের আরোও দুটি উল্লেখযোগ্য বিন্দু হ'ল নোডাল বিন্দু, $N$ ও $N'$। এরা এমন যে কোন আলোক রশ্মি $c$ যদি অপটিক্যাল তন্ত্রে $N$ এর মধ্য দিয়ে আপতিত হয় তবে নির্গম রশ্মি $c'$,

$N'$-এর মধ্য দিয়ে- $c$এর সমান্তরাল ভাবে নির্গত হবে। এই দুই বিন্দুতে আপতিত ও নির্গত রশ্মি সমান্তরাল অর্থাৎ অক্ষের সঙ্গে সমান কোণে রয়েছে। সেজন্য এই দুই বিন্দুকে **একক কৌণিক বিবর্ধনের** (unit angular magnification) বিন্দুও বলা হয়। এই দুই বিন্দুতে অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত সমতলকে **নোডাল তল** (Nodal planes) বলে।

$F, F', H$ ও $H'$ জানা থাকলে $N$ ও $N'$-এর স্থান নির্ণয় করা সম্ভব। $F$ এর মধ্য দিয়ে $a$ যে কোন একটি তির্যক রশ্মি। মুখ্য তলকে এটা $A$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। $AA'$, অক্ষের সমান্তরাল এবং দ্বিতীয় ফোকাস তলে $F''$ বিন্দু দিয়ে গিয়েছে। $a$-র সমান্তরাল, $F''$ বিন্দু দিয়ে $b'$ রশ্মি নেওয়া হ'ল। এই রশ্মি অক্ষকে $N'$ বিন্দুতে এবং দ্বিতীয় মুখ্য তলকে $B'$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। $B'B$ অক্ষের সমান্তরাল এবং এই রশ্মি প্রথম মুখ্য তলকে $B$

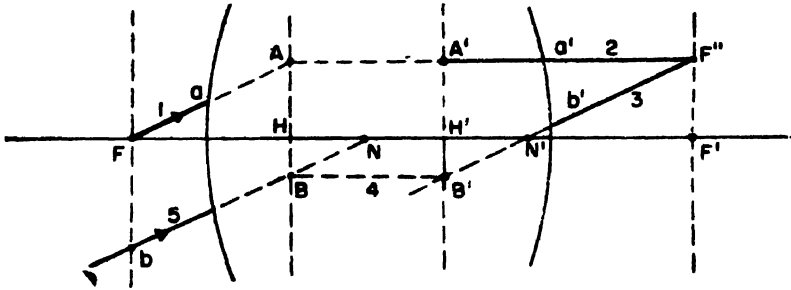



Fig. 3.22

বিন্দুতে ছেদ করে। $B$ বিন্দু দিয়ে $a$-র সমান্তরাল রশ্মি $b$, অক্ষকে $N$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। $N$ ও $N'$ প্রথম ও দ্বিতীয় নোডাল বিন্দু। এটা সহজেই প্রমাণ করা যায়।

এখানে $a'$ রশ্মির অনুবন্ধী $a$ রশ্মি। যেহেতু $a'$ ও $b'$ ফোকাসতলে $F''$ বিন্দু দিয়ে গিয়েছে অতএব $b'$-এর অনুবন্ধী রশ্মি $a$ এর সমান্তরাল হবে এবং $B'$ এর অনুবন্ধী বিন্দু $B$ দিয়ে যাবে। অর্থাৎ $b$ রশ্মি $b'$ এর অনুবন্ধী। $b$ ও $b'$ সমান্তরাল এবং অনুবন্ধী, কাজেই অক্ষের সঙ্গে তাদের ছেদবিন্দুদ্বয় $N$ ও $N'$ নোডাল বিন্দু। 1, 2, 3, 4, 5 সংখ্যাগুলি দিয়ে দেখানো হয়েছে পর পর কিভাবে অগ্রসর হতে হবে।

**লৈখিক পদ্ধতিতে প্রতিবিম্ব নির্ণয় ঃ** $F, F', H, H', N$ ও $N'$ এই ছয়টি বিন্দু হ'ল প্রতিসম অপটিক্যাল তন্ত্রের **মৌলিক বিন্দু** (cardinal

points)। দুটি ফোকাস বিন্দু ও আর যে-কোন দুটি বিন্দু জানা থাকলে যে কোন অভিবিম্বের অনুবন্ধী প্রতিবিম্ব নির্ণয় করা সম্ভব।

Fig. 3.23($a$)তে দেখানো হয়েছে, $F$, $F'$, $H$ ও $H'$ জানা থাকলে কি করে ( কোন বিন্দু $Q$ এর মধ্য দিয়ে গিয়েছে এমন ) দুটি রশ্মি $a$ ও $b$ এর অনুবন্ধী $a'$ ও $b'$ রশ্মিদ্বয়কে নির্ণয় করা যায় এবং Fig. 3.23($b$)-তে দেখানো হয়েছে $F$, $F'$, $N$, ও $N'$ জানা থাকলে কি করে সেটা সম্ভব। এই দুই পদ্ধতির সঙ্গে পাতলা লেন্সের বেলায় সমান্তরাল রশ্মির পদ্ধতি ও তির্যক রশ্মির পদ্ধতির সাদৃশ্য লক্ষণীয়।

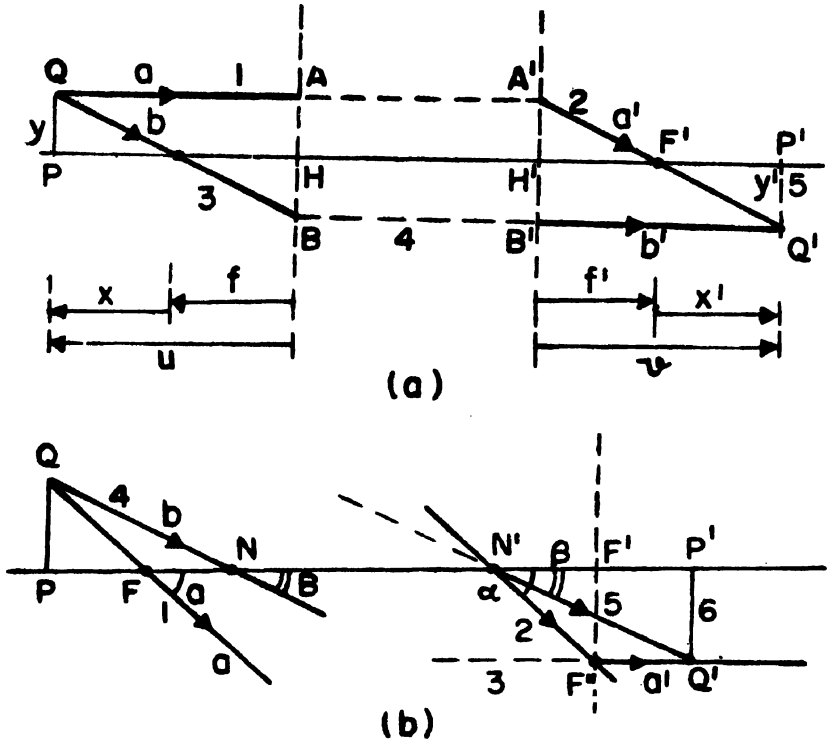



Fig. 3.23

### 3.2.5 অনুবন্ধী সম্বন্ধ (Conjugate relations)

অভিবিম্বের অবস্থান বলে দেওয়া হলে প্রতিবিম্বের অবস্থান কোথায় হবে তা Fig. 3.23($a$) র সাহায্যে সহজেই বলে দেওয়া সম্ভব। স্থানাঙ্কের মূলবিন্দু কোথায় রাখা হয়েছে তার উপর অনুবন্ধী সম্বন্ধগুলির চেহারা নির্ভর করবে।

(a) **মূলবিন্দু মুখ্য ফোকাস বিন্দুদ্বয় ঃ**—ধরা যাক, অভিবিম্বলোকের স্থানাঙ্কের মূলবিন্দু প্রথম মুখ্য ফোকাস বিন্দু $F$-এ এবং প্রতিবিম্বলোকের স্থানাঙ্কের মূলবিন্দু দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস বিন্দু $F'$-এ স্থাপনা করা হল

এখানে $\overline{FP}=x$, $\overline{F'P'}=x'$, $\overline{HF}=f$ এবং $\overline{H'F'}=f'$

$$\text{সুতরাং} \quad \frac{\overline{PQ}}{\overline{FP}}=\frac{\overline{HB}}{\overline{FH}} \quad \text{অথবা} \quad \frac{y}{x}=\frac{y'}{-f} \tag{3.36a}$$

$$\text{এবং} \quad \frac{\overline{H'A}}{\overline{FH'}}=\frac{\overline{P'Q'}}{\overline{F'P'}} \quad \text{অথবা} \quad \frac{y}{-f'}=\frac{y'}{x'} \tag{3.36b}$$

$$\text{অতএব, অনুলম্ব বিবর্ধন } m=\frac{y'}{y}=-\frac{f}{x}=-\frac{x'}{f'} \tag{3.37}$$

$$\text{এবং} \quad xx'=ff' \tag{3.38}$$

এই সমীকরণকে **নিউটনের অনুবন্ধী দূরত্বের সমীকরণ** বলা হয়।

(b) **মূলবিন্দু মুখ্য বিন্দুদ্বয় ঃ**—মুখ্য ফোকাসদ্বয় কিন্তু পরস্পরের অনুবন্ধী নয়। নিউটনের পদ্ধতির একটি বিকল্প পদ্ধতি হ'ল স্থানাঙ্কের মূলবিন্দুদ্বয়কে অক্ষের উপর দুটি অনুবন্ধী বিন্দুতে রাখা।

**Fig. 3.23**(*a*) তে $P$ ও $P'$ অক্ষের উপর দুটি অনুবন্ধী বিন্দু। এই দুই বিন্দুতে স্থানাঙ্কের মূলবিন্দু স্থাপনা করা হল। নিউটনের পদ্ধতিতে এদের স্থানাঙ্ক $x$ ও $x'$। তাহলে (3.37) অনুযায়ী

$$x=-\frac{f}{m} \quad \text{এবং} \quad x'=-f'm \tag{3.39}$$

$m$ হ'ল এই বিন্দুদুটির জন্য বিবর্ধন।

যদি $R$ ও $R'$ অক্ষের উপর আর এক জোড়া অনুবন্ধী বিন্দু হয় এবং যদি এদের ক্ষেত্রে বিবর্ধন $m_1$ হয়, তবে এই দুই বিন্দুর স্থানাঙ্ক হবে যথাক্রমে

$$x_1=-\frac{f}{m_1} \quad \text{এবং} \quad x_1'=-f'm_1 \tag{3.40}$$

ধরা যাক $\overline{PR}=u$ এবং $\overline{P'R'}=v$

$$\text{তাহলে} \quad \overline{PR}=\overline{FR}-\overline{FP} \quad \text{বা} \quad u=x_1-x=-\frac{f}{m_1}+\frac{f}{m} \tag{3.41}$$

এবং $\overline{P'R'}=\overline{F'R'}-\overline{F'P'}$

$$\text{বা} \quad v=x_1'-x'=-f'm_1+f'm \tag{3.42}$$

(3.41) ও (3.42) থেকে

$$\frac{u}{f}-\frac{1}{m}=-\frac{1}{m_1}-\frac{f'}{v-f'm}$$

অথবা $(um-f)(v-f'm)=ff'm$

$$uvm=fv+f'um^2$$

অতএব $\frac{f}{um}+\frac{f'm}{v}=1$ (3.43)

স্থানাঙ্কের মূলবিন্দুদ্বয় মুখ্যবিন্দু $H$ ও $H'$ এ নিলে, $m=1$ এবং তখন

$$\frac{f}{u}+\frac{f'}{v}=1 \qquad (3.44)$$

### 3.2.6 ফোকাস দূরত্ব $f$ ও $f'$ এর মধ্যে সম্বন্ধ :

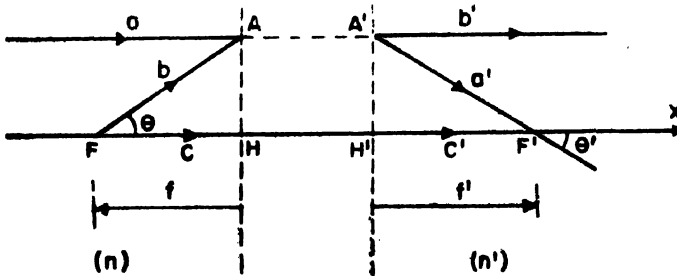



Fig. 3.24

Fig. 3.24-এ অক্ষের সমান্তরাল রশ্মি $a$ এর অনুবন্ধী রশ্মি $a'$ গেছে $F'$ দিয়ে আর $b$ রশ্মি $F$ এর মধ্য দিয়ে গিয়ে নির্গত হয়েছে সমান্তরাল রশ্মি $b'$ রূপে। প্রধান অক্ষ বরাবর $c$ রশ্মিটি নির্গত হয়েছে প্রধান অক্ষ বরাবর। $F$ থেকে যে অপসারী তরঙ্গফ্রণ্টটি রওয়ানা হয়েছে অপটিক্যাল তন্ত্রের মধ্য দিয়ে যাবার পর সেটা নির্গত হয়েছে সমতল তরঙ্গফ্রণ্ট হিসাবে। সুতরাং $A'H'$ রেখাটি এই তরঙ্গফ্রণ্টের উপর অবস্থিত। অর্থাৎ $F$ থেকে $A'$ পর্যন্ত আলোকপথ $F$ থেকে $H'$ পর্যন্ত আলোকপথের সমান।

$$[\overline{FA'}]=[\overline{FH'}]$$

$$[\overline{FA}]+[\overline{AA'}]=[\overline{FH}]+[\overline{HH'}]$$

$$[\overline{AA'}]-[\overline{HH'}]=[\overline{FH}]-[\overline{FA}]$$

$$\overline{FA}^2 = \overline{FH}^2 + \overline{HA}^2 = (-f)^2 + h^2 = (-f)^2\left[1 + \frac{h^2}{f^2}\right]$$

$$\overline{FA} = (-f)\left[1 + \frac{h^2}{f^2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= -f\left[1 + \frac{h^2}{2f^2}\right] + O(h^4) \qquad (3.45)$$

এখানে $O(h^4)$ এর মধ্যে $h$ এর 4 বা ততোধিক ঘাতের সমস্ত পদ একত্র করা হয়েছে। গাউসীয় আসন্নয়নে $O(h^4)$ কে উপেক্ষা করা যাবে। যদি অপটিক্যাল তন্ত্রের বাঁ দিকের মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক $n$ ও ডানদিকের মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক $n'$ হয়, তবে,

$$[\overline{FA}] = -nf\left[1 + \frac{h^2}{2f^2}\right]$$

এবং $[\overline{FH}] = -nf$

অতএব $[\overline{AA'}] - [\overline{HH'}] = \dfrac{nh^2}{2f}$ (3.46)

অনুরূপভাবে $[\overline{AF'}] = [\overline{HF'}]$

$$[\overline{AA'}] - [\overline{HH'}] = [\overline{H'F'}] - [\overline{A'F'}]$$

$$= n'f' - n'f'\left[1 + \frac{h^2}{2f'^2}\right]$$

$$= -\frac{n'h^2}{2f'} \qquad (3.47)$$

(3.46) ও (3.47) থেকে

$$\frac{n}{f} = -\frac{n'}{f'} \qquad (3.48)$$

এভাবে $f$ ও $f'$ এর মধ্যে সম্বন্ধটি পাওয়া গেল। অপটিক্যাল তন্ত্রের দুদিকে যদি একই মাধ্যম থাকে, তবে $n = n'$ এবং $f = -f'$।

মুখ্য বিন্দুদ্বয় $H$ ও $H'$ কে স্থানাঙ্কের মূলবিন্দু ধরলে (3.44) ও (3.48) থেকে

$$\frac{f'}{v} - \frac{n}{n'}\frac{f'}{u} = 1 \qquad \left[\because f = -\frac{n}{n'}f'\right]$$

বা $$\frac{n'}{v} - \frac{n}{u} = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f} \qquad (3.49)$$

$\frac{n'}{f'}$ কে অপটিক্যাল তন্ত্রের ক্ষমতা বলা হয়। $K$ দিয়ে ক্ষমতাকে সূচিত করা হয়। ক্ষমতার এই সংজ্ঞাটি পাতলা লেন্সের ক্ষেত্রে ক্ষমতার সংজ্ঞার অনুরূপ তবে আরও ব্যাপক।

ধরা যাক $V=\frac{n}{u}$ ও $V'=\frac{n'}{v}$

$V$ ও $V'$ মাপতে হবে ক্ষমতার এককে ( যেমন ডায়প্টারে )। $V$ ও $V'$ আপতিত তরঙ্গফ্রন্ট ও নির্গত তরঙ্গফ্রন্টটি কতটুকু অভিসারী বা অপসারী তা বলছে। এজন্য $V$ কে **পরিবর্তিত সারণ** (reduced vergence) বলে। অভিবিম্বলোকে অপসারী তরঙ্গফ্রন্টের ক্ষেত্রে $u$ ঋণাত্মক সুতরাং $V$ও ঋণাত্মক। সমীকরণ (3.49) এ $V$, $V'$ ও $K$ বসিয়ে

$$V'-V=K \tag{3.50}$$

### 3.2.7 লাগ্রাঞ্জের ধ্রুবক (Lagrange's invariant)

নিউটনের পদ্ধতিতে অনুলম্ব বিবর্ধনের একটি সহজ সম্বন্ধ পাওয়া গিয়েছিল (3.37) সমীকরণে। এখন $x=u-f$ এবং $x'=v-f'$। অতএব

$$m=\frac{y'}{y}=-\frac{x'}{f'}=\frac{f'-v}{f'}=1-\frac{v}{f'} \tag{3.51}$$

$$=-\frac{f}{x}=\frac{f}{f-u}$$

Fig. 3.25 এর সাহায্যে কৌণিক বিবর্ধনের একটি সহজ সম্বন্ধ নির্ণয় করা যায়। নির্গম রশ্মি ও আপতন রশ্মিদ্বয় অক্ষের সঙ্গে যে কোণ করে তাদের অনুপাতকে **কৌণিক বিবর্ধন** (angular magnification) $m_A$ বলা হবে। অর্থাৎ

$$m_A=\frac{\theta'}{\theta}$$

Fig. 3.25-এ সংকেতের প্রথা অনুসারে $\theta'$ ঋণাত্মক ও $\theta$ ধনাত্মক।

এখন $\tan\theta=\frac{\overline{HA}}{\overline{PH}}=\frac{h}{-u}$ এবং $\tan\theta'=\frac{\overline{H'A'}}{\overline{P'H'}}=\frac{h}{-v}$

উপাক্ষীয় আসন্নয়নে, $\tan x\simeq x\simeq\sin x$ অর্থাৎ

$$\theta=-\frac{h}{u} \text{ এবং } \theta'=-\frac{h}{v}$$

অতএব $m_{A} = \frac{\theta'}{\theta} \quad u$ (3.52)

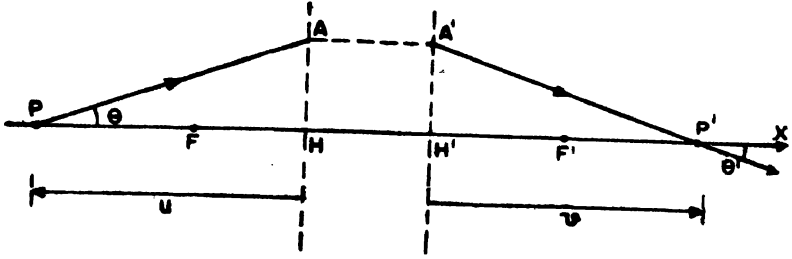



Fig. 3.25

কৌণিক বিবর্ধন ও অনুলম্ব বিবর্ধনের মধ্যে একটা গুরুত্বপূর্ণ সম্পর্ক রয়েছে : সমীকরণ (3.49) থেকে

$$1 - \frac{n}{n'} \frac{v}{u} = \frac{v}{f'}$$

অতএব $m = 1 - \frac{v}{f'} = 1 - \left(1 - \frac{n}{n'} \frac{v}{u}\right) = \frac{n}{n'} \frac{v}{u}$

$$m = \frac{n}{n'} \left(\frac{1}{m_{A}}\right) \qquad (3.53)$$

$m$ ও $m_{A}$ এর মান বসালে

$$\frac{y'}{y} = \frac{n}{n'} \frac{\theta}{\theta'}$$

অতএব $ny\theta = n'y'\theta'$ (3.54)

দুটি অপটিক্যাল তন্ত্র যদি পরপর রাখা যায় তবে প্রথম তন্ত্রের $n'$, $y'$, $\theta'$ হবে যথাক্রমে দ্বিতীয় তন্ত্রের $n, y, \theta$। অতএব দ্বিতীয় তন্ত্রের ডানদিকে মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক $n''$ হলে, প্রতিবিম্ব $y''$ এবং নির্গম রশ্মি অক্ষের সঙ্গে $\theta''$ কোণ করলে

$$ny\theta = n'y'\theta' = n''y''\theta''$$

অর্থাৎ একটি অপটিক্যাল তন্ত্রের প্রত্যেকটি প্রতিসারক ও প্রতিফলন তলকে এক-একটি আলাদা তন্ত্র ধরলে এর প্রত্যেকটির ক্ষেত্রেই $ny\theta$ এক হবে। এই ধ্রুব সংখ্যাটিকে বলা হয় **লাগ্রাঞ্জের ধ্রুবক** (Lagrange invariant) এবং (3.54) সর্তটিকে **লাগ্রাঞ্জের সর্ত** (Lagrange's Law)। সর্তটি অবশ্য

আরোও অনেক নামে পরিচিত। যেমন এটাকে হেলম্হোলৎসের সর্তও (Helmholtz's law) বলা হয়। জ্যামিতীয় আলোক বিজ্ঞানে এই সর্তটির গুরুত্ব সমধিক।

অভিবিম্ব বা প্রতিবিম্ব অসীমে থাকলে কিন্তু লাগ্রাঞ্জের ধ্রুবকটিকে $n$, $y$ ও $\theta$-র সাহায্যে লেখা যাবে না। কেননা তখন $\theta$ শূন্য হবে আর $y$ অসীম হয়ে পড়বে। অসীমে অবস্থিত অভিবিম্ব বা প্রতিবিম্বের আকার, $y$ দিয়ে প্রকাশ করা যায় না। অপটিক্যাল তন্ত্রে অভিবিম্ব বা প্রতিবিম্ব যে কোণ করে, সেই কোণই এদের আকারের যথার্থ পরিমাপ। Fig. 3.26-এ

Fig. 3.26

$FP$ অভিবিম্ব, ফোকাস বিন্দু $F$-এ অবস্থিত। সুতরাং প্রতিবিম্বটি গঠিত হবে অসীমে। $a$ রশ্মি $P$ থেকে মুখ্য বিন্দু $H$ এর মধ্য দিয়ে গিয়েছে। $F$ থেকে $a$ এর সমান্তরাল রশ্মি $b$ মুখ্য তলকে $A$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। $\overline{FP}=y$ এবং $\overline{HA}=-y$। $b$ রশ্মির অনুবন্ধী রশ্মি $b'$ অক্ষের সমান্তরাল এবং দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস তলকে $F''$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। $a$ ও $b$ সমান্তরাল সুতরাং $a$ এর অনুবন্ধী রশ্মি $a'$, $H'$ ও $F''$ দিয়ে যাবে। $a''$ রশ্মি অক্ষের সঙ্গে $\beta'$ কোণ করেছে ($\angle F'H'F''=\beta'$)। $F$-এর প্রতিবিম্ব $c$ রশ্মির দিকে এবং $P$ এর প্রতিবিম্ব $a'$ এর দিকে। অর্থাৎ **প্রতিবিম্ব অপটিক্যাল তন্ত্রে $\beta'$ কোণ করেছে।**

অতএব লাগ্রাঞ্জের ধ্রুবক $L=ny\theta$

$$=ny^2/f \quad \left[\because \quad \theta=\frac{y}{f}\right]$$

$$=-\frac{n'}{f'}y^2 \quad \left[\because \quad \frac{n}{f}=-\frac{n'}{f'}\right]$$

$$=n'y\beta' \quad \left[\because \quad \beta'=-\frac{y}{f'}\right]$$

$$=-n'h'\beta' \quad \text{যেহেতু } h'=-y$$

অতএব $L = -n'h'\beta'$ যখন প্রতিবিম্ব অসীমে। (3.55*a*)

$= -nh\beta$ যখন অভিবিম্ব অসীমে। (3.55*b*)

### 3.2.8 ফোকাস বিহীন তন্ত্র (Afocal systems)

এমন অনেক অপটিক্যাল তন্ত্র আছে যাদের বেলায় অসীমে অবস্থিত অভিবিম্বের প্রতিবিম্বও অসীমে হয়। অর্থাৎ **এক্ষেত্রে মুখ্য ফোকাস বিন্দু ও মুখ্য ফোকাস তলের যে সংজ্ঞাটি আগে দেওয়া হয়েছে সেটা অচল।** এদের **ফোকাসবিহীন** অপটিক্যাল তন্ত্র বলা হয়। Fig. 3.27 এ $AA'$ এমন একটা তন্ত্র। এই তন্ত্রের বেলায় অনুবন্ধী সম্বন্ধটি এবার আমরা নির্ণয় করব।

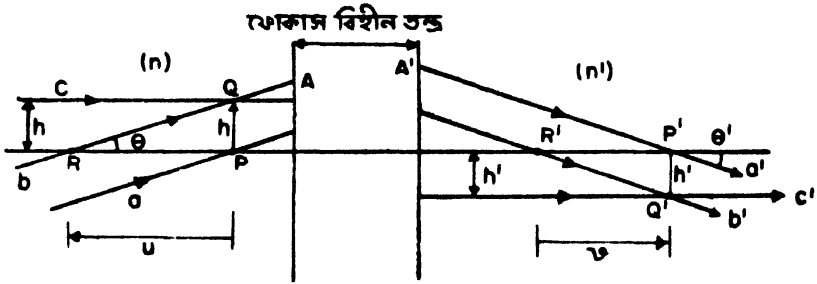



Fig. 3.27

দুটি সমান্তরাল রশ্মি $a$ ও $b$ অক্ষের সঙ্গে $\theta$ কোণ করেছে। এবং অক্ষকে $P$ ও $R$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। $PQ$ রেখাটি $P$ বিন্দুতে অক্ষের উপর লম্ব। $a'$ ও $b'$ যথাক্রমে $a$ ও $b$ এর অনুবন্ধী রশ্মি। এরাও সমান্তরাল, অক্ষের সঙ্গে $\theta'$ কোণ করেছে এবং অক্ষকে যথাক্রমে $P'$ ও $R'$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। $P'Q'$, $P'$ বিন্দুতে অক্ষের উপর লম্ব। $P$ ও $R$ বিন্দুর প্রতিবিম্ব $P'$ ও $R'$ এবং $PQ$ রেখার প্রতিবিম্ব $P'Q'$ রেখা। $\overline{PQ} = h$ এবং $\overline{P'Q'} = h'$। অনুবন্ধী বিন্দুদ্বয় $P$ ও $P'$ এ স্থানাঙ্কের মূলবিন্দু স্থাপনা করা হ'ল। $\overline{PR} = u$ এবং $\overline{P'R'} = v$। $c$ রশ্মিটি $Q$ বিন্দুর মধ্য দিয়ে গিয়েছে এবং অক্ষের সমান্তরাল। $c$ এর অনুবন্ধী রশ্মি $c'$ ও অক্ষের সমান্তরাল হবে এবং $Q'$ বিন্দু দিয়ে যাবে। $PQ$ ও $P'Q'$ অনুবন্ধী ও সসীম। এরকম সসীম অনুবন্ধী অভিবিম্ব ও প্রতিবিম্বের ক্ষেত্রে অনুলম্ব বিবর্ধন $m_T = \dfrac{h'}{h}$ ধ্রুবক। আবার লাগ্রাঞ্জের সর্ত অনুযায়ী

$$n\theta h = n'\theta' h' \qquad (3.56)$$

সুতরাং $\dfrac{\theta'}{\theta}$ = ধ্রুবক। সমীকরণ (3.55)-এ $\theta$ ও $\theta'$ এর মান বসালে

$$nh\frac{h}{-u}=n'h'\frac{h'}{-v}$$

বা $$n\frac{h}{h'}\quad\frac{1}{u}=n'\frac{h'}{h}\quad\frac{1}{v}$$

অর্থাৎ $$\frac{n}{m_T u}=\frac{n'm_T}{v}$$

সুতরাং $$\frac{n'm_T}{v}-\frac{n}{m_T u}=0 \qquad (3.57)$$

ফোকাসবিহীন নয় এমন তন্ত্রের ক্ষেত্রে অনুবন্ধী সম্বন্ধটি পাওয়া যাবে সমীকরণ (3.43) থেকে। শুধু $m$ এর বদলে $m_T$ লিখলে,

$$\frac{n'm_T}{v}-\frac{n}{m_T u}=K \qquad (3.58)$$

(3.57) ও (3.58) সমীকরণ-দুটি প্রায় এক রকম। ফোকাসবিহীন তন্ত্রের সমীকরণটি পাওয়া যাচ্ছে অন্য সমীকরণটিতে $K$ এর মান শূন্য বসিয়ে। **ফোকাসবিহীন অপটিক্যাল তন্ত্রে অভিবিম্বের সব দূরত্বেই প্রতিবিম্ব পাওয়া যাবে।** অভিবিম্ব অসীমে হলে প্রতিবিম্বও অসীমে অবস্থিত হবে। সেক্ষেত্রে অনুলম্ব বিবর্ধনের কোন মানে নেই এবং কৌণিক বিবর্ধনই বিবর্ধনের উপযুক্ত মাপকাঠি। অপটিক্যাল তন্ত্রে অভিবিম্ব ও প্রতিবিম্ব যথাক্রমে $\beta$ ও $\beta'$ কোণ করলে, কৌণিক বিবর্ধন

$$m_A=\frac{\beta'}{\beta}=\frac{nh}{n'h'}=\text{ধ্রুবক।}$$

## 3.3 বিভিন্ন প্রতিসম অপটিক্যাল তন্ত্রের গাউসীয় গুণাবলী নির্দ্ধারণ

যে কোন অপটিক্যাল তন্ত্র সম্বন্ধেই আমাদের প্রাথমিক কয়েকটি মূল জিজ্ঞাসার আলোচনা আমরা এ পর্যন্ত সাধারণভাবে করেছি। প্রশ্নগুলি হ'ল,

(a) আদর্শ প্রতিবিম্ব হবে, কি, হবে না ?

(b) প্রতিবিম্ব কোথায় হবে ?

(c) প্রতিবিম্ব কত বড় হবে ?

এর উত্তরও আমরা পেয়েছি। গাউসীয় কাঠামোয় উপাক্ষীয় আসন্নয়নের প্রয়োগসীমার মধ্যে প্রতিবিম্ব **আদর্শ** (ideal) হবে। এর বাইরে প্রতিবিম্ব

দোষযুক্ত (defective) হবে। অপটিক্যাল তন্ত্রের ক্ষমতা $K$, দ্বিতীয় মুখ্য তল থেকে প্রতিবিম্বের দূরত্ব $v$ এবং প্রথম মুখ্য তল থেকে অভিবিম্বের দূরত্ব $u$ এর মধ্যে অনুবন্ধী সম্বন্ধটি হচ্ছে

$$\frac{n'}{v}-\frac{n}{u}=K$$

এর থেকে $u$ জানলে $v$ পাওয়া যাবে।

প্রতিবিম্ব কত বড় হয়েছে তার পরিমাপ হ'ল অনুলম্ব বিবর্ধন, কৌণিক বিবর্ধন ইত্যাদি। এ প্রসঙ্গে সবচেয়ে উল্লেখযোগ্য হ'ল লাগ্রাঞ্জের সর্তটি, অর্থাৎ

$$ny\theta=n'y'\theta'=\text{ধ্রুবক}।$$

কোন বিশেষ (particular) অপটিক্যাল তন্ত্রের ক্ষেত্রে এই জ্ঞান প্রয়োগ করতে গেলে আমাদের প্রথমেই জানতে হবে অপটিক্যাল তন্ত্রে তার মৌলিক বিন্দুগুলি কোথায় অবস্থিত এবং অপটিক্যাল তন্ত্রের ক্ষমতাই বা কত। ফোকাস-বিহীন তন্ত্রের ক্ষেত্রে জানতে হবে তার অনুলম্ব বিবর্ধন কত। অর্থাৎ আমাদের অপটিক্যাল তন্ত্রের গাউসীয় গুণাবলী নির্ধারণ করতে হবে।

তিনভাবে এটা করা যায়। প্রথমতঃ, গাউসীয় তত্ত্বের সাহায্যে গণনা করে, দ্বিতীয়তঃ, লৈখিক পদ্ধতির সাহায্যে, এবং তৃতীয়তঃ, পরীক্ষার মাধ্যমে। কোন অপটিক্যাল তন্ত্রের পরিকল্পনা (design) করতে গেলে প্রথম দুটি পদ্ধতির সাহায্য নিতে হয়। কোন অপটিক্যাল তন্ত্র বাস্তবিক থাকলে বা তৈরী করা হলে তার গুণাবলী পরীক্ষাগারে পরীক্ষার সাহায্যেই করতে হবে। পরবর্তী তিনটি ছেদে (3.31, 3.32, 3.33) আমরা পরপর এই তিন পদ্ধতি সম্বন্ধে আলোচনা করব।

## 3.31 তাত্ত্বিক পদ্ধতি

### 3.3.1a একটিমাত্র প্রতিসারক তল (A single refracting surface)

প্রতিসারক তলটি $n$ ও $n'$ এই দুই মাধ্যমকে পৃথক করেছে। তলটির বক্রতা হ'ল $c$ (Fig. 3.28)। যে-কোন রশ্মি $a$ যে বিন্দুতে ঐ তল $S$ এ আপতিত হচ্ছে, ঐ একই বিন্দু দিয়ে তার অনুবন্ধী রশ্মিটিও নির্গত হচ্ছে। সুতরাং এই তলটি নিজেই নিজের অনুবন্ধী। অর্থাৎ $S$ হচ্ছে একক বিবর্ধনের তল। দুই মুখ্য বিন্দু $H$ ও $H'$, অক্ষবিন্দু $O$ তে সমাপতিত হয়েছে। $b$ রশ্মিটি কেন্দ্র দিয়ে গিয়েছে। এই রশ্মির ক্ষেত্রে প্রতিসারক তলে কোন

বিচ্যুতি হবে না কেননা রশ্মিটি $S$ তলে লম্বভাবে আপতিত হয়েছে। অর্থাৎ বক্রতা কেন্দ্র $C$ তে দুই নোডাল বিন্দু $N$ ও $N'$ সমাপতিত হয়েছে।

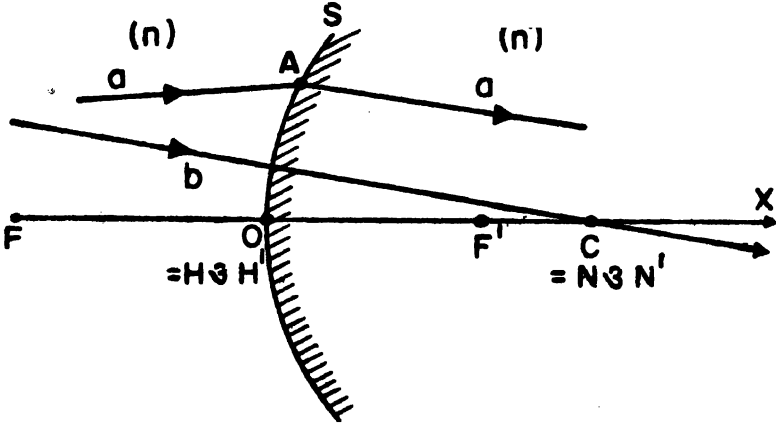



Fig. 3.28

Fig. 3.29 এ অভিবিম্ব $P$ অক্ষের উপর অবস্থিত। $P$ এর প্রতিবিম্ব হয়েছে অক্ষস্থ $P'$ বিন্দুতে। প্রতিসারক তলের অক্ষবিন্দু $O$ হচ্ছে মুখ্য বিন্দু এবং এখানেই স্থানাঙ্কের মূলবিন্দু স্থাপনা করা হয়েছে। $\overline{OP} = u$, $\overline{OP}' = v$। $S$ তলের বক্রতা $c$। $\Sigma$ অভিবিম্বলোকে তরঙ্গফ্রন্ট, অক্ষকে ($b$ রশ্মিকে) $O$ বিন্দুতে ও $a$ রশ্মিকে $Q$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রতিবিম্বলোকে তরঙ্গফ্রন্ট $\Sigma'$ অক্ষ ($b$) কে $R$ বিন্দুতে ও $a$ রশ্মিকে $A$ বিন্দুতে ছেদ করেছে।

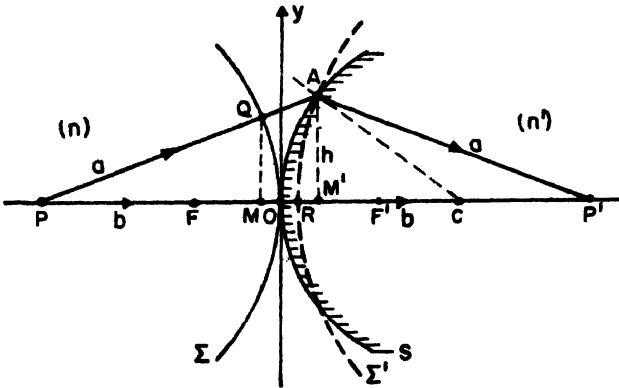



Fig. 3.29

ফার্মাটের সূত্র অনুযায়ী

$$[\overline{QA}] = [\overline{OR}] \tag{3.59}$$

উপাক্ষীয় আসন্নয়নে

$\overline{M'A} = h$ হলে, $\overline{MQ} = h$

এবং $\overline{QA} = \overline{MM'}$

$= \overline{MO} + \overline{OM'}$

$= -\frac{h^2}{2u} + \frac{h^2c}{2}$

$$[\overline{QA}] = n\,\frac{h^2}{2}\left(c - \frac{1}{u}\right) \quad (3.60)$$

আবার $\overline{OR} = OM' + \overline{M'R} = \overline{OM'} - \overline{RM'}$

$= \frac{h^2c}{2} - \frac{h^2}{2v}$

$$\text{অতএব } [\overline{OR}] = n'\,\frac{h^2}{2}\left(c - \frac{1}{v}\right) \quad (3.61)$$

(3.60) ও (3.61) থেকে

$$n\left(c - \frac{1}{u}\right) = n'\left(c - \frac{1}{v}\right)$$

$$\text{অথবা } \frac{n'}{v} - \frac{n}{u} = (n' - n)c \quad (3.62)$$

অর্থাৎ এই প্রতিসারক তলটির ক্ষমতা $K = (n' - n)c$

কিন্তু $K = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}$ অর্থাৎ $f' = \frac{n'}{(n' - n)c} = \overline{OF'}$

এবং $f = -\frac{n}{(n' - n)c} = \overline{OF}$

### 3.3.1b প্রতিসম প্রতিফলক তল ঃ গোলীয় দর্পণ (Spherical mirrors)

এক্ষেত্রেও প্রতিফলক তল $S$ একক বিবর্ধনের তল, সুতরাং মুখ্য বিন্দুদ্বয় $H$ ও $H'$, অক্ষবিন্দু $O$ তে সমাপতিত হয়েছে। যে রশ্মি বক্রতা কেন্দ্রের মধ্য দিয়ে গিয়েছে প্রতিফলনের পর আবার আগের পথেই বক্রতা কেন্দ্রের মধ্য দিয়ে ফিরবে। সুতরাং নোডাল বিন্দুদ্বয় $N$ ও $N'$ ও বক্রতা কেন্দ্র $C$ তে সমাপতিত হয়েছে (Fig. 3.30)।

ফার্মাটের সূত্রানুসারে

$$[AQ] = [RO] \tag{3.63}$$

উপাক্ষীয় আসন্নয়নে

$$AQ = MM' \quad \text{এবং} \quad MA = M'Q = h$$

$S$ তলের বক্রতা $c$ । $\overline{OP} = u$, $\overline{OP'} = v$ ।

$$\overline{MM'} = \overline{MO} + \overline{OM'} = \overline{OM'} - \overline{OM}$$

এবং $\overline{RO} = \overline{RM} + \overline{MO} = \overline{MO} - \overline{MR}$

অতএব, $n\dfrac{h^2}{2v} + n\dfrac{h^2c}{2} = -n\dfrac{h^2}{2}c + n\dfrac{h^2}{2u}$

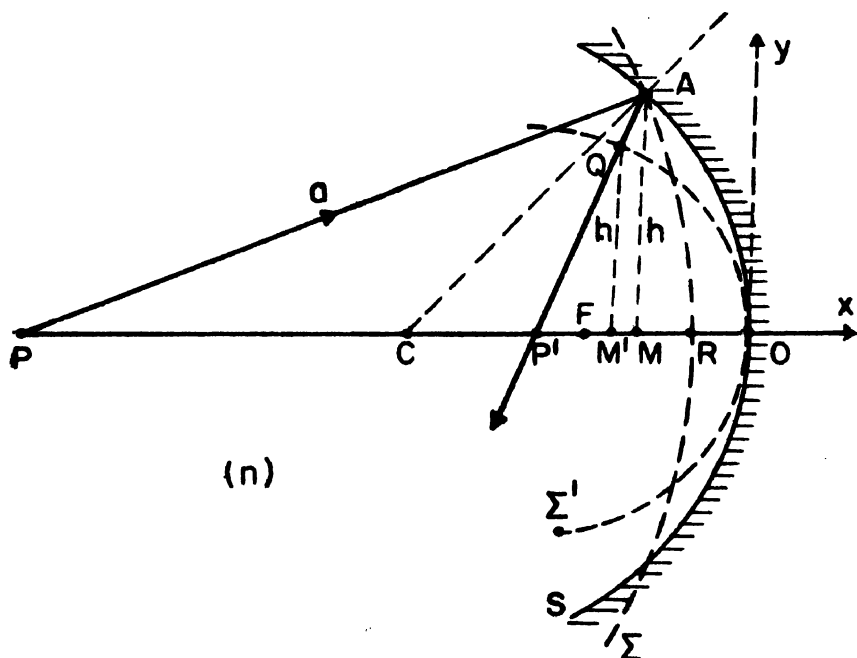



Fig. 3.30

অর্থাৎ, $$\frac{n}{v} + \frac{n}{u} = 2nc = \frac{2n}{r} \tag{3.64}$$

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = 2c \tag{3.65}$$

সমীকরণ (3.64) এর সঙ্গে প্রতিসারক তলের ক্ষেত্রে অনুবন্ধী সম্বন্ধ (3.62) এর তুলনা করলে দেখা যায় যে, ঐ সমীকরণে $n' = -n$ বসালে (3.62) সমীকরণ (3.64) সমীকরণে পরিণত হয়। অর্থাৎ প্রতিফলক তলের ক্ষমতা

$$K = -2nc$$

এবং $$K = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f'} = -\frac{2n}{r}$$

$$f' = \frac{r}{2} \tag{3.66}$$

এবং $$\frac{n}{f} = -\frac{n'}{f'} = \frac{n}{f'} \quad \text{অর্থাৎ} \quad f = f' \tag{3.67}$$

তাহলে দেখা যাচ্ছে যে প্রতিফলকের জন্য আলাদাভাবে বিশদ আলোচনার প্রয়োজন নেই। প্রতিসরণের ক্ষেত্রে যে সমস্ত সম্বন্ধ পাওয়া গেছে তাদের একটু বদলে নিলেই চলবে। প্রতিবিম্বলোকের প্রতিসরাঙ্ক $n'$-এর জায়গায় লিখতে হবে $-n$।

### 3.3.1c দুটি অপটিক্যাল তন্ত্রের শ্রেণীবদ্ধ সমবায়

পুরু লেন্স, তাদের সমবায় বা অন্যান্য সবরকম অবস্থা বিচার করবার প্রস্তুতি হিসাবে আমরা এখন দুটি প্রতিসম অপটিক্যাল তন্ত্রের শ্রেণীবদ্ধ

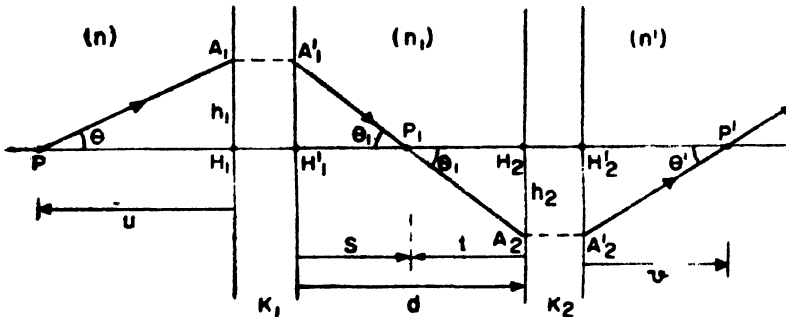



Fig. 3.31

সমবায়ের সমস্যাটি বিবেচনা করব। দুটি অপটিক্যাল তন্ত্রের মুখ্য বিন্দুগুলি হচ্ছে $H_1$ ও $H_1'$ এবং $H_2$ ও $H_2'$ (Fig. 3.31)। দুটি তন্ত্রের মধ্যে দূরত্ব $\overline{H_1'H_2} = d$। প্রথম তন্ত্রের বাঁ দিকের মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক $n$,

ডানদিকে $n_1$, দ্বিতীয় তন্ত্রের বাঁ দিকে $n_1$ এবং ডানদিকে $n'$। প্রথম ও দ্বিতীয় তন্ত্রের ক্ষমতা যথাক্রমে $K_1$ ও $K_2$। অক্ষস্থ অভিবিম্ব $P$ এর প্রথম তন্ত্রে প্রতিবিম্ব হয়েছে $P_1$ বিন্দুতে। দ্বিতীয় তন্ত্রের জন্য $P_1$ অভিবিম্ব এবং চূড়ান্ত প্রতিবিম্ব হয়েছে $P'$ বিন্দুতে। প্রথম অপটিক্যাল তন্ত্রের জন্য $\overline{H_1P} = u$ এবং $\overline{H_1'P_1} = S$

$$\frac{n_1}{s} - \frac{n}{u} = K_1$$

অথবা $$\frac{n_1(-h_1)}{s} - \frac{n(-h_1)}{u} = h_1 K_1 \qquad (3.68)$$

কিন্তু $$\theta = -\frac{h'}{u} \text{ ও } \theta_1 = -\frac{h_1}{s} \qquad (3.69)$$

অতএব $$n_1\theta_1 - n\theta = -h_1K_1 \qquad (3.70)$$

দ্বিতীয় অপটিক্যাল তন্ত্রের ক্ষেত্রে,

$$\overline{H_2P_1} = t, \quad \overline{H_2'P'} = v$$

$$\theta_1 = -\frac{h_2}{t}, \quad \theta' = -\frac{h_2}{v}$$

এবং $$\frac{n'}{v} - \frac{n_1}{t} = K_2$$

অর্থাৎ $$\frac{n'(-h_2)}{v} - \frac{n_1(-h_2)}{t} = -h_2K_2$$

অতএব $$n'\theta' - n_1\theta_1 = -h_2K_2 \qquad (3.71)$$

(3.70) ও (3.71) হতে

$$n'\theta' - n\theta = -h_1K_1 - h_2K_2 \qquad (3.72)$$

আবার $\theta_1 s = -h_1$ ও $\theta_1 t = -h_2$

কিন্তু $d = s - t$

অর্থাৎ $\theta_1(s-t) = \theta_1 d = -h_1 + h_2$

অতএব $$h_2 = h_1 + \theta_1 d \qquad (3.73)$$

সুতরাং $$n'\theta' - n\theta = -h_1K_1 - (h_1 + \theta_1 d)K_2$$

$$= -h_1\left[K_1 + K_2 + \frac{\theta_1 d}{h_1}K_2\right] \qquad (3\,74)$$

যখন $\theta = 0$, অর্থাৎ আপতিত রশ্মিটি অক্ষের সঙ্গে সমান্তরাল এবং যখন $\overline{H_1A_1} = h_1$ (Fig. 3.32), তখন $\theta' \to \theta_0'$, $\theta_1 \to \theta_{10}$। সমীকরণ (3.74) হতে

$$n'\theta_0' = -h_1K, \quad (K \text{ সমবায়ের ক্ষমতা}) \tag{3.75}$$

এবং সমীকরণ (3.70) হতে

$$n_1\theta_{10} = -h_1K_1 \quad \text{অথবা} \quad \theta_{10} = -\frac{h_1K_1}{n_1} \tag{3.76}$$

$$\text{অতএব} \quad n'\theta_0' = -h_1\left(K_1 + K_2 - \frac{d}{n_1}K_1K_2\right) \tag{3.77}$$

(3.75) ও (3.76) এর তুলনা করলে

$$K = K_1 + K_2 - \frac{d}{n_1}K_1K_2 \tag{3.78}$$

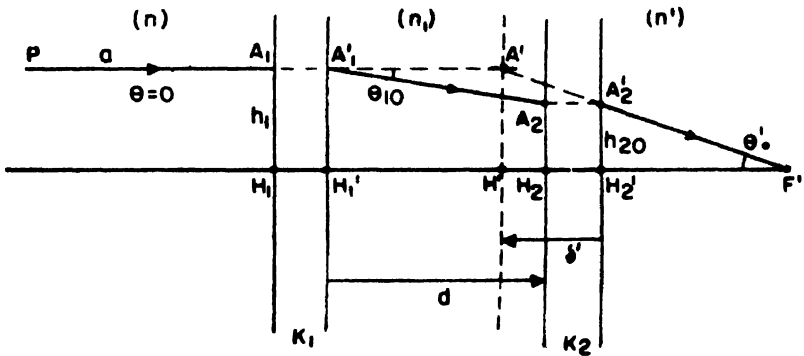



Fig. 3.32

$$\text{সুতরাং} \quad K = \frac{n'}{F'} = -\frac{n}{F} = \frac{n}{f_1'} + \frac{n}{f_2'} - \frac{dn'}{f_1'f_2'} \tag{3.79}$$

(3.78) থেকে সমবায়ের ক্ষমতা পাওয়া গেল ; (3.79) থেকে পাওয়া যাবে সমবায়ের প্রথম ও দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস দূরত্ব। Fig. 3.32-এ চূড়ান্ত রশ্মি $A_2'F'$ সমবায়ের দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস বিন্দু দিয়ে গিয়েছে। $PA_1$ রশ্মি অক্ষের সমান্তরাল। $a$ রশ্মির $PA_1$ অংশ ও $F'A_2'$ অংশ বর্ধিত করলে তারা $A'$ বিন্দুতে ছেদ করে। $A'H'$ অক্ষের উপর লম্ব। অর্থাৎ $A'H'$ তলটি সমবায়ের দ্বিতীয় মুখ্য তল। সুতরাং $H'F' = F'$।

এখন পর্যন্ত আমরা $H'$ বা $F'$ কোনটারই অবস্থান জানি না। $H'$ এর অবস্থান জানলে $F'$ এরও অবস্থান জানা যাবে। দ্বিতীয় তন্ত্রের দ্বিতীয় মুখ্য বিন্দু $H_2'$ থেকে সমবায়ের দ্বিতীয় মুখ্য বিন্দু $H'$ এর দূরত্ব $\overline{H_2'H'} = \delta'$।

এখন $\overline{H'H_2'} = \overline{H'F'} + \overline{F'H_2'} = \overline{H'F'} - \overline{H_2'F'}$

$$= -\frac{h_1}{\theta_0'} - \left(\frac{-h_{20}}{\theta_0'}\right)$$

$$= -\frac{h_1 - h_{20}}{\theta_1'}$$

অতএব $$\delta' = \frac{h_1 - h_{20}}{\theta_0'} \tag{3.80}$$

কিন্তু $\theta_0' = -\dfrac{h_1 K}{n'}$

এবং $d\theta_{10} = h_{20} - h_1$ ও $\theta_{10} = -\dfrac{h_1 K_1}{n_1}$

সুতরাং $h_1 - h_{20} = -d\theta_{10} = \dfrac{dh_1 K_1}{n_1}$

অতএব $$\delta' = \frac{dh_1 K_1}{n_1}\left(\frac{-n'}{h_1 K}\right) = -\frac{n'}{n_1}\,\frac{K_1}{K}\,d \tag{3.81}$$

একইরকম ভাবে, সমবায়ের প্রথম মুখ্য বিন্দু $H$ হলে এবং $\overline{H_1H} = \delta$ হলে

$$\delta = +\frac{n}{n_1}\,\frac{K_2}{K}d \tag{3.82}$$

বাকী রইল নোডাল বিন্দুদ্বয়ের অবস্থান নির্ণয় করা।

**নোডাল বিন্দুদ্বয় :**

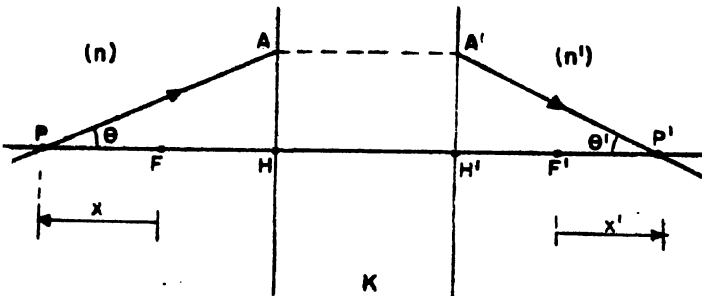



Fig. 3.33

Fig. 3.33 তে $P$ বিন্দু অক্ষস্থ। $\overline{FP}=x$। $P$ এর অনুবন্ধী $P'$ অক্ষস্থ। $\overline{F'P'}=x'$। সমীকরণ (3.51) অনুযায়ী

$$m=\frac{y'}{y}=-\frac{x'}{F'}=-\frac{F}{x}$$

এবং লাগ্রাঞ্জের সর্তানুযায়ী

$$ny\theta=n'y'\theta'$$

অতএব $\quad \frac{y'}{y}=\frac{n\theta}{n'\theta'}=-\frac{F}{F'}\frac{\theta}{\theta'} \qquad \left[\because \; \frac{n'}{F'}=-\frac{n}{F}\right]$

যদি $P$ ও $P'$ যথাক্রমে নোডাল বিন্দুদ্বয় $N$ ও $N'$ হয়, তবে $\theta=\theta'$ (একক কৌণিক বিবর্ধন), অর্থাৎ

$$\frac{y'}{y}=-\frac{F}{F'}$$

ধরা যাক $\quad \overline{FN}=\Delta$, এবং $\overline{F'N'}=\Delta'$

অতএব $\quad -\frac{F}{F'}=\frac{y'}{y}=-\frac{\Delta'}{F'}=-\frac{F}{\Delta} \qquad (3.83)$

অর্থাৎ $\quad \Delta=F$ এবং $\Delta'=F \qquad (3.84)$

সমবায়ের মৌলিক বিন্দুগুলি নির্ণয় করতে হবে ক্রমপর্যায়ে :

(a) প্রথম ও দ্বিতীয় তন্ত্রের মুখ্যবিন্দু $H_2$ ও $H_2'$ এর অবস্থান জানা আছে। **সমবায়ের মুখ্যবিন্দুর অবস্থান**

$$\overline{H_1H}=\delta=\frac{n}{n_1}\frac{K_2}{K}d$$

$$\overline{H_2'H'}=\delta'=-\frac{n'}{n_1}\frac{K'}{K}d$$

যেখানে সমবায়ের ক্ষমতা $K=K_1+K_2-\frac{d}{n_1}K_1K_2$

(b) **সমবায়ের মুখ্য ফোকাস বিন্দুদ্বয়ের অবস্থান**

$$\overline{HF}=F$$

$$\overline{H'F'}=F' \quad \text{যেখানে} \quad K=\frac{n'}{F'}=-\frac{n}{F}$$

(c) **সমবায়ের নোডাল বিন্দুদ্বয়ের অবস্থান**

$$\overline{FN}=\Delta=F'$$

$$\overline{F'N'}=\Delta'=F$$

### 3.3.1d পুরু লেন্স (Thick lens)

**দুই বা ততোধিক অপটিক্যাল তন্ত্রের সমবায়কে ব্যাপক অর্থে পুরু লেন্স বলা চলে।** সাধারণভাবে পুরু লেন্স বলতে বোঝায় প্রতিসরাঙ্ক $n$

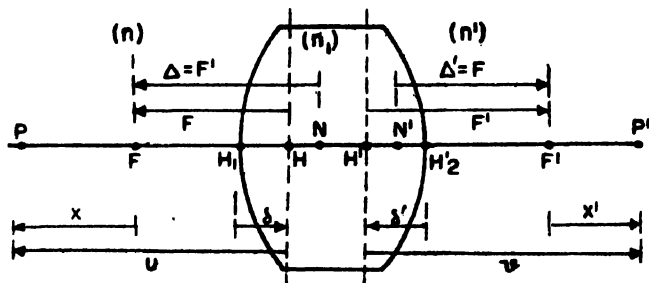



Fig. 3.34 পুরু লেন্সের মৌলিক বিন্দুসমূহ।

(বায়ুর সাপেক্ষে) এর একটি মাধ্যম যার বাম ও ডান দিকের প্রতিসারক তলের ক্ষমতা হচ্ছে যথাক্রমে $(n-1)c_1$ ও $(1-n)c_2$। এক্ষেত্রে প্রথম তলটিকে একটি অপটিক্যাল তন্ত্র এবং দ্বিতীয় তলটিকে আর একটি অপটিক্যাল তন্ত্র ধরা যেতে পারে। প্রথম তলের অক্ষবিন্দু $H_1$এ, ঐ তলের মুখ্য বিন্দুদ্বয় রয়েছে এবং দ্বিতীয় তলের অক্ষবিন্দু $H_2'$-এ ঐ তলের মুখ্য বিন্দুদ্বয় রয়েছে।

যদি লেন্সের দুপাশের প্রতিসরাঙ্ক একই হয়, যেমন যখন লেন্সটি বায়ুতে অবস্থিত তখন $n=n'=1$, এবং $n_1=n$, $H_1H_2'=d$। এক্ষেত্রে $F=-F'$ এবং নোডাল বিন্দু $N$, মুখ্যবিন্দু $H$-এ এবং নোডাল বিন্দু $N'$ মুখ্যবিন্দু $H'$-এ সমাপতিত হবে। এক্ষেত্রে মুখ্যবিন্দু ও মুখ্যতলকে **সমতুল বিন্দু** (equivalent points) ও **সমতুল তল** (equivalent planes) বলে।

**বায়ুতে রাখা লেন্সের বেলায়** ($n=$লেন্সের মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক, বায়ুর সাপেক্ষে) অক্ষবিন্দু হতে সমতল বিন্দুর দূরত্ব

$$H_1H=\delta=\frac{(1-n)}{n}c_2\frac{d}{K}=-\frac{(n-1)}{n}c_2\frac{d}{K} \tag{3.85}$$

$$H_2'H'=\delta'=-\frac{(n-1)}{n}c_1\frac{d}{K} \tag{3.86}$$

ক্ষমতা $$K=(n-1)\left[c_1-c_2+\frac{n-1}{n}d\,c_1c_2\right] \tag{3.87}$$

$$=\frac{1}{F'}=-\frac{1}{F}$$

$$\overline{HF}=F \text{ এবং } \overline{H'F'}=F'$$

Table 3.1-এ বিভিন্ন আকারের পুরু লেন্সের কতকগুলি উদাহরণ দেওয়া হ'ল। উল্লেখযোগ্য যে লেন্সগুলির আকার বিভিন্ন হলেও তাদের তলগুলির বক্রতা এমন যে প্রত্যেকটিরই ক্ষমতা 5 ডায়প্টার-এর কাছাকাছি। দুটি সমতুল বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব $HH'$ ও সবগুলি লেন্সের ক্ষেত্রেই প্রায় সমান। $c_1$ ও $c_2$ স্তম্ভ (column) দুটি ভালো করে লক্ষ্য করলে দেখা যাবে যে লেন্সগুলিতে $c_1$ ও $c_2$-র মান সমান ভাবে বদলানো হয়েছে। একটি থেকে আর একটি লেন্সে $c_1$ ও $c_2$ দুইটিই বদ্‌লানো হয়েছে প্রায় $+0.05$ করে। যেন অবতল-উত্তল লেন্সটি থেকে শুরু করে লেন্সগুলিকে **বাঁকানো** হয়েছে আস্তে আস্তে ডানদিকে। লেন্স পরিকল্পনায় এই **বাঁকানোর পদ্ধতিটি** (the method of bending) খুবই কাজের। কোন লেন্সের দুটি তলের বক্রতা সমান পরিমাণে বদ্‌লালে লেন্সটি আগের থেকে একদিকে বেঁকে যায়, কিন্তু তার ক্ষমতা মোটামুটি সমানই থাকে এবং সমতুল বিন্দুদুটির মধ্যে দূরত্বও প্রায় সমান থাকে।

**উদাহরণ :** একটি উভ-উত্তল $A$ ও একটি উভ-অবতল $B$ লেন্সের সমবায়ে একটি জোড়া লেন্স তৈরী করা হল। উত্তল লেন্সের দ্বিতীয় তল ও অবতল লেন্সের প্রথম তল গায়ে গায়ে লাগানো। দুটি লেন্সের ক্ষেত্রে

| $A$ | $B$ |
|---|---|
| $r_1 = 10$ cm | $r_1 = -20$ cm |
| $r_2 = -20$ cm | $r_2 = 20$ cm |
| $n_A = 1.5$ | $n_B = 1.6$ |
| $d = 1 \text{ cm} = A_1A_2$ | $d = 1 \text{ cm} = A_2A_3$ |

যুগ্ম লেন্সের ক্ষমতা ও মৌলিক বিন্দুগুলির অবস্থান নির্ণয় করতে হবে। (3.85), (3.86) ও (3.87) এর সাহায্যে গণনা করা হল

| **Lens A** | **Lens B** |
|---|---|
| $c_1 = 0.1$ | $c_1 = -0.05$ |
| $c_2 = -0.05$ | $c_2 = +0.05$ |
| $K_1 = +7.42D$ | $K_2 = -6.06D$ |
| $\delta = +0.2247 = A_1H_A$ | $\delta = +0.31 = A_2H_B$ |
| $\delta' = -0.4492 = A_2H_A'$ | $\delta' = -0.31 = A_3H_B'$ |

দুটি অপটিক্যাল তন্ত্রের মধ্যে দূরত্ব $d = H_A'H_B = 0.4492 + 0.31$
$= 0.7592$

অতএব সমবায়ের ক্ষমতা

$$K = 0.0742 - 0.0606 + 0.7592 \times 0.0606 \times 0.0742$$
$$= +1.70D$$

$$\delta' = -\frac{K_1}{K} d = -3.313 = H_B'H'$$

$$\delta = \frac{K_2}{K} d = -2.707 = H_A H$$

অতএব

$$A_1H' = A_1A_3 + A_3H_B' + H_B'H' = 2 - 0.31 - 3.313 = -1.623$$
$$A_1H = A_1H_A + H_AH = 0.2247 - 2.707 = -2.482$$
$$F' = 58.83 = H'F'$$
$$HF = -58.83$$

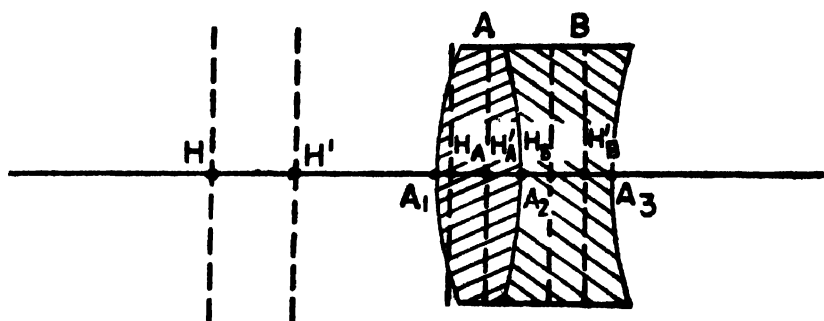



Fig. 3.35

3.3.1e উপাক্ষীয় রশ্মি অনুসরণের পদ্ধতি (Method of paraxial ray-tracing)

এই পদ্ধতিটি খুবই সহজ ও দ্রুত। উপাক্ষীয় আসন্নয়নে একটিমাত্র প্রতিসারক ( বা প্রতিফলক ) তলের ক্ষেত্রে অনুবন্ধী সম্বন্ধটি হচ্ছে

$$\frac{n'}{v} - \frac{n}{u} = (n' - n)c \qquad (3.62)$$

P
P'
$(n_1)$
$\theta_1$
$P_1$
$A_1$
$h_1$
$\theta_1' = \theta_2$
$S_1$
$d_1'$
$d_2 = d_1'$
$n_1' = n_2$
$\theta_2$
$h_2$
$P_2$
$A_2$
$S_2$
$\theta_2' = \theta_3$
$\theta_3$
$A_3$
$d_2'$
$n_2' = n_3$
$P_3$
$h_3$
$S_3$
$\theta_3' = \theta_4$
$n_3' = n_4$
$\theta_4$
$P_4$
$A_4$
$h_4$
$S_4$
$n_4' = n_5$

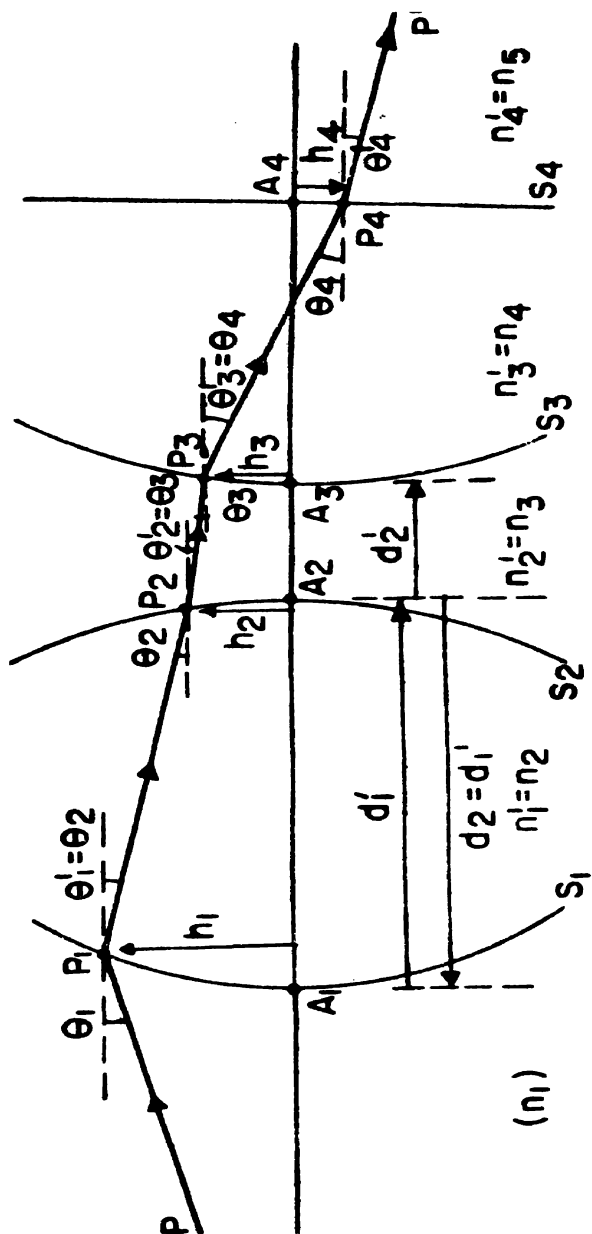



Fig. 3.36

যে কোন অপটিক্যাল তন্ত্রকে কতকগুলি প্রতিসারক ও প্রতিফলক তলের সমাবেশ বলে ধরা যেতে পারে। প্রতিটি তলে (3.62) সমীকরণ প্রয়োগ করে অভিবিম্ব থেকে প্রতিবিম্ব পর্যন্ত যে কোন রশ্মিকে অনুসরণ করা যায় এবং এভাবে মৌলিক বিন্দুগুলি নির্ণয় করা যায়। (3.62) কে একটু পাল্টে নিলে পদ্ধতিটি আরোও সরল হয়ে পড়ে। কোন একটি তলের উপর রশ্মিটি যদি অক্ষের সঙ্গে $\theta$ কোণে আপতিত হয় অক্ষ থেকে $h$ উপরে এবং নির্গত হয় $\theta'$ কোণে, এবং যদি ঐ রশ্মি দুটি তলের অক্ষবিন্দু থেকে যথাক্রমে $u$ ও $v$ দূরে অক্ষকে ছেদ করে, তবে

$$-\frac{h}{u}=\theta, \qquad -\frac{h}{v}=\theta'$$

$$\text{এবং } n'\theta'-n\theta=-h(n'-n)c \tag{3.88}$$

প্রথম তলের বেলায় ধরা যাক $h_1$ ও $\theta_1$ দিয়ে শুরু করা হল। (3.88) থেক $\theta_1'$ পাওয়া যাবে। কিন্তু $\theta_1=\frac{h_1-h_2}{d_1'}$

$$\text{অর্থাৎ} \quad h_2=h_1+d_1'\theta_1' \tag{3.89}$$

এখানে $d_1'$ হল প্রথম তল থেকে দ্বিতীয় তল পর্যন্ত অক্ষ বরাবর দূরত্ব। (3.89) থেকে $h_2$ পাওয়া গেল। আবার $\theta_1'=\theta_2$। $h_2, \theta_2$ থেকে (3.88) ও (3.89) এর সাহায্যে পাওয়া যাবে $h_3$, $\theta_2'=\theta_3$। এভাবে পর পর $x$ অক্ষের সঙ্গে কোণ ও $y$ অক্ষের সঙ্গে ছেদ নির্ণয় করে অপটিক্যাল তন্ত্রের মধ্য দিয়ে রশ্মিকে অনুসরণ করা যাবে।

যদি $\theta_1=0$ হয়, অর্থাৎ আপতিত রশ্মি অক্ষের সমান্তরাল হয়, তবে সর্বশেষ তলটি দিয়ে নির্গত রশ্মি অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করবে সেই বিন্দুটি

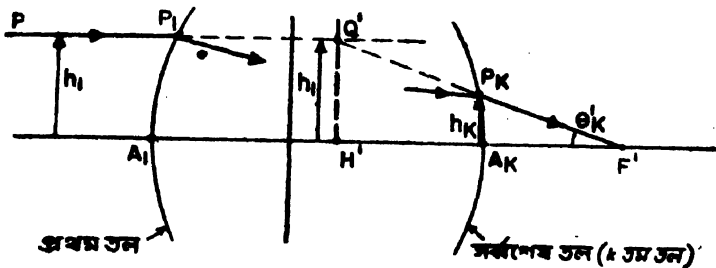



Fig. 3.37

হল অপটিক্যাল তন্ত্রের দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস বিন্দু $F'$। যদি সর্বশেষ তলটি

$k$ তম তল হয় তবে সেক্ষেত্রে উপরোক্ত উপায়ে $h_k$ ও $\theta_k'$ নির্ণয় করা হল। $k$ তম তলের (সর্বশেষ তল) অক্ষবিন্দু $A_k$ হলে

$$\theta_k' = -\frac{h_k}{A_kF'}, \text{ অর্থাৎ } \overline{A_kF'} = -\frac{h_k}{\theta_k'}. \tag{3.90}$$

আপতিত রশ্মি $PP_1$ ও চূড়ান্ত রশ্মি $P_kF'$ এর ছেদবিন্দু $Q'$ $Q'H'$ অক্ষের উপর লম্ব। অর্থাৎ $H'$ দ্বিতীয় মুখ্য বিন্দু। সুতরাং

$$\theta_k' = -\frac{h_1}{H'F'}, \text{ অথবা } \overline{H'F'} = -\frac{h_1}{\theta_k'} \tag{3.91}$$

$H$ ও $F$ পেতে গেলে অন্য দিক থেকে শুরু করতে হবে।

এই প্রসঙ্গে একটি কথা প্রণিধানযোগ্য। (3.88) ও (3.89) এর প্রতিটি পদকে যদি কোন ধ্রুবক $\alpha$ দিয়ে গুণ করা যায় তাহলেও সমীকরণ দুটি খাটবে। অর্থাৎ

$$n'(\alpha\theta') - n(\alpha\theta) = -(\alpha h)(n'-n)c \tag{3.92}$$

$$\text{এবং} \quad (\alpha h_2) = (\alpha h_1) + d_1'(\alpha\theta_1') \tag{3.93}$$

$\theta$ এবং $h$ ছোট হলেও $(\alpha\theta)$ ও $(\alpha h)$ বড় হতে বাধা নেই। সুতরাং উপাক্ষীয় রশ্মি (বাস্তব রশ্মি নয়) অনুসরণের পদ্ধতিতে প্রাথমিক $\theta$ ও $h$

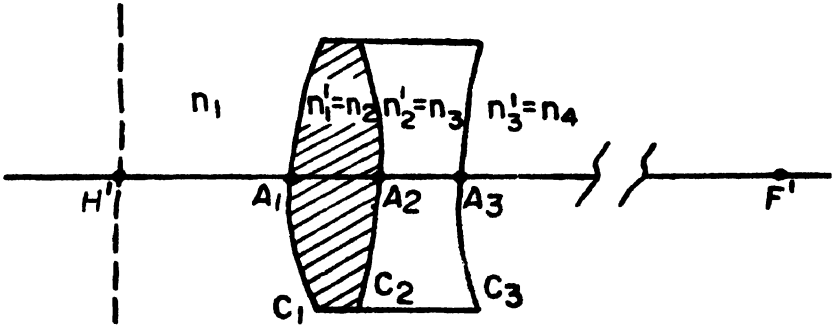



Fig. 3.38

$$n_1 = 1$$
$$n_1' = n_2 = 1.5$$
$$n_2' = n_3 = 1.6$$
$$n_3' = n_4 = 1.0$$
$$c_1 = 0.1$$
$$c_2 = -0.05$$
$$c_3 = +0.05$$

যথেষ্ট বড় নিলেও কোন ক্ষতি নেই। 3.31dতে যুগ্ম লেন্সের উদাহরণ দেওয়া হয়েছে, তার ক্ষেত্রে আমরা এই পদ্ধতিটি আবার প্রয়োগ করব। গণনাটি Table 3.2-তে দেখানো হয়েছে। গণনা প্রতি স্তম্ভে (Column) উপর থেকে নীচে করে যেতে হবে এবং প্রথম তলটি থেকে শুরু করে পর পর অন্য তলগুলির জন্য গণনা করতে হবে। গণনার জন্য প্রয়োজনীয় উপাত্ত (data) Fig. 3.38-এর সঙ্গে দেওয়া হয়েছে।

**Table 3.2**

কোণ (angle) রেডিয়ানে এবং দূরত্ব cm-এ নেওয়া হয়েছে। $h_1=1$ cm।

| গণিতব্য রাশি | প্রথম তল, $i=1$ | দ্বিতীয় তল, $i=2$ | তৃতীয় তল, $i=3$ |
|---|---|---|---|
| $c_i$ বক্রতা | +0.1 | −0.05 | +0.05 |
| $n_i$ প্রতিসরাঙ্ক | 1.0 | 1.5 | 1.6 |
| $n_i'=n_{i+1}$ | 1.5 | 1.6 | 1.0 |
| $h_i$ = উচ্চতা | 1.0 | 0.9667 | 0.9384 |
| $\theta_i$ = কোণ | 0 | −0.0333 | −0.0283 |
| $n_i\theta_i$ | 0 | −0.0500 | −0.0452 |
| $\phi_i=h_i(n_i'-n_i)c_i$ | 0.05 | −0.0048 | −0.0282 |
| $n_i\theta_i-\phi_i=n_i'\theta_i'$ | −0.05 | −0.0452 | −0.0170 |
| $\theta_i'=\theta_{i+1}$ | −0.0333 | −0.0283 | −0.0170 |
| $d_i'$ | 1.0 | 1.0 | |
| $Y_i=d_i'\theta_i'$ | −0.0333 | −0.0283 | |
| $h_{i+1}=h_i+Y_i$ | +0.9667 | 0.9384 | |

অতএব $h=1$ $\qquad \overline{A_3F'}=\dfrac{h_3}{-\theta_3'}-\dfrac{0.9384}{0.0170}\quad 55.21$

$h_3=0.9384 \qquad F'=\overline{H'F'}\quad 1/.0170=58.83$

$\theta_3'=-0.0170 \qquad \overline{A_3H'}=\overline{A_3F'}+\overline{F'H'}=\overline{A_3F'}-\overline{H'F'}=-3.62$

সুতরাং $\overline{A_1H'}=-3.62-(-2)=-1.62$

ক্ষমতা $K=\dfrac{1}{F'}=0.0170=1.70\ D.$

### 3.3.2 লৈখিক পদ্ধতি (Graphical method)

আলোক রশ্মির পথ অনুসরণ করবার অনেকগুলি লৈখিক পদ্ধতি আছে। তার মধ্যে মাত্র একটি পদ্ধতিরই এখানে আলোচনা করা হবে। পদ্ধতিটির উদ্ভাবন করেন জে, এইচ, ডাওয়েল (J. H. Dowell)। দুটি মাধ্যম $n_1$ ও $n_1'$ এর মধ্যে প্রতিসারক তলটির বক্রতা $c = \frac{1}{r}$ (Fig. 3.39)। $a$ রশ্মিটির ক্ষেত্রে অক্ষস্থ অনুবন্ধী বিন্দুদ্বয় $P$ ও $P'$ এবং

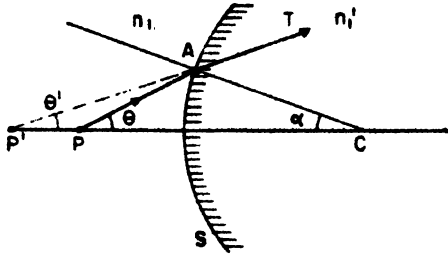
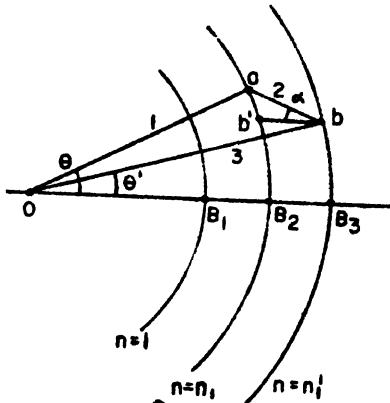
$$n_1'\theta' - n_1\theta = -h(n_1' - n_1)c = -\frac{h}{r}(n_1' - n_1) = (n_1' - n_1)a \tag{3.94}$$

(a) অপটিক্যাল তন্ত্র

(b) সাহায্যকারী লেখ

Fig. 3.39 ডাওয়েলের লৈখিক পদ্ধতি।

এবার দেখা যাক $\theta$ ও $\alpha$ জানা থাকলে ডাওয়েলের লৈখিক পদ্ধতিতে কি করে $\theta'$ নির্ণয় করা যায়। Fig. 3.39 (*b*) তে $OB_3$ রেখাটি (Fig. 3.39*a*) তে অপটিক্যাল তন্ত্রের অক্ষের সমান্তরাল। $O$-কে কেন্দ্র করে মাধ্যমগুলির প্রতিসরাঙ্কের সমান অর্থাৎ $n=1$, $n=n_1$, $n=n_1'$ ইত্যাদি ব্যাসার্ধের কতকগুলি বৃত্ত আঁকা হল কোন নির্দিষ্ট স্কেলে। $PA$ এর সমান্তরাল $O$ বিন্দুতে $Oa$ টানা হল। $Oa$, $n=n_1$ বৃত্তকে $a$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। অতএব $\angle aOB_3=\theta$। $AC$, $A$ বিন্দুতে $S$ তলের ব্যাসার্ধ। $AC$-র সমান্তরাল $a$ বিন্দুতে $ab$ রেখা টানা হল। $ab$, $n=n_1'$ বৃত্তকে $b$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। $bb'$, $OB_3$ সমান্তরাল অর্থাৎ $\angle abb'=\alpha$। $Ob$ যুক্ত

Fig. 3.40 (*a*) ও (*b*) তে 1,2,3......11 ইত্যাদি সংখ্যাগুলিতে পর পর কিভাবে রশ্মির পথ নির্ণয় করা হয়েছে তা দেখানো হয়েছে।

করা হল। অঙ্কনানুযায়ী বৃত্তচাপ $B_3a=n_1\theta$, $b'b=n_1'-n_1$ এবং $\alpha=-\dfrac{b'a}{n_1'-n_1}$ সুতরাং বৃত্তচাপ $b'a=-(n_1'-n_1)\alpha$। অর্থাৎ

বৃত্তচাপ $B_2b_1' =$ বৃত্তচাপ $B_2a -$ বৃত্তচাপ $b'a = n_1\theta + (n_1' - n_1)\alpha = n_1'\theta'$

বৃত্তচাপ $B_2b' =$ বৃত্তচাপ $B_2b = n_1'\theta'$, কিন্তু $OB_2 = n_1'$

সুতরাং $\angle bOB_2 = \theta'$

তাহলে দেখা যাচ্ছে যে $Ob$-কে যুক্ত করলে, $Ob$, $A$ বিন্দুতে প্রতিসৃত রশ্মি $P'AT$ এর সমান্তরাল হবে। এভাবে অনেকগুলি মাধ্যম থাকলে প্রতি মাধ্যমে রশ্মির পথ নির্ণয় করা যায়, এবং কোন অপটিক্যাল তন্ত্রে আপতিত যে কোন রশ্মির অনুবন্ধী নির্গম রশ্মিটি নির্ণয় করা যায়। Fig. 3.40-তে উদাহরণ স্বরূপ একটি যুগ্ম লেন্সের ক্ষেত্রে এই পদ্ধতিটির সাহায্যে দ্বিতীয় ফোকাস বিন্দু $F'$ ও দ্বিতীয় মুখ্যবিন্দু $H'$ এর নির্ণয় দেখানো হয়েছে। যুগ্ম লেন্সটি $A$ ও $B$ দুইটি লেন্সের সমবায়। (Fig. 3.40)-তে

| | | |
|---|---|---|
| $n = 1$ | $c_1 = 0$ | $A_1A_2 = 1$ cm. |
| $n_1 = 1.5$ | $c_2 = 0.2$ | $A_2A_3 = 2$ cm. |
| $n_2 = 2.0$ | $c_3 = 0.333$ | $NP$ অক্ষের সমান্তরাল। |
| $n' = 1.3$ | | |

### 3.3.3 পরীক্ষার সাহায্যে গাউসীয় গুণাবলী নির্দ্ধারণ : নোডাল স্লাইডের পদ্ধতি।

ধরা যাক $L$ একটি পুরু লেন্স ( ব্যাপক অর্থে ) যার ক্ষমতা ধনাত্মক। লেন্সটি একটি কলিমেটর (collimator) এর সামনে রাখা আছে। কলিমেটরের লক্ষ্যবস্তুর (target) প্রতিটি বিন্দুর জন্য একগুচ্ছ সমান্তরাল রশ্মি কলিমেটর থেকে লেন্স $L$ এর উপর এসে পড়েছে। এমন একটি সমান্তরাল

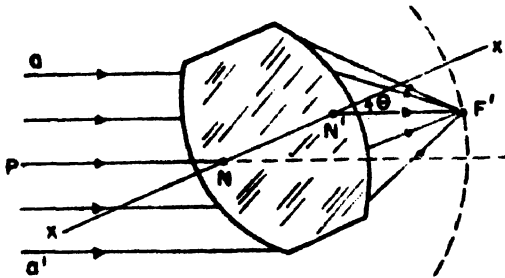



Fig. 3.41

রশ্মিগুচ্ছ $aa'$। লেন্স $L$ এর অক্ষটি এই সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছের সঙ্গে $\theta$ কোণ করেছে। এই রশ্মিগুচ্ছের মধ্যে $PN$ রশ্মিটি প্রথম নোডাল বিন্দু

দিয়ে গিয়েছে। নোডাল বিন্দুর সংজ্ঞা অনুযায়ী এই রশ্মিটি নির্গত হবে দ্বিতীয় নোডাল বিন্দু $N'$ দিয়ে $PN$ এর সমান্তরাল ভাবে $N'F'$ বরাবর। $N'F'$ অক্ষের সঙ্গে $\theta$ কোণ করবে। কলিমেটরের লক্ষ্যবস্তুর যে বিন্দুটি থেকে $aa'$ সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ আসছে তার একটি প্রতিবিম্ব সৃষ্ট হবে $N'F'$ রেখার উপর কোন বিন্দু $F'$ এ।

ধরা যাক $L$ লেন্সটি একটি অক্ষের সাপেক্ষে ঘোরানো যায়। এই অক্ষটি লেন্সের অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত এবং লেন্সের অক্ষের উপর যে কোন বিন্দু দিয়ে যেতে পারে। মনে করা যাক এই ঘূর্ণনের অক্ষটি $N'$ বিন্দু দিয়ে যাচ্ছে। এবার $N'$এর সাপেক্ষে লেন্সটিকে অল্প এদিক ওদিক ঘোরালে $N'$ স্থির থাকবে ( ঘূর্ণন অক্ষের উপরে বলে ), $N$ একটি বৃত্তচাপের উপর ঘুরবে। লেন্সটি ঘোরালেও রশ্মিগুচ্ছের প্রধানরশ্মিটি (chief ray) সব সময়েই $N'F'$ বরাবর যাবে। সুতরাং লেন্স অল্প ঘোরালেও প্রতিবিম্বটি একই জায়গায় থাকবে। অর্থাৎ যদি লেন্সটি আগে পিছে করে দেখা যায় যে একটি বিশেষ অবস্থায় ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে লেন্সটি এদিক ওদিক অল্প ঘোরালেও প্রতিবিম্ব একই জায়গায় থাকে তবে ঘূর্ণন অক্ষটি লেন্স অক্ষের যে বিন্দু দিয়ে যায় সেই বিন্দুটি হল লেন্সের দ্বিতীয় নোডাল বিন্দু। এই বিন্দু থেকে প্রতিবিম্বের দূরত্ব হচ্ছে ফোকাস দূরত্ব। কলিমেটরের লক্ষ্যবস্তুর ( একটি সরু স্লিট ) যে প্রতিবিম্ব লেন্সের ফোকাস তলে সৃষ্ট হয় তা দেখা হয় একটি অনুবীক্ষণ এর সাহায্যে (Fig. 3.42)।

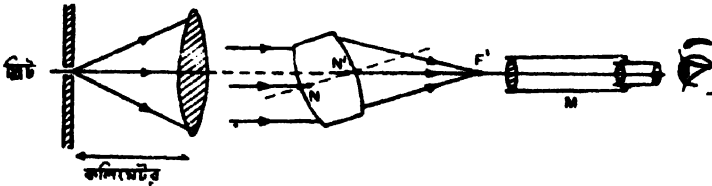



Fig. 3.42

নোডাল স্লাইডে লেন্সটিকে একটি শক্ত ধারকের (holder) মধ্যে আটকে দেওয়া হয়। ধারকটি একটি পাটাতনের সঙ্গে যুক্ত। পাটাতনটি একটি রেলের উপর লেন্স অক্ষের বরাবর আগে পিছে সরতে পারে। রেলটি আর একটি পাটাতনের সঙ্গে যুক্ত। এই দ্বিতীয় পাটাতনটি রয়েছে আর একটি রেলের উপর এবং এই পাটাতনটিকে লেন্স অক্ষের আড়াআড়ি সরানো যায়।

এই সমস্ত জিনিসটি রয়েছে একটি তৃতীয় পাটাতনের উপর যাকে একটি অক্ষের সাপেক্ষে ঘোরানো যায়, এই অক্ষটি তার সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত। নোডাল স্লাইডে এই দুই দিক বরাবর লেন্সটিকে সরিয়ে লেন্সের যে কোন বিন্দুকে ঘূর্ণন অক্ষের উপর এনে ফেলা যায়।

অপর নোডাল বিন্দুটি বার করতে হলে লেন্সটিকে ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে পুরো 180° ঘুরিয়ে আগে পিছে ও আড়াআড়ি সরিয়ে $N$ বিন্দুটিকে ঘূর্ণন অক্ষের উপরে এনে ফেল্‌তে হবে।

লেন্সটির ক্ষমতা ঋণাত্মক হলে নোডাল স্লাইডের পদ্ধতিতে সরাসরি তার নোডাল বিন্দু নির্ণয় করা যাবে না। ঋণাত্মক ক্ষমতার লেন্সের সঙ্গে উপযুক্ত ধনাত্মক ক্ষমতার (অভিসারী) একটি লেন্সের সমবায় করে তার গাউসীয় গুণাবলী নির্ণয় করতে হবে। ধনাত্মক লেন্সের গাউসীয় গুণাবলী জানা থাকলে সমবায়ের ও ধনাত্মক লেন্সের গাউসীয় গুণাবলী থেকে ঋণাত্মক লেন্সের গাউসীয় গুণাবলী নির্ণয় করা সম্ভব হবে।

## পরিচ্ছেদ 4

# বিচ্ছুরণ (Dispersion)

"And so the true cause of the Length of that Image was detected to be no other, than that Light is not similar or Homogenial, but consists of Difform Rays, some of which are more Refrangible than others.

—Newton

**4.1 বিচ্ছুরণ।** বিভিন্ন বর্ণের আলোর মিশ্রণ, যৌগিক আলো, কোন প্রতিসারক মাধ্যমের মধ্য দিয়ে প্রতিসৃত হলে বিভিন্ন বর্ণগুলি পৃথক হয়ে পড়ে। সূর্যের সাদা আলো জানালার কোন ছোট্ট ছিদ্র দিয়ে অন্ধকার ঘরে ঢুকলে সেই সরু আলোর গুচ্ছ একটা প্রিজমে ফেলা হল। প্রিজম থেকে প্রতিসৃত আলো দেওয়ালে বা পর্দায় ফেললে দেখা যাবে আলোকিত অংশ সাদা নয়, ছিদ্রের মত আকারেরও নয়। আলো লম্বা পটির আকৃতিতে পড়েছে, পটিটি রঙ্গীন। প্রিজমের ভূমির দিকে পটীর অংশ বেগ্‌নী, অপর প্রান্ত লাল। বেগনী থেকে লাল পর্য্যন্ত রঙ আস্তে আস্তে পাল্টেছে। ঠিক এরকম একটা পরীক্ষায় ঘটনাটি আবিষ্কার করেন স্যর আইজ্যাক নিউটন

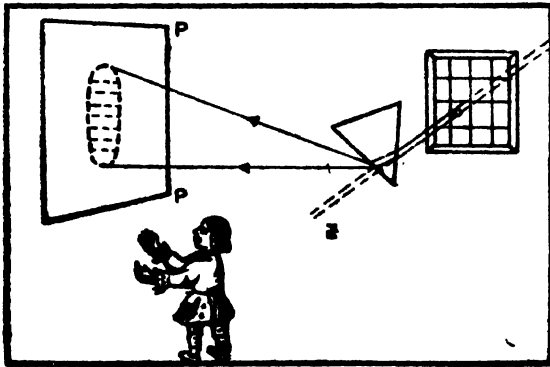



Fig. 4.1 নিউটনের বিচ্ছুরণ আবিষ্কার।

1666 খৃষ্টাব্দে (Fig. 4.1)। যৌগিক আলোর এভাবে বিভিন্ন বর্ণে পৃথক হয়ে যাওয়াকে **বিচ্ছুরণ** (dispersion) বলে আর আলোর পটিটিকে বর্ণালী

(spectrum) বলে। প্রতিসারক মাধ্যমটিকে **বিচ্ছুরক মাধ্যম** (dispersive medium) বলে।

বর্ণালীর বিভিন্ন রঙের আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য বিভিন্ন, প্রিজমে তাদের চ্যুতিও বিভিন্ন। বেগ্‌নী বর্ণের নিম্নতম চ্যুতি লাল রঙের নিম্নতম চ্যুতি থেকে বেশী অর্থাৎ বেগনী রঙের জন্য প্রতিসরাঙ্ক লাল রঙের জন্য প্রতিসরাঙ্ক থেকে বেশী। বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোর জন্য প্রতিসরাঙ্ক বিভিন্ন হওয়ার দরুণ তাদের চ্যুতি কম বেশী হয় এবং সেজন্য বিচ্ছুরণ ঘটে।

সাধারণ স্বচ্ছ মাধ্যমের বেলায় তরঙ্গদৈর্ঘ্য কম্‌লে প্রতিসরাঙ্ক বাড়ে। Fig. 4.2তে সাধারণ কতকগুলি মাধ্যমের ক্ষেত্রে প্রতিসরাঙ্ক $n$ কিভাবে তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda$র উপর নির্ভর করে তা দেখানো হল।

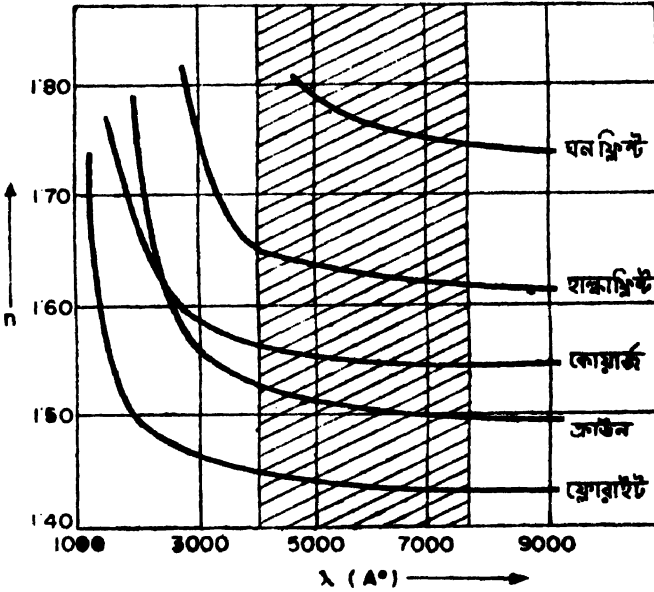



Fig. 4.2

এসব মাধ্যমের ক্ষেত্রে দেখা যায় যে,

1. তরঙ্গদৈর্ঘ্য যত কমে প্রতিসরাঙ্ক তত বাড়ে
2. তরঙ্গদৈর্ঘ্য যত কমে $\frac{dn}{d\lambda}$ তত বাড়ে।
3. বিভিন্ন মাধ্যমের ক্ষেত্রে যে কোন তরঙ্গদৈর্ঘ্যে $n$ যত বেশী, $\frac{dn}{d\lambda}$ তত বেশী।

4. বিভিন্ন বস্তুর লেখগুলিকে কেবলমাত্র কোটির (ordinate) স্কেল বদ্‌লে একটার উপর আর একটাকে এনে ফেলা যায় না।

এসব বিচ্ছুরণকে **স্বাভাবিক বিচ্ছুরণ** (Normal dispersion) বলে। 4 নং ধর্মের জন্য, দুটি ভিন্ন মাধ্যমের প্রিজম থেকে যে বর্ণালী পাওয়া যায় তার দুটি প্রান্ত বর্ণ লাল ও বেগ্‌নীকে সমাপতিত করলেও দেখা যাবে যে অন্য বর্ণগুলি মিলছে না (Fig. 4.3)। এই বিশেষত্বকে **বিচ্ছুরণের অসঙ্গতি** (irrationality of dispersion) বলা হয়। প্রিজমজাত বিচ্ছুরণে এই অসঙ্গতি দেখা যায় কিন্তু অপবর্তন গ্রেটিং এর বিচ্ছুরণে এই অসঙ্গতি অনুপস্থিত।

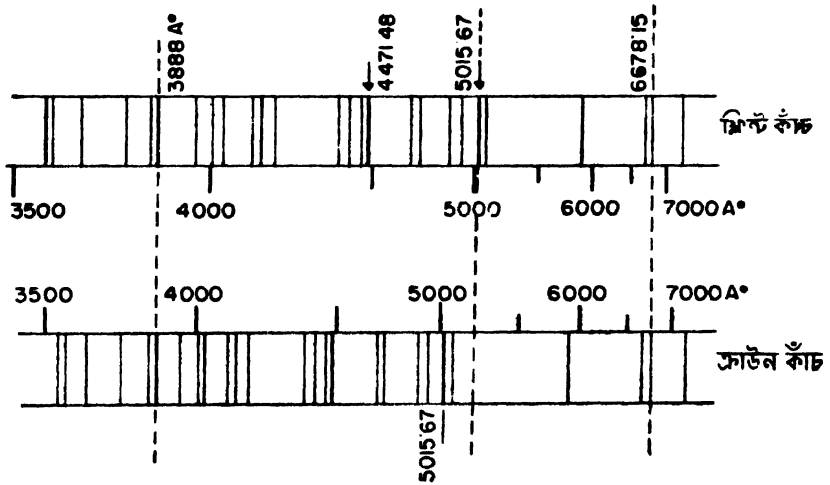



Fig. 4.3 ফ্লিণ্ট ও ক্রাউন কাঁচের প্রিজমে হিলিয়ামের বর্ণালী। বিচ্ছুরণের অসঙ্গতি সুস্পষ্ট।

### 4.1.1 অস্বাভাবিক বিচ্ছুরণ (Anomalous dispersion)

স্বাভাবিক বিচ্ছুরণকে মোটামুটিভাবে কশি (Cauchy)র সমীকরণ দিয়ে বর্ণনা করা যায়। এই সমীকরণটি 1836 খৃষ্টাব্দে কশি পেয়েছিলেন। সমীকরণটি হল

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} \tag{4.1}$$

এখানে $A$, $B$, $C$ ধ্রুবকগুলির মান মাধ্যমের উপর নির্ভর করে। বর্ণালীর যে অংশ দৃষ্টিগোচর (visible) সে অংশে কশির সমীকরণ খুব ভালো ভাবে

খাটে। বর্ণালীর অবলোহিত অংশে প্রতিসরাঙ্ক মেপে দেখা গেছে যে বিচ্ছুরণের লেখের সঙ্গে কশি সমীকরণ মোটেই মেলে না। কোয়ার্জ এর বেলায় অবলোহিত প্রান্তে কিছুটা অংশে আলো কোয়ার্জের মধ্য দিয়ে যায় না অর্থাৎ শোষিত (absorbed) হয়। বর্ণালীর যে অংশে শোষণ হয় তার আগে ও পিছে বিচ্ছুরণ কশির সমীকরণ থেকে রীতিমত পৃথক। যে অংশে শোষণ হয় (এই অংশেও মাইকেল্‌সন্‌ ব্যাতিচার বীক্ষণের সাহায্যে প্রতিসরাঙ্ক মাপা সম্ভব হয়েছে) সেখানে তরঙ্গদৈর্ঘ্য বাড়লে প্রতিসরাঙ্ক বাড়ে অর্থাৎ স্বাভাবিক বিচ্ছুরণের ঠিক বিপরীত (Fig. 4.4)! এ ধরণের বিচ্ছুরণকে **অস্বাভাবিক বিচ্ছুরণ** বলে। আসলে এটা মোটেই অস্বাভাবিক কিছু নয় কেননা সব মাধ্যমেই বর্ণালীর কোন না কোন অংশে বা একাধিক অংশে শোষণ হয় এবং সেখানে বিচ্ছুরণ তথাকথিত স্বাভাবিক বিচ্ছুরণের মত হয় না।

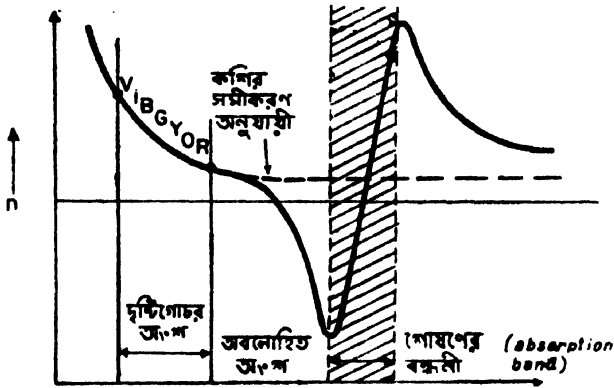



Fig. 4.4 কোয়ার্জে বিচ্ছুরণ। শোষণের বন্ধনীর মধ্যে ও কাছে অস্বাভাবিক বিচ্ছুরণ

### 4.1.2 কৌণিক বিচ্ছুরণ (Angular dispersion)

যৌগিক আলোর সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ প্রিজম *ABC*র উপর *PQ* বরাবর আপতিত হয়ে, প্রতিসৃত হবার সময় বিচ্ছুরিত হয়েছে। নির্গত রশ্মিগুচ্ছের মধ্য থেকে এখন যদি যে কোন দুই তরঙ্গদৈর্ঘ্যের রশ্মি বেছে নিই তবে তারা পরস্পরের সঙ্গে যে কোণ করে তাকে ঐ দুই বর্ণের সাপেক্ষে, ঐ আপতন কোণে, কৌণিক অন্তর (angular seperation) বলা হয়।

Fig. 4.5 থেকে দেখা যাচ্ছে যে

$$\begin{aligned} \sin \theta_1 &= n \sin \theta_1' \\ \sin \theta_2 &= n \sin \theta_2' \\ \theta_1' + \theta_2' &= A \end{aligned} \tag{4.2}$$

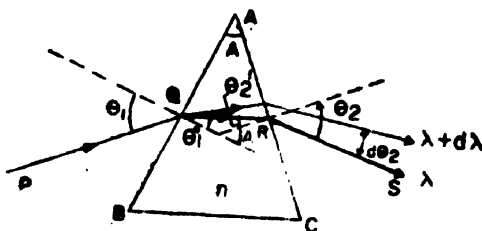



Fig. 4.5 কৌণিক বিচ্ছুরণ।

এখানে $n$ তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda$ র সাপেক্ষে প্রতিসরাঙ্ক। যদি অন্য একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda + d\lambda$ এর ক্ষেত্রে দ্বিতীয় তলে আপতন কোণ ও নির্গম কোণ যথাক্রমে $\theta_2 + d\theta_2$ ও $\theta_2' + d\theta_2'$ হয় এবং $\lambda + d\lambda$ এর জন্য মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক $n + dn$ হয় তবে

$$0 = n \cos \theta_1' d\theta_1' + dn \sin \theta_1' \quad \text{যেহেতু } d\theta_1' = 0$$

$$\begin{aligned} \cos \theta_2 \, d\theta_2 &= n \cos \theta_2' \, d\theta_2' + dn \sin \theta_2' \\ d\theta_1' + d\theta_2' &= 0 \end{aligned} \tag{4.3}$$

অতএব $\cos \theta_2 \, d\theta_2 = -n \cos \theta_2' \, d\theta_1 + dn \sin \theta_2'$

$$= dn \frac{\sin \theta_1' \cos \theta_2'}{\cos \theta_1'} + dn \sin \theta_2'$$

$$= dn \frac{\sin (\theta_1' + \theta_2')}{\cos \theta_1'}$$

অর্থাৎ
$$\frac{d\theta_2}{d\lambda} = \frac{\sin A}{\cos \theta_1' \cos \theta_2} \frac{dn}{d\lambda} \tag{4.4}$$

$\frac{d\theta_2}{d\lambda}$ কে **কৌণিক বিচ্ছুরণ (angular dispersion)** বলা হয়

ন্যূনতম চ্যুতির ক্ষেত্রে $A = 2\theta_1'$ সুতরাং

$$\frac{d\theta_2}{d\lambda} = \frac{2 \sin \theta_1'}{\cos \theta_2} \frac{dn}{d\lambda} = \frac{2 \sin \theta_1'}{\cos \theta_1} \frac{dn}{d\lambda} = \frac{2}{n} \tan \theta_1 \frac{dn}{d\lambda} \tag{4.5}$$

এবং কৌণিক বিচ্ছুরণ $\frac{d\theta_2}{d\lambda} = \frac{d\theta_2}{dn} \frac{dn}{d\lambda}$

সমীকরণ (4.4) এর সঙ্গে তুলনা করে দেখা যাচ্ছে যে $\frac{d\theta_2}{dn}$ মোটামুটি ভাবে জ্যামিতিক কারণগুলির উপর নির্ভর করে। $\frac{dn}{d\lambda}$ কিন্তু মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভরশীল। $\frac{dn}{d\lambda}$ কে প্রিজম-মাধ্যমের **বর্ণ বিচ্ছুরণ** (chromatic dispersion) বলে।

### 4.1.3 বিচ্ছুরণ ক্ষমতা (Dispersive power)।

$n$ প্রতিসরাঙ্ক হলে $(n-1)$ কে প্রতিসৃতি (refractivity) বলা হয়। প্রতিসৃতি অবশ্যই তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপর নির্ভরশীল। যদি দুই তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda_1$ ও $\lambda_2$ এবং তাদের মধ্যবর্তী রশ্মি (mean ray) $\lambda_m$ এর জন্য প্রতিসৃতি যথাক্রমে $(n_1-1)$, $(n_2-1)$ ও $(n_m-1)$ হয় তবে ঐ বর্ণ দুটি ও তাদের মধ্যবর্তী বর্ণের সাপেক্ষে প্রিজমের **বিচ্ছুরণ ক্ষমতা** বলতে

$$\omega=\frac{(n_1-1)-(n_2-1)}{(n_m-1)}=\frac{n_1-n_2}{n_m-1}=\frac{\delta n}{n_m-1} \qquad (4.6)$$

এই অনুপাতকে ধরা হয়। এখানে মধ্যবর্তী রশ্মি হল সেই তরঙ্গদৈর্ঘ্য যার প্রতিসরাঙ্ক $n_m=(n_1+n_2)/2$। কার্যতঃ অনেক সময়েই $\lambda_1$ ও $\lambda_2$-র মাঝামাঝি কোন তরঙ্গদৈর্ঘ্যকে মধ্যবর্তী রশ্মি হিসাবে নেওয়া হয়। যেমন লেন্স তৈরীর ক্ষেত্রে যখন বিচ্ছুরণ ক্ষমতা গণনা করবার প্রয়োজন হয় তখন যে দুটি তরঙ্গদৈর্ঘ্য নেওয়া হয় তারা হল হাইড্রোজেনের লাল $C$ তরঙ্গটি (Red C line, 6563 $A^\circ$) এবং সবুজাভ নীল $F$ তরঙ্গটি (Greenish Blue F line, 4862 $A^\circ$) এবং মধ্যবর্তী রশ্মি হিসাবে নেওয়া হয় সোডিয়ামের হলুদে D line (Yellow D line, 5893 $A^\circ$)।

## 4.2 প্রিজমের সমবায় (Combination of prisms)

প্রিজমে বিচ্ছুরণ ঘটে, বিচ্যুতিও হয়। বিভিন্ন উপাদানের বিচ্ছুরণ ক্ষমতা বিভিন্ন। তাই বিভিন্ন উপাদানের একাধিক প্রিজমের সমবায় তৈরী করে তার দ্বারা বিচ্ছুরণহীন বিচ্যুতি (deviation without dispersion) বা বিচ্যুতিহীন বিচ্ছুরণ (dispersion without deviation) পাওয়া সম্ভব।

### 4.2.1 বিচ্ছুরণহীন বিচ্যুতি : অবার্ণ প্রিজম (Achromatic prism)

এমনভাবে দুটি প্রিজমের একটা সমবায় তৈরী করতে হবে যার ফলে

প্রথম প্রিজমে যে বিচ্ছুরণ হবে দ্বিতীয় প্রিজমে তা পুরোটাই লোপ পাবে এমন সমবায়কে **অবার্ণ প্রিজম সমবায়** বলে। ক্রাউন ও ফ্লিন্ট কাঁচের দুটি প্রিজম $C$ ও $F$ নেওয়া হল। তাদের প্রতিসারক কোণদ্বয় যথাক্রমে $A_1$ ও $A_2$ (Fig. 4.6)। প্রিজম দুটি এমন ভাবে বসানো হল যাতে তাদের প্রতিসারক কোণদ্বয় বিপরীত দিকে থাকে।

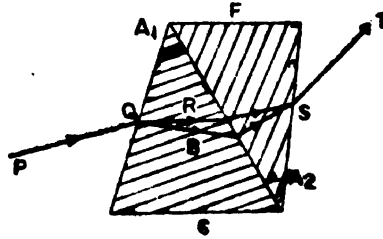



Fig. 4.6 অবার্ণ প্রিজম সমবায়।

যে কোন প্রিজমের ক্ষেত্রে যদি আপতন কোণ ও নির্গম কোণ ছোট হয়, তবে কোন রশ্মির ক্ষেত্রে চ্যুতি হবে

$$\delta = \theta_1 + \theta_2 - A_1 = n(\theta_1' + \theta_2') - A_1$$
$$= (n-1)A_1 \qquad \text{কেননা} \quad \theta_1 = n\theta_1'$$
$$\theta_2 = n\theta_2'$$
$$\text{এবং} \quad \theta_1' + \theta_2' = A$$

প্রিজম সমবায়ের মধ্য দিয়ে যেতে $C$ বর্ণের মোট চ্যুতি

$$\delta_C = \delta_{1C} - \delta_{2C} = (n_{1C} - 1)A_1 - (n_{2C} - 1)A_2 \tag{4.7}$$

অনুরূপ ভাবে $F$ বর্ণের জন্য মোট চ্যুতি

$$\delta_F = \delta_{1F} - \delta_{2F} = (n_{1F} - 1)A_1 - (n_{2F} - 1)A_2 \tag{4.8}$$

প্রিজম সমবায়ের মধ্য দিয়ে যাবার পর ঐ দুই বর্ণের মধ্যে চ্যুতির অন্তর হল $\qquad \Delta\delta = \delta_C - \delta_F$

এই চ্যুতির অন্তরকেই সাধারণভাবে বিচ্ছুরণ বলা হবে।

অর্থাৎ $\Delta\delta = (n_{1C} - n_{1F})A_1 - (n_{2C} - n_{2F})A_2$

সমবায়টি অবার্ণ হবার সর্ত হল $\Delta\delta = 0$ (4.9)

$$\text{বা} \quad \frac{A_2}{A_1} = \frac{n_{1C} - n_{1F}}{n_{2C} - n_{2F}} \tag{4.10}$$

(i) যদি প্রিজম দুটি একই উপাদানের হয় তবে $n_{1C}=n_{2C}$, $n_{1F}=n_{2F}$, অর্থাৎ $A_1=A_2$ ; সমবায়টি একটি সমান্তরাল ফলকে পরিণত হল। এখানে নির্গত রশ্মি আপতিত রশ্মির সমান্তরাল, অর্থাৎ কোন বিচ্যুতি নেই। সুতরাং বিচ্ছুরণও হবে না, বিচ্যুতিও হবে না।

(ii) প্রিজম দুটি বিভিন্ন উপাদানের হলে, দুটি প্রিজমের প্রতিসারক কোণ কি হবে তা সহজেই ঠিক করা যায়। মধ্যবর্তী রশ্মির ( হল্‌দে D line কে ধরলে ) ক্ষেত্রে

$$\delta_m=(n_{1D}-1)A_1-(n_{2D}-1)A_2$$

$$=\frac{(n_{1C}-n_{1F})}{\omega_1}A_1-\frac{(n_{2C}-n_{2F})}{\omega_2}A_2$$

এখানে $\omega_1$ ও $\omega_2$ হচ্ছে এই দুই প্রিজমের বিচ্ছুরণ ক্ষমতা। সমবায়টি অবার্ণ বলে, সমীকরণ (4.10) থেকে $A_2$-র মান বসিয়ে

$$\delta_m=(n_{1C}-n_{1F})\frac{A_1}{\omega_1}-(n_{1C}-n_{1F})\frac{A_1}{\omega_2}$$

$$=A_1\left(n_{1C}-n_{1F}\right)\left(\frac{1}{\omega_1}-\frac{1}{\omega_2}\right) \tag{4.11}$$

অর্থাৎ $$A_1\;\frac{\quad}{(n_{1C}-n_{1F})(1/\omega_1-1/\omega_2)} \tag{4.12}$$

এভাবে অপর প্রিজমের প্রতিসারক কোণ $A_2$ও নির্ণয় করা যায়।

অবার্ণ সমবায়ের ক্ষেত্রে $\delta_C=\delta_F$ কিন্তু $\delta_m$ এদের সমান হবে না। বিভিন্ন উপাদানে বিচ্ছুরণের অসঙ্গতিই এর প্রধান কারণ। সুতরাং দুটি প্রিজমের অবার্ণ সমবায়ে প্রাথমিক বিচ্ছুরণ না থাকলেও, বর্ণালীর দ্বিতীয় পর্যায়ের কিছু অবশেষ (secondary spectrum) থেকেই যায়।

$$\delta_c-\delta_m=(n_{1C}-n_{1D})A_1-(n_{2C}-n_{2D})A_2$$

$$=A_1\left[(n_{1C}-n_{1D})-\frac{(n_{1C}-n_{1F})}{n_{2C}-n_{2F}}(n_{2C}-n_{2D})\right]$$

এটা সাধারণতঃ খুবই কম।

### 4.2.2 বিচ্যুতিবিহীন বিচ্ছুরণ (Dispersion without deviation)

এখানে বিচ্যুতিবিহীন বল্‌তে বোঝায়, মধ্যবর্তী রশ্মির কোন বিচ্যুতি হবে না। কিন্তু অন্যান্য বর্ণের, মধ্যবর্তী রশ্মির দুদিকে, চ্যুতি হবে। ফলে

বিচ্ছুরণ হবে। বিচ্ছুরিত বর্ণালী মধ্যবর্তী রশ্মির দিক বরাবর তার দুদিকে কিছুটা অংশ নিয়ে বিস্তৃত হবে।

মধ্যবর্তী রশ্মির বিচ্যুতি থাকবে না যখন

$$\delta_m = 0 \tag{4.13}$$

অর্থাৎ যখন
$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{n_{1D}-1}{n_{2D}-1} \tag{4.14}$$

এক্ষেত্রে $C$ ও $F$ রশ্মির মধ্যে বিচ্ছুরণের পরিমাণ হল

$$\delta_C - \delta_F = (n_{1C} - n_{1F})A_1 - (n_{2C} - n_{2F})A_2$$

$$= (n_{1D}-1)\omega_1 A_1 - \frac{(n_{2C}-n_{2F})}{n_{2D}-1}(n_{1D}-1)A_1$$

$$\triangle\delta = \delta_C - \delta_F = (n_{1D}-1)A_1(\omega_1 - \omega_2) \tag{4.15}$$

কিছু বিচ্ছুরণ হবেই কেননা $\omega_1$ ও $\omega_2$ সমান নয়।

### 4.2.3 প্রত্যক্ষ বর্ণালী বীক্ষণ যন্ত্র (Direct-vision spectroscope)

বিচ্যুতিবিহীন প্রিজম সমবায়ের একটা বিশেষ ধরণ হল অ্যামিসির প্রিজম (Amici's prism)। এই প্রিজম সমবায়ে ফ্লিন্ট কাঁচের প্রিজমটি সমকোণী। এখানে $A_1$ ও $A_2$ সমীকরণ (4.14) থেকে পাওয়া যাবে না, কেননা অ্যামিসির সমবায়ে প্রিজমগুলি পাতলা নয়। Fig. 4.7 (*a*)-তে $D$ রশ্মির ক্ষেত্রে আপতিত রশ্মি $PQ$ ও নির্গম রশ্মি $RS$ সমান্তরাল। অর্থাৎ এই রশ্মির ক্ষেত্রে মোট চ্যুতি শূন্য। এখানে

$$A_1 = \theta_1' + \theta_2'$$

$$\theta_2 = A_2$$

$\theta_1 - \theta_1' = \theta_2' - \theta_2$ কেননা $Q$ ও $T$-তে চ্যুতি সমান ও বিপরীত

অর্থাৎ $\theta_1 = \theta_1' + \theta_2' - \theta_2 = A_1 - A_2$

$$\sin\theta_1 = n_{1D}\sin\theta_1'$$

বা $\sin(A_1 - A_2) = n_{1D}\sin(A_1 - \theta_2')$

এবং $n_{1D}\sin\theta_2' = n_{2D}\sin\theta_2 = n_{2D}\sin A_2$

এই দুটি সমীকরণ থেকে $\theta_2'$ সরিয়ে নিলে, খুব সহজেই দেখা যাবে যে

$$\tan A_1 = \frac{(n_{2D}-1)\sin A_2}{\sqrt{n_{1D}^2 - n_{2D}^2\sin^2 A_2} - \cos A_2}$$

যদি $A_2$ জানা থাকে তবে $A_1$ এই সমীকরণটি দিয়ে নির্দিষ্ট হয়ে গেল।

**Fig. 4.7 (*b*)** তে অ্যামিসি প্রিজমের সমবায় দেখানো হয়েছে যাদের দুটি ফ্লিন্ট প্রিজমগুলি গায়ে গায়ে লাগানো। এরকম সমবায়ে $F$ প্রিজমটি

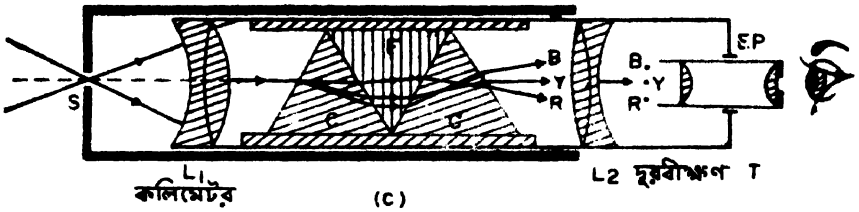
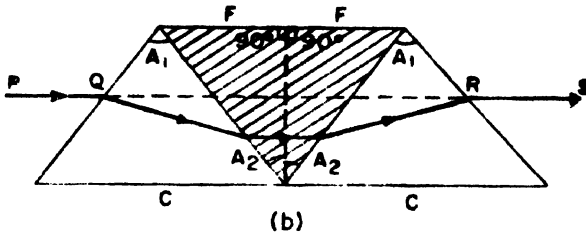
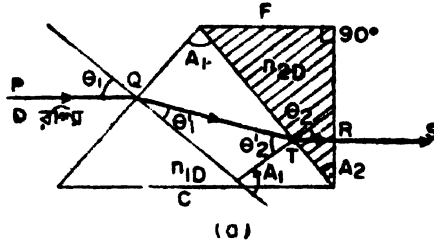



Fig. 4.7 (*a*) অ্যামিসি প্রিজম (*b*) দুটি অ্যামিসি প্রিজমের সমবায়
(*c*) প্রত্যক্ষ বর্ণালীবীক্ষণ যন্ত্র।

একটিই, অ্যামিসি সমবায়ের $F$ প্রিজমের দুটির সমান। এই সমবায়ে $D$ রশ্মির বিচ্যুতি নেই কিন্তু বর্ণালী-বিচ্ছুরণ একটি মাত্র অ্যামিসি প্রিজম থেকে অনেক বেশী। এরকম অ্যামিসি প্রিজম সমবায়ের সাহায্যে **প্রত্যক্ষ দর্শন বর্ণালীবীক্ষণ যন্ত্র** তৈরী হয় (Fig. 4.7*c*)। কোন আলোক উৎসকে নিয়ন্ত্রণ স্লিট $S$ এর সামনে রেখে কলিমেটর $L_1$ এর সাহায্যে আলোক রশ্মিগুচ্ছ সমান্তরাল করা হয়। দূরবীক্ষণ $T$ এর মধ্য দিয়ে দেখলে বর্ণালী দেখা যায়।

### 4.3 রামধনু (Rainbows)

বিচ্ছুরণ ও অভ্যন্তরীণ প্রতিফলনের একটি সুন্দর প্রাকৃতিক উদাহরণ হল রামধনু। যখন ঝির ঝির করে দূরে বৃষ্টি হচ্ছে এবং সূর্যের আলো পড়ন্ত

বৃষ্টিকণার উপর এসে পড়েছে তখন আকাশ জুড়ে মস্ত ধনুর মত উজ্জ্বল রঙীন রামধনু দেখা যায়। সূর্যের বর্ণালীতে যত রঙ আছে রামধনুতেও তাদের পাওয়া যায়। সাধারণতঃ একটিমাত্র রামধনু দেখা গেলেও কখনও কখনও দুটি বা তিনটি রামধনুও দেখা যায়। এই রামধনুগুলির মধ্যে একটিই বেশী উজ্জ্বল ও স্পষ্ট। এটি সবচেয়ে ভিতরের দিকের। এটাকে প্রাথমিক রামধনু (primary rainbow) বলে। অন্য রামধনুগুলিকে গৌণ (secondary) বলা হয়। প্রাথমিক রামধনুর ভিতর দিকের রঙ্ বেগনী, বাইরের দিকে লাল। দ্বিতীয় রামধনুতে রঙগুলির ক্রমিক পর্যায় ঠিক উল্টা—ভিতর দিকে লাল আর বাইরে বেগনী। কি করে রামধনুর সৃষ্টি হয় তার সঠিক ব্যাখ্যা দিয়েছিলেন স্যার আইজ্যাক নিউটন, 1672 খৃষ্টাব্দে। এই ব্যাখ্যার মূল কথা হল,

(i) বৃষ্টির বিন্দুগুলি গোল,

(ii) সূর্যের আলোকরশ্মি জলবিন্দুর মধ্যে প্রতিসৃত হয়ে ঢুকে এক বা একাধিক বার অভ্যন্তরীণ প্রতিফলনের পর প্রতিসৃত হয়ে বাইরে আসে,

এবং (iii) নির্গম রশ্মিগুচ্ছের যে অংশে ন্যূনতম চ্যুতি হয় সেই অংশেই সবচেয়ে বেশী রশ্মি একত্রিত হয়।

ফরাসী বিজ্ঞানী দেকার্ত (Descartes) একটি জলের বিন্দুর ক্ষেত্রে হাজার হাজার আলোক রশ্মির সম্ভাব্য পথ গণনার দ্বারা নির্ণয় করে উপরের তৃতীয় সিদ্ধান্তে এসেছিলেন।

**Fig. 4.8(*a*)** তে *A* একটি জলবিন্দু, অনেক বড় করে দেখানো হয়েছে। *PQRST* রশ্মি $\theta$ কোণে আপতিত হয়েছে। একবার অভ্যন্তরীণ প্রতিফলনের পর নির্গতও হয়েছে $\theta$ কোণে।

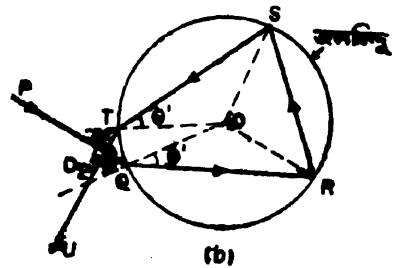
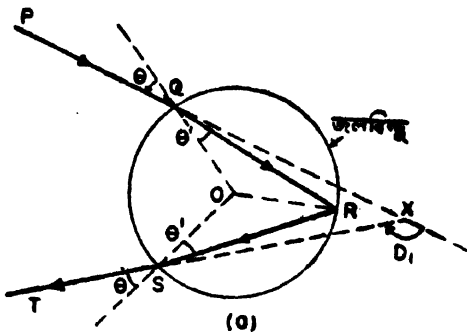



**Fig. 4.8 (*a*)** একবার অভ্যন্তরীণ প্রতিফলন
(*b*) দুবার অভ্যন্তরীণ প্রতিফলন

একবার অভ্যন্তরীণ প্রতিফলনের বেলায় Fig. 4.8(*a*)

$Q$ বিন্দুতে চ্যুতি $= \theta - \theta'$

$R$ বিন্দুতে চ্যুতি $= \pi - 2\theta'$

$S$ বিন্দুতে চ্যুতি $= \theta - \theta'$

সুতরাং মোট চ্যুতি $D_1 = 2(\theta - \theta') + (\pi - 2\theta')$ (4.16)

দুবার অভ্যন্তরীণ প্রতিফলনের জন্য মোট চ্যুতি

$$D_2 = (\theta - \theta') + (\pi - 2\theta') + (\pi - 2\theta') + (\theta - \theta')$$
$$= 2(\theta - \theta') + 2(\pi - 2\theta')$$

যদি $N$ সংখ্যকবার অভ্যন্তরীণ প্রতিফলন হয় তবে সেক্ষেত্রে মোট চ্যুতি

$$D_N = 2(\theta - \theta') + N(\pi - 2\theta') \tag{4.17}$$

এবার $D$ এর মান ন্যূনতম কিম্বা বৃহত্তম হতে পারে কিনা দেখা যাক। হলে, $\frac{d\,D_N}{d\theta} = 0$ হবে।

এখন $\frac{d\,D_N}{d\theta} = 2 - 2\,(N+1)\,\frac{d\theta'}{d\theta}$ (4.18)

কিন্তু $\sin\theta = n\sin\theta'$

সুতরাং $\cos\theta = n\cos\theta'\frac{d\theta'}{d\theta}$

অতএব $\frac{dD_N}{d\theta} = 2\left[1 - (N+1)\frac{\cos\theta}{n\cos\theta'}\right]$

যখন $\frac{dD_N}{d\theta} = 0$ তখন $\frac{\cos\theta}{\cos\theta'} = \frac{n}{N+1}$ (4.19)

এক্ষেত্রে $\frac{d^2D_N}{d\theta^2} = 2\,(N+1)\left[1 - \left(\frac{\cos\theta}{n\cos\theta'}\right)^2\right] > 0$

কেননা $n\cos\theta' > \cos\theta$

অর্থাৎ $\frac{dD_N}{d\theta}$ 0 তে $D_N$ ন্যূনতম হবে। এই রশ্মিটির ক্ষেত্রে

$$\cos^2\theta = \left(\frac{n}{N+1}\right)^2\cos^2\theta' = \left(\frac{1}{N+1}\right)^2(n^2 - \sin^2\theta)$$

$$\cos^2\theta\left[1 - \frac{1}{(N+1)^2}\right] = \frac{n^2-1}{(N+1)^2}$$

অথবা $\cos^2\theta = \frac{n^2-1}{(N+1)^2-1}$ (4.20)

$$\cos^2\theta = \frac{n^2-1}{3} \text{ যখন } N=1$$
$$= \frac{n^2-1}{8} \text{ যখন } N=2$$

লালরঙের ক্ষেত্রে জলের প্রতিসরাঙ্ক 1.331 এবং বেগ্‌নী রঙের ক্ষেত্রে 1.344 ;

| | লাল রঙের জন্য | বেগ্‌নী রঙের জন্য |
|---|---|---|
| যখন N = 1 | $\theta = 59°32'$ | $\theta = 58°44'$ |
| | $\theta' = 40°21'$ | $\theta' = 39°30'$ |
| | $D_1 = 137°40'$ | $D_1 = 139°28'$ |
| যখন N = 2 | $\theta = 71°54'$ | $\theta = 71°29'$ |
| | $\theta' = 45°34'$ | $\theta' = 44°52'$ |
| | $D_2 = 230°24'$ | $D_2 = 233°46'$ |

## প্রাথমিক রামধনুর সৃষ্টি

ধরা যাক যে একগুচ্ছ সমান্তরাল আলোকরশ্মি একটি জলবিন্দুর উপর পড়েছে (Fig. 4.9a)। এর মধ্যে $BA$ রশ্মিটি ব্যাস বরাবর। $BA$-এর উপরে যে সমস্ত রশ্মি আছে তারা $BA$ এর নীচ দিয়ে নির্গত হবে। এদের মধ্যে $PQRST$ রশ্মিটির ক্ষেত্রে চ্যুতি ন্যূনতম। রশ্মির রঙ লাল হলে চ্যুতি 137°40′। ন্যূনতম চ্যুতির এই রশ্মিটির কাছাকাছি সব রশ্মির জন্যই চ্যুতি একই হবে অর্থাৎ এই সব রশ্মি ন্যূনতম চ্যুতির রশ্মির সমান্তরাল পথে নির্গত হবে। সুতরাং ন্যূনতম চ্যুতির দিকে একগুচ্ছ সমান্তরাল রশ্মি নির্গত হবে। আপতিত রশ্মিগুচ্ছের অন্যান্য রশ্মির বেলায় নির্গম রশ্মিগুলি অপসারী হবে। $BA$ এর চারিদিকে $ST$ রশ্মিকে 42°20′ কোণে ঘুরিয়ে আন্‌লে যে শঙ্কু পাওয়া যাবে তার তলেই সমান্তরাল নির্গম রশ্মিগুচ্ছ থাকবে। শঙ্কুর ভিতরে থাকবে অপসারী রশ্মিগুচ্ছ। শঙ্কুর বাইরে একবার অভ্যন্তরীণ প্রতিফলনের পর নিগত কোন রশ্মি থাকবে না। যদি জলবিন্দুকে একটি বিন্দু বলে ধরা হয় তবে নির্গত রশ্মিগুচ্ছ Fig. 4.10 এর মত $O$ বিন্দু থেকে নির্গত হচ্ছে বলে মনে হবে। বেগ্‌নী রঙের ক্ষেত্রে $D_1 = 139°28'$ অর্থাৎ শঙ্কুর অর্ধকোণ হবে 40°32′। সুতরাং নিম্নতম চ্যুতিতে নির্গত বিভিন্ন বর্ণের রশ্মি এই দুই শঙ্কুর (42°20′ ও 40°32′ অর্ধকোণ) মধ্যে থাকবে। বেগনী রঙ থাকবে ভিতর দিকে এবং লাল রঙ বাইরের দিকে (Fig. 4.10)।

জলবিন্দু থেকে অনেক দূরে সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ সমান্তরালই থাকবে ফলে উজ্জ্বলতা বেশী হ্রাস পাবে না কিন্তু অপসারী রশ্মিগুচ্ছের বেলায় উজ্জ্বলতা এত হ্রাস পাবে যে অপসারী রশ্মি চোখে পড়লে তাতে আলোর

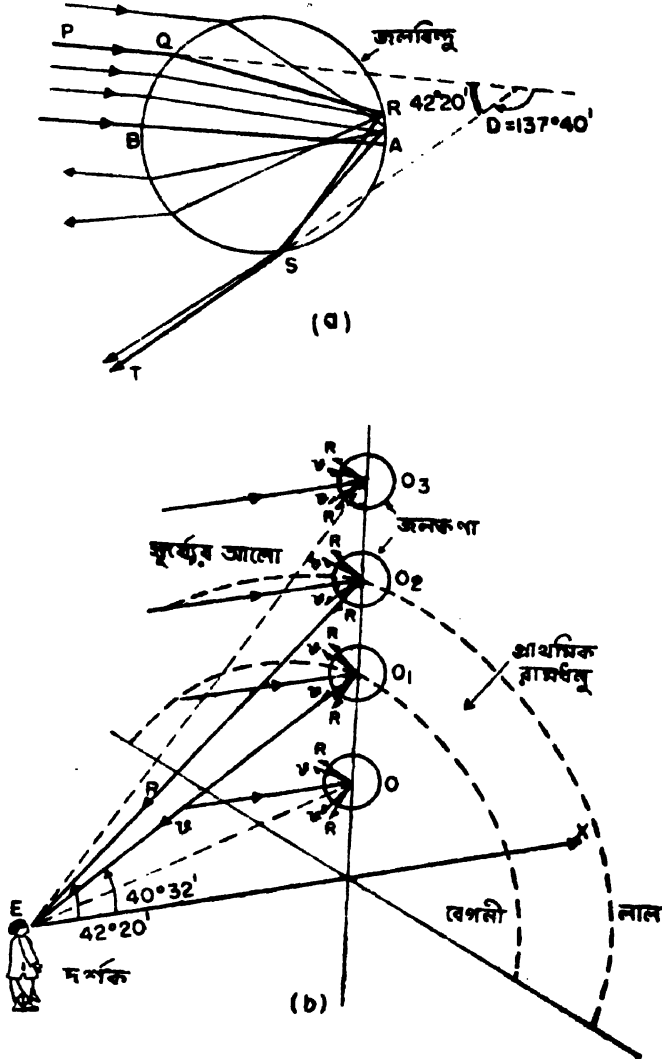



Fig. 4.9 প্রাথমিক রামধনুর সৃষ্টি

অনুভূতি হবে না। নিম্নতম চ্যুতিতে বিভিন্ন রঙের আলো বিভিন্ন কোণে সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ হয়ে জলবিন্দু থেকে নির্গত হচ্ছে। এদের মধ্যে যদি লাল রঙের সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ চোখে এসে পৌঁছায় তবে জলবিন্দুটিকে

লাল বলে মনে হবে। এভাবে যে জলবিন্দু থেকে যে রঙের সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ চোখে পড়বে সেই জলবিন্দুকে সেই রঙের বলে মনে হবে।

কিভাবে রামধনু হয় তা এবার দেখা যাক। আকাশে একদিকে বৃষ্টি

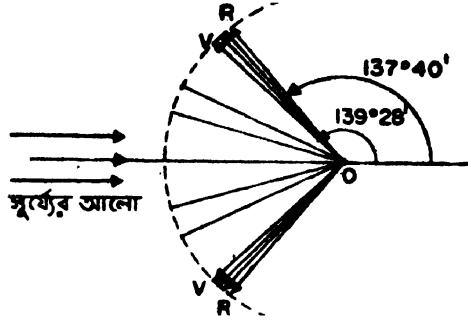



Fig. 4.10

পড়ছে। দর্শক বৃষ্টির দিকে মুখ করে দাঁড়িয়ে আছে। দর্শকের পিছন দিক থেকে সূর্যরশ্মি এসে বৃষ্টির কণার উপর পড়ছে (Fig. 4.9b)।

সূর্য থেকে দর্শকের চোখ বরাবর দিকটি $EX$, অর্থাৎ জলকণার উপর সূর্যরশ্মি এসে পড়ছে $EX$ এর সমান্তরাল পথে। $EX$-কে অক্ষ ধরে অর্ধ-কোণ 42°20′ নিয়ে একটা শঙ্কু কল্পনা করলে তার উপরের সমস্ত জলকণা থেকে বিচ্যুত হয়ে যে রশ্মি দর্শকের চোখে পৌঁছাবে তার বিচ্যুতি হবে 137°40′ অর্থাৎ লাল রঙের নিম্নতম চ্যুতিকোণ। এই জলকণাগুলিকে লাল দেখাবে। সুতরাং দর্শক একটা লাল রঙের বৃত্তচাপ দেখতে পাবে। ঠিক এভাবে, $EX$ অক্ষের সঙ্গে 40°32′ অর্ধকোণের আর একটি শঙ্কুর উপরের সমস্ত জলকণা থেকে বিচ্যুত হয়ে যে রশ্মি দর্শকের চোখে পড়বে তার চ্যুতি হবে 139°28′ যা বেগনী রঙের নিম্নতম চ্যুতিকোণ। দর্শক একটি বেগনী বৃত্তচাপ দেখতে পাবে। এই দুই শঙ্কুর মধ্যবর্তী জলকণাগুলি থেকে বিচ্যুত রশ্মির জন্য অন্যান্য আর সব বর্ণের বৃত্তীয় চাপ দেখতে পাওয়া যাবে। দর্শকের চোখে এভাবেই সৃষ্ট হয় প্রাথমিক রামধনু, যার বাইরের দিক লাল আর ভিতরের দিক বেগনী।

## গৌণ রামধনুর সৃষ্টি

জলকণার মধ্য দিয়ে আলো দুবার অভ্যন্তরীণ প্রতিফলনের পর নির্গত হয়ে দর্শকের চোখে পড়লে গৌণ রামধনুর সৃষ্টি হয় (Fig. 4.11*a*)। আপতিত

রশ্মির সঙ্গে নির্গত লাল রশ্মির কোণ = 50°24′ এবং নির্গত বেগ্নী রশ্মির কোণ = 53°46′ (Fig. 4.11*b*)। প্রাথমিক রামধনুর মত *E* বিন্দুকে শীর্ষবিন্দু

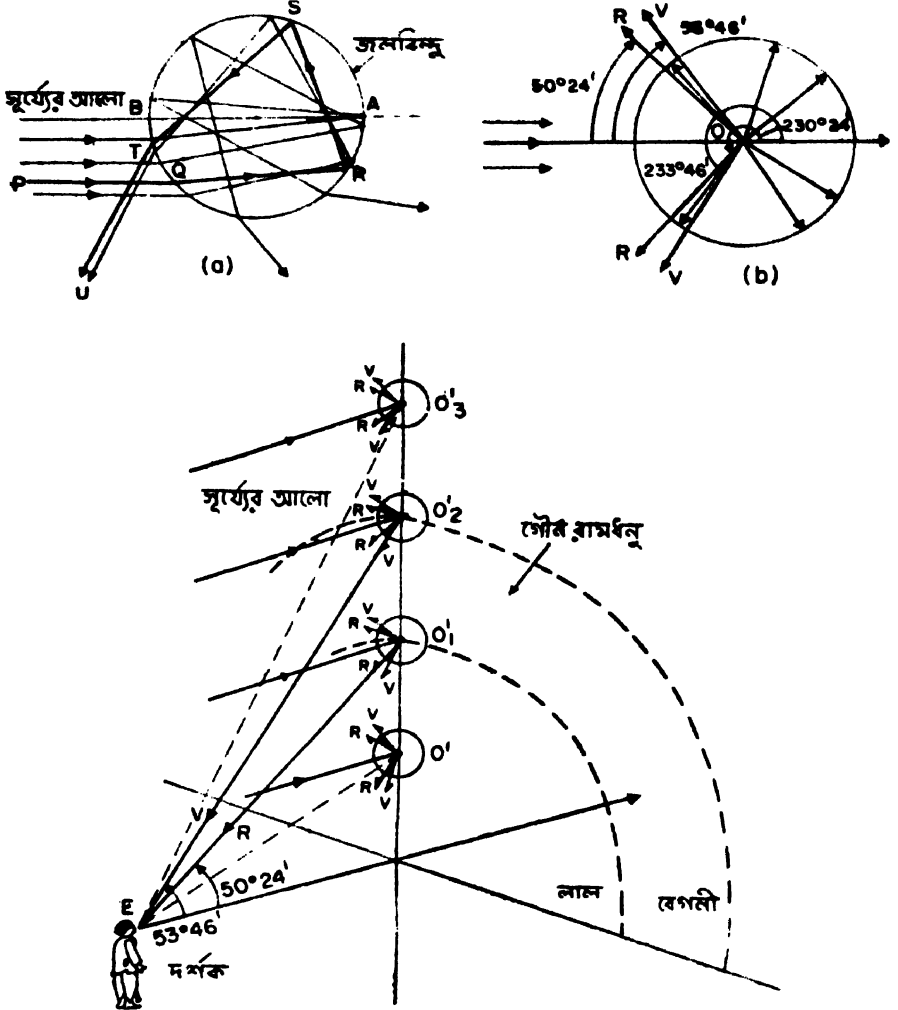



Fig. 4.11 গৌণ রামধনুর সৃষ্টি।

ও *EX* রেখাকে অক্ষ ধরে 50°24′ ও 53°46′ অর্ধকোণের দুই শঙ্কু কল্পনা করা যাক। এই দুই শঙ্কুর তলে অবস্থিত ও মধ্যবর্তী সমস্ত জলকণা থেকে দুবার প্রতিফলনের পর বিভিন্ন রঙের রশ্মি তাদের নিম্নতম চ্যুতিতে দর্শকের চোখে পৌঁছাবে। ভিতরের শঙ্কুর তলে অবস্থিত জলকণাগুলির রঙ মনে হবে লাল ও বাইরের শঙ্কুর তলে জলকণাগুলি মনে হবে বেগ্নী। দর্শকের

চোখে এভাবে যে রামধনু সৃষ্ট হবে তার ভিতরের দিক লাল ও বাইরের দিক বেগনী। অর্থাৎ প্রাথমিক ও গৌণ রামধনুতে বর্ণক্রম বিপরীত। দুবার প্রতিফলনের জন্য এই গৌণ রামধনু প্রাথমিক রামধনু থেকে অনেক অস্পষ্ট।

**প্রশ্ন :**

(1) বৃষ্টির সময় জলকণাগুলি ক্রমাগত নীচে পড়ছে। তা সত্ত্বেও দর্শকের কাছে রামধনু স্থির বলে মনে হয় কেন ?

(2) তিন, চার ও পাঁচবার অভ্যন্তরীণ প্রতিফলনের ক্ষেত্রে রামধনু দেখা যাবে কি ? যুক্তিসহকারে বোঝাও।

(3) "প্রত্যেক দর্শক তার নিজস্ব রামধনু দেখে" একথার তাৎপর্য কি ?

## পরিচ্ছেদ 5

# অপেরণ (Aberrations) বা প্রতিবিম্ব গঠনের ত্রুটি

### 1.5 বর্ণাপেরণ (chromatic aberrations)

যতক্ষণ প্রতিসম অপটিক্যাল তন্ত্রটি গাউসীয় সীমার মধ্যে কাজ করছে ততক্ষণ একবর্ণ (monochromatic) আলোর বেলায় প্রতিবিম্ব আদর্শ হবে। অপটিক্যাল তন্ত্রটি কেবলমাত্র প্রতিফলক তলের দ্বারা গঠিত হলে বহুবর্ণ আলোর ক্ষেত্রে প্রতিবিম্ব আদর্শ হবে। প্রতিসারক মাধ্যমে বহুবর্ণ আলোর বিচ্ছুরণ হয়। অর্থাৎ মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক বিভিন্ন বর্ণের আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে। সেজন্য অপটিক্যাল তন্ত্রে প্রতিসারক মাধ্যম থাকলে, তার গাউসীয় বা অন্যান্য গুণাবলী তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করবে অর্থাৎ বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যে বিভিন্ন হবে। এটাকে **বর্ণাপেরণ** (chromatic aberration) বলে। বর্ণাপেরণের ফলে লেন্সে একটি বিন্দু অভিবিম্বের একটিমাত্র বিন্দু প্রতিবিম্ব না হয়ে একসারি বিন্দু প্রতিবিম্ব হয়। এদের প্রত্যেকটি এক একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য।

#### 5.1.1 একক পাতলা লেন্সে বর্ণাপেরণ

একটা পাতলা লেন্স বায়ুতে অবস্থিত হলে তার ক্ষমতা

$$K = (n-1)(c_1 - c_2)$$

এখানে $c_1$ ও $c_2$ লেন্সের দুই তলের বক্রতা $n$ হল লেন্স মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক। যেহেতু $n$ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে সেজন্য $K$ ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করবে। ধরা যাক, তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda$ ও $\lambda + \delta\lambda$ এর জন্য প্রতিসরাঙ্ক যথাক্রমে $n$ ও $n + \delta n$ ও লেন্সের ক্ষমতা যথাক্রমে $K$ ও $K + \delta K$। তাহলে

$$\delta K = \delta n(c_1 - c_2) = \delta n \frac{K_m}{n_m - 1} \tag{5.1}$$

এখানে মধ্যবর্তী রশ্মি $\lambda_m$ এর ক্ষেত্রে $n_m$ মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক ও $K_m$ লেন্সের ক্ষমতা। § 4.13 থেকে $\lambda$ ও $\lambda+\delta\lambda$-র সাপেক্ষে মাধ্যমের বিচ্ছুরণ ক্ষমতা

$$\omega = \frac{\delta n}{n_m - 1}$$

অতএব $$\delta K = \omega K_m \tag{5.2}$$

(*a*) **অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ** (Longitudinal chromatic aberration)

বেগ্‌নী রঙের জন্য যে কোন স্বচ্ছ মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক লাল রঙের জন্য মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক থেকে বেশী।

অর্থাৎ $K$ violet > $K$ red

সুতরাং $F_v'$ কাছে হবে এবং $F_r'$ অপেক্ষাকৃত দূরে হবে (Fig. 5.1)। অক্ষের উপর অসীমে অবস্থিত কোন বিন্দু অভিবিম্ব থেকে সাদা আলো লেন্সে এসে পড়লে বেগনী রঙের প্রতিবিম্বটি হবে $F_v'$-এ, লাল রঙেরটি $F_r'$-এ। লাল ও বেগনীর মধ্যের অন্য রঙগুলির প্রতিবিম্ব হবে $F_r'$ ও $F_v'$ এর মধ্যে অক্ষের উপর অন্যান্য বিন্দুতে। যে কোন লেন্সতন্ত্রেই এরকমটি ঘটবে।

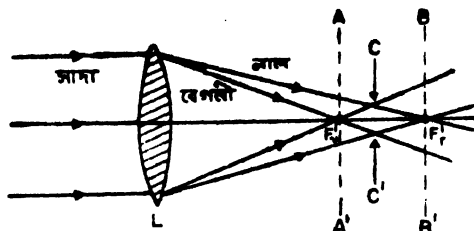



Fig. 5.1 $F_v'$ ও $F_r'$ যথাক্রমে বেগনী ও লাল রঙের জন্য ফোকাস বিন্দু।

অক্ষস্থ যে কোন বিন্দু অভিবিম্বের প্রতিবিম্বটি একটি বিন্দু না হয়ে বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে অক্ষের উপর বিভিন্ন বিন্দুতে হওয়াকে **অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ** বলে। অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণের জন্য প্রতিবিম্বটি কখনই একটি বিন্দু হবে না। $F_v'$-এ একটি পর্দা রাখলে যে গোল আলোকিত অংশ দেখা যাবে তার কেন্দ্র বেগ্‌নী আর বাইরের দিকটা লাল। $F_r'$-এ পর্দা ($BB'$) রাখলে যে গোল আলোকিত অংশ দেখা যাবে তার কেন্দ্রটি লাল আর বাইরের দিকে বেগ্‌নী। $F_v'$ ও $F_r'$ এর মাঝামাঝি কোন জায়গায় ($CC'$) আলোকিত

অংশটি সবচেয়ে ছোট হবে ; এটাকে বলা হয় **ন্যূনতম ভ্রান্তির বৃত্ত** (circle of least confusion)।

(*b*) **অনুলম্ব বর্ণাপেরণ** (transverse chromatic aberration)।

ধরা যাক অপটিক্যাল তন্ত্রে অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ নেই। অর্থাৎ অক্ষস্থ কোন বিন্দু $P$ এর বেলায় সব বর্ণের আলোর জন্যই প্রতিবিম্ব হয়েছে অক্ষের উপর একটিমাত্র বিন্দু $P'$-এ। তবে বিভিন্ন বর্ণের জন্য **অভিসারণ** কোণ (convergence angle) ভিন্ন, লালের জন্য $\theta_r'$ এবং বেগ্‌নীর জন্য $\theta_v'$ $(\theta_r' < \theta_v')$। $P_1$ অক্ষের বাইরে একটি বিন্দু। $PP_1 = y$। $P_1$ এর প্রতিবিম্ব $P_1'$এ হলে, $P'P_1' = y'$। লাগ্রাঞ্জের সূত্রানুসারে

$$n_r y\theta = n_r' y_r' \theta_r'$$

$$\text{এবং} \quad n_v y\theta = n_v' y_v' \theta_v'$$

$$\text{সুতরাং} \quad \frac{y_r'}{y} = \frac{n_r \theta}{n_r' \theta_r'} \quad \text{এবং} \quad \frac{y_v'}{y} = \frac{n_v \theta}{n_v' \theta_v'} \qquad (5.3)$$

$\left(\frac{n\theta}{n'\theta'}\right)$ অনুপাতটি লাল ও বেগনী রঙের জন্য সমান নয়। অতএব $y_r' \neq y_v'$ বা বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য বিবর্ধন বিভিন্ন। যদি লেন্সের দুদিকেই বায়ু থাকে তবে $n_r = n_r'$, $n_v = n_v'$ এবং $\theta_r' < \theta_v'$। সুতরাং

$$\frac{y_r'}{y} > \frac{y_v'}{y}$$

অর্থাৎ বেগনী রঙের থেকে লাল রঙের বিবর্ধন বেশী (Fig. 5.2)।

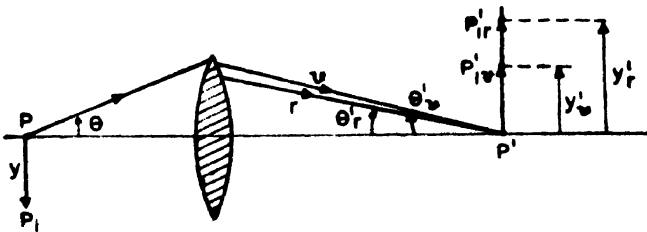



Fig. 5.2

আলোক অক্ষের লম্বের দিকে বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য বিভিন্ন দূরত্বে (অর্থাৎ বিভিন্ন বিবর্ধনের) প্রতিবিম্ব হওয়াকে **অনুলম্ব বর্ণাপেরণ** বলে। একটি অপটিক্যাল তন্ত্রে অনুলম্ব ও অনুদৈর্ঘ্য এ দু ধরনের বর্ণাপেরণই থাকতে পারে।

গাউসীয় সীমার মধ্যে বর্ণাপেরণই একমাত্র অপেরণ। গাউসীয় সীমার বাইরে বর্ণাপেরণের সঙ্গে অন্য অপেরণও থাকবে। সেখানেও বর্ণাপেরণের পরিমাণ সাধারণতঃ অন্য অপেরণগুলির তুলনীয়। কাজেই কোন ক্ষেত্রেই বর্ণাপেরণের বিষয়টি উপেক্ষা করা চলে না।

বর্ণাপেরণের পরিমাণ সাধারণতঃ যে দুটি নির্দিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সাপেক্ষে বলা হয় তারা হল $C$ ও $F$ বর্ণদ্বয়। মধ্যবর্তী তরঙ্গদৈর্ঘ্য হিসাবে নেওয়া হয় $D$ বর্ণকে। বিচ্ছুরণের ক্ষমতাও সাধারণতঃ এই সব বর্ণের সাপেক্ষেই দেওয়া হয়।

(i) **সমান্তরাল রশ্মির ক্ষেত্রে,** অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ $C$ ও $F$ বর্ণের সাপেক্ষে লেন্সের ক্ষমতার অন্তর $\delta K$ বা ফোকাসদৈর্ঘ্যের অন্তর $F_C' - F_F'$ এই দুভাবেই মাপা যেতে পারে। $K = \frac{1}{F'}$ অতএব

$$\delta K = K_F - K_C = \frac{F_C' - F_F'}{F_C' F_F'} = \frac{F_C' - F_F'}{(F'_D)^2} = \omega K_D = \frac{\omega}{F_D'}$$

এবং $F_C' - F_F' = \omega F_D' = (\delta K)(F_D')^2$ (5.4)

(ii) **অভিসারী রশ্মিগুচ্ছের ক্ষেত্রে,** প্রতিবিম্বের দূরত্বের অন্তর $(v_C - v_F)$ অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণের পরিমাপ হবে। এক্ষেত্রে অভিবিম্ব দূরত্ব $u$ হলে,

$$\frac{1}{v_C} - \frac{1}{u} = \frac{1}{F_C'}$$

$$\frac{1}{v_F} - \frac{1}{u} = \frac{1}{F_F'}$$

সুতরাং, $\frac{1}{v_F} - \frac{1}{v_C} = \frac{v_C - v_F}{v_C v_F} = \frac{F_C' - F_F'}{F_C' F_F'}$

$F_C' F_F' \simeq F_D'^2$ এবং $v_C v_F \simeq v_D^2$ ধরা যায়।

অতএব $v_C - v_F = \frac{F_C' - F_F'}{F_D'^2} v_D^2 = (\delta K) v_D^2 = \frac{\omega}{F_D'} v_D^2$ (5.5)

কোন মাধ্যমের ক্ষেত্রেই $\omega$ শূন্য হয় না। অতএব কোন একক লেন্সই অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণমুক্ত প্রতিবিম্ব গঠন করতে পারে না।

### 5.1.2 অবার্ণ লেন্স ও লেন্স সমবায় (achromatic lens or lens combination)

একক লেন্সে অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ দূর করা যাবে না। দেখা যাক লেন্স সমবায়ে এটা সম্ভব কি না।

**(a) সংলগ্ন লেন্স সমবায়ে অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ :—**

ধরা যাক দুটি পাতলা লেন্সের ক্ষমতা যথাক্রমে $K_1$ ও $K_2$। তাদের সংলগ্ন সমবায়ের ক্ষমতা

$$K = K_1 + K_2 \tag{5.6}$$

সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ বা অভিসারী রশ্মিগুচ্ছের ক্ষেত্রে অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ **না থাকবার সর্ত হল,** $\delta K = 0$

অর্থাৎ $\delta K_1 + \delta K_2 = 0$

অতএব, $$\omega_1 K_1 + \omega_2 K_2 = 0 \tag{5.7}$$

বহুভাবেই এটা হতে পারে। যেহেতু $\omega_1$ ও $\omega_2$ সব মাধ্যমের বেলাতেই ধনাত্মক, সেজন্য $F_1'$ ও $F_2'$ এর মধ্যে একটি ধনাত্মক হলে অপরটিকে ঋণাত্মক হতে হবে। অর্থাৎ দুটি লেন্সের মধ্যে একটি অভিসারী ও অপরটি অপসারী।

**Table 5.1**

| কাঁচ | $n_D$ | $n_F$ | $n_C$ | $n_F - n_C$ | $\omega \times 10^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ক্রাউন (চশমার) | 1.5230 | 1.5293 | 1.5204 | 0.0089 | 1.702 |
| হাল্কা ফ্লিন্ট | 1.5760 | 1.5861 | 1.5721 | 0.0140 | 2.431 |
| ঘন ফ্লিন্ট | 1.6170 | 1.6290 | 1.6122 | 0.0168 | 2.723 |

**উদাহরণ :** একটি বর্ণাপেরণমুক্ত সংলগ্ন লেন্স সমবায় তৈরী করতে হবে যার ক্ষমতা $+5D$। সাধারণ তলের বক্রতা $c_2 = 0.05$। লেন্স দুটি কি ধরণের ?

লেন্স দুটির ক্ষেত্রে

$$K_1 + K_2 = K$$

এবং $$\omega_1 K_1 + \omega_2 K_2 = 0$$

সুতরাং $$K_1 = -\frac{K}{\omega_1 - \omega_2}\omega_2 \text{ এবং } K_2 = \frac{K}{\omega_1 - \omega_2}\omega_1$$

$$K_1 = (n_1 - 1)(c_1 - c_2) \quad \text{অর্থাৎ } c_1 = c_2 + \frac{K_1}{n_1 - 1}$$

$$\text{এবং } K_2 = (n_2 - 1)(c_2 - c_3) \qquad c_3 = c_2 - \frac{K_2}{n_2 - 1}$$

Table 5.1 এ যে তিনটি কাঁচের বর্ণনা দেওয়া হয়েছে তাদের সাহায্যে যে সমস্ত লেন্স সমবায় (সংলগ্ন) হতে পারে তাদের বর্ণনা Table 5.2 তে দেওয়া হল।

**Table 5.2**

| সমবায় | 1নং লেন্স | 2নং লেন্স | $K_1(D)$ | $K_2(D)$ | $K = K_1 + K_2$ | $c_1$ $cm^{-1}$ | $c_2$ $cm^{-1}$ | $c_3$ $cm^{-1}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *A* | ক্রাউন | হাল্কা ফ্লিন্ট | +16.68 | −11.68 | +5.0 | .3687 | .05 | .2528 |
| *B* | হাল্কা ফ্লিন্ট | ঘন ফ্লিন্ট | +46.63 | −41.63 | +5.0 | .8598 | .05 | .7244 |
| *C* | ক্রাউন | ঘন ফ্লিন্ট | +13.33 | −8.33 | +5.0 | .3051 | .05 | .1851 |

A, B, C এই তিনটি সমবায়ের ক্ষেত্রেই লেন্সের আকার Fig. 5.3(*a*) এর মত। সাধারণ তলের বক্রতা $c_2 = -0.10$ নেওয়া হলে সমবায়গুলির চেহারা Fig. 5.3(*b*) এর মত হত। ক্রাউন ও ঘন ফ্লিন্টের ক্ষেত্রে $c_1 = +0.1551$ এবং $c_3 = +0.0351$ হত।

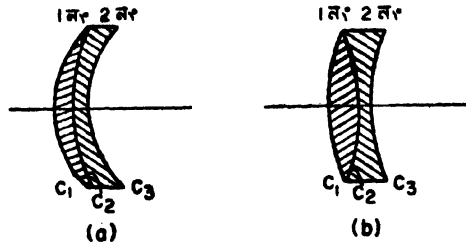



Fig. 5.3

এই উদাহরণটি থেকে দেখা যাচ্ছে যে যদি লেন্স দুটির প্রত্যেকটির ক্ষমতা কম হতে হয় তবে এমন দুটি মাধ্যম নিতে হবে যাদের বিচ্ছুরণ ক্ষমতার মধ্যে পার্থক্য বেশী। সাধারণ তলের বক্রতা ঠিকমত নিয়ে অপর দুটি তলের বক্রতা কমানো যায়। একটি লেন্স উভ-উত্তল ও অপরটি উভ-অবতল নেওয়াই সাধারণতঃ সুবিধাজনক। লেন্স ঘষামাজার কাজটি সহজ ও কম ব্যয়সাপেক্ষ

করবার জন্য অভিসারী লেন্সটিকে সম-উত্তল (bi-convex) নেওয়া হয়। এ রকম সমবায়কে অবার্ণযুগ্ম (achromatic doublet) বলা হয়। লেন্স দুটিকে একসঙ্গে লাগানো হয় কানাডা বালসাম্ (Canada Balsam) বা অন্য কোন স্বচ্ছ প্লাস্টিকের জোড়ার মশলা দিয়ে।

**(b) ব্যবধানে অবস্থিত লেন্স সমবায়ে বর্ণাপেরণ দূর করার সম্ভাব্যতা :—**

$K_1$ ও $K_2$ ক্ষমতার দুটি পাতলা লেন্সের সমবায়ে লেন্স দুটির মধ্যে দূরত্ব $d$। এই সমবায়ের ক্ষমতা

$$K = K_1 + K_2 - dK_1K_2$$

$$\delta K = \delta K_1 + \delta K_2 - d(K_1\delta K_2 + K_2\delta K_1)$$

$$= \delta K_1(1 - K_2 d) + \delta K_2(1 - K_1 d) \qquad (5.8)$$

বর্ণাপেরণ না থাকবার একটি সর্ত হল $\delta K = 0$ ; $\delta K = 0$ হলে ফোকাস দৈর্ঘ্য মোটামুটি সমান (C ও F বর্ণের জন্য একেবারে সমান)। এক্ষেত্রে অভিবিম্ব ও প্রতিবিম্বের অনুবন্ধী সম্বন্ধটি হচ্ছে $\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = K$। $u$ ও $v$ মাপতে হবে যথাক্রমে প্রথম ও দ্বিতীয় মুখ্য তল থেকে। প্রথম মুখ্য তল প্রথম লেন্স থেকে $\delta_1 = + \frac{K_2}{nK}$ দূরে এবং দ্বিতীয় মুখ্য তল দ্বিতীয় লেন্স থেকে $\delta_2 = - \frac{K_1}{nK}$ দূরে অবস্থিত। দেখা যাচ্ছে যে $K_1$ ও $K_2$ র মান যদি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সঙ্গে বদলায় অর্থাৎ যদি $\delta K_1$ ও $\delta K_2$ শূন্য না হয় তবে $\delta K = 0$ হলেও বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে মুখ্যতলের অবস্থান পাল্টাবে এবং বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের প্রতিবিম্ব বিভিন্ন জায়গায় হবে। সুতরাং বর্ণাপেরণ না থাকবার আর একটি সর্ত হল

$$\delta(\delta_1) = 0 \quad \text{এবং} \quad \delta(\delta_2) = 0 \qquad (5.9)$$

অর্থাৎ $\frac{\delta K_1}{nK} = 0$ ও $\frac{\delta K_2}{nK} = 0$ কেননা $\delta K = 0$

কাজেই $\delta K_1 = 0, \quad \delta K_2 = 0 \qquad (5.10)$

সুতরাং দুটি লেন্সের সমবায় তখনই বর্ণাপেরণমুক্ত হবে যখন তারা প্রত্যেকেই অবার্ণ (achromatic)। এক্ষেত্রে অভিবিম্বের যে কোন দূরত্বেই প্রতিবিম্ব বর্ণাপেরণমুক্ত হবে।

**সমান্তরাল রশ্মির ক্ষেত্রে,** যদি লেন্স দুটি অবার্ণ নাও হয় তবু শুধু $\delta K = 0$ হলেই অনুলম্ব বর্ণাপেরণ থাকবে না। এর কারণ হল $\delta K = 0$ হওয়াতে বিভিন্ন বর্ণের জন্য দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস দৈর্ঘ্য সমান হবে এবং বিভিন্ন বর্ণের মুখ্য তল দ্বিতীয় লেন্স থেকে বিভিন্ন দূরত্বে হলেও আপতিত রশ্মির অনুবন্ধী বিভিন্ন বর্ণের নির্গম রশ্মিগুলি পরস্পর সমান্তরাল হবে। অর্থাৎ $\theta_C' = \theta_F' = \theta'$। কাজেই $\frac{y_C'}{y} = \frac{y_F'}{y}$ (Fig. 5.4)।

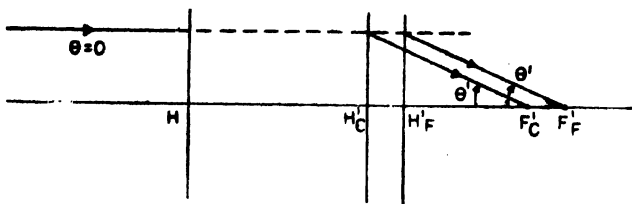



Fig. 5.4

অনুলম্ব বর্ণাপেরণ না থাকলেও অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ থাকবে। **পর্দায় ফেললে,** এই বর্ণাপেরণ দেখা যাবে। যেহেতু বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের নির্গত রশ্মি সমান্তরাল অতএব চোখ দিয়ে দেখলে এই সমস্ত সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ একটি বিন্দুতেই মিলিত হবে অর্থাৎ **চোখের সাপেক্ষে এরকম সমবায় সম্পূর্ণরূপে অবার্ণ।**

$$\delta K = 0 = \omega_1 K_1 + \omega_2 K_2 - d(\omega_1 + \omega_2) K_1 K_2$$

যদি **লেন্স দুটির মাধ্যম একই হয়** অর্থাৎ $\omega_1 = \omega_2$, তবে

$$K_1 + K_2 - 2d\, K_1 K_2 = 0$$

অর্থাৎ
$$d = \frac{K_1 + K_2}{2K_1 K_2} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right] = \frac{F_1' + F_2}{2} \qquad (5.11)$$

দুটি লেন্সের মধ্যে দূরত্ব, লেন্স দুটির ফোকাস দৈর্ঘ্যের গড়ের সমান হলে সমবায়টি বর্ণাপেরণমুক্ত হবে। বর্ণাপেরণ মুক্তির সর্তে (5.11) বিচ্ছুরণ ক্ষমতা অনুপস্থিত থাকায় এই সমবায়ে কোন বর্ণের বেলাতেই অনুলম্ব বর্ণাপেরণ থাকবে না। এই সমবায়ের মধ্য দিয়ে দেখলে প্রতিবিম্ব পুরোপুরি বর্ণাপেরণমুক্ত হবে। $d$ ধনাত্মক ; অতএব হয় দুটি লেন্সকেই উত্তল হতে হবে নতুবা যে লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য বেশী সেটাকে উত্তল হতে হবে। বিভিন্ন যৌগিক-অভিনেত্রে (compound eye pieces) (5.11) সর্তটি মোটামুটি মেনে চলা হয়।

### 5.1.3 গৌণ বর্ণালী (secondary spectrum) ও অতি-অবার্ণ সমবায় (apochromats)

বর্ণাপেরণমুক্তির সর্ত অনুসারে কোন অবার্ণ যুগ্ম কেবলমাত্র দুটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্যই (সাধারণতঃ C ও F) বর্ণাপেরণমুক্ত। ফোকাস দৈর্ঘ্য কেবলমাত্র এই দুই তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্যই সমান। অন্য তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য যে সমান হবে তার কোন কথা নেই। বস্তুতঃ অন্য তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে ফোকাসদৈর্ঘ্য অল্প কম বেশী হতে পারে। কতটুকু কমবেশী হবে তা সহজেই নির্ণয় করা যায়। তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda$ থেকে $\lambda'$ এ তে গেলে ক্ষমতার পরিবর্তন

$$\delta K_{\lambda',\lambda} = K_{\lambda'} - K_{\lambda} = (K_{1\lambda'} - K_{1\lambda}) + (K_{2\lambda'} - K_{2\lambda})$$

$$= \frac{n_{1\lambda'} - n_{1\lambda}}{n_{1D} - 1} K_{1D} + \frac{n_{2\lambda'} - n_{2\lambda}}{n_{2D} - 1} K_{2D}$$

$\dfrac{n_{\lambda'} - n_{\lambda}}{n_D - 1} = \omega_D$ কে $\lambda'$ ও $\lambda$ এর সাপেক্ষে আংশিক বিচ্ছুরণ ক্ষমতা (partial dispersive power) বলা হয়। অতএব

$$\delta K_{\lambda',\lambda} = \omega_{P1} K_1 + \omega_{P2} K_2 \qquad (5.12)$$

ক্রাউন ও ফ্লিন্ট কাঁচের একটি অবার্ণ যুগ্মের ক্ষমতা ধরা যাক 1 ডায়াপ্টর। $C$ ও $F$ বর্ণের জন্য যুগ্ম লেন্সটিকে অবার্ণ করা হলে $K_1 = 2.70D$ এবং $K_2 = -1.70D$।

**Table 5.3**

| কাঁচ | প্রতিসরাঙ্ক | $\omega \times 10^2$ | আংশিক বিচ্ছুরণ ক্ষমতা $\omega_P \times 10^5$ $C-A$ | $D-C$ | $C-D$ | $F-e$ | $G-F$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ক্রাউন $B$ 2158 | 1.521 | 1.727 | 311 | 265 | 223 | 412 | 510 |
| ফ্লিন্ট $C$ 1736 | 1.617 | 2.739 | 534 | 486 | 412 | 793 | 1031 |

এক্ষেত্রে বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য ক্ষমতা নির্ণয় করলে দেখা যাবে যে $C$ ও $F$ এর মধ্যে কোন তরঙ্গদৈর্ঘ্যে ($D$ এর কাছাকাছি) ক্ষমতা সবচেয়ে বেশী

(Fig. 5.5) বা ফোকাস দৈর্ঘ্য সবচেয়ে কম। উপরোক্ত লেন্সের ক্ষেত্রে $\Delta = K_m - K_c = 0.05 \times 10^{-2} D$। অর্থাৎ $C$ থেকে $\lambda_m$-এ যেতে ক্ষমতা বাড়ে শতকরা 0.05। বিভিন্ন কাঁচের অবার্ণ সমবায়ের ক্ষেত্রে দেখা যায় সবচেয়ে কম ফোকাস দৈর্ঘ্য ও $C$ বা $F$ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ফোকাসদৈর্ঘ্যের মধ্যে পার্থক্য ফোকাস-

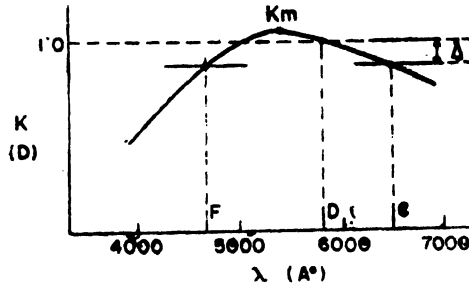



Fig. 5.5

| λ (A°) | δK × 10⁴D |
|---|---|
| A 7680 | −18 |
| C 6560 | −3 |
| D 5893 | 0 |
| E 5460 | +2 |
| F 4860 | −3 |
| G 43 0 | −22 |

দৈর্ঘ্যের প্রায় 1/2000 গুণ। একটি একক লেন্সের ক্ষেত্রে এ পার্থক্যটা অনেক বেশী, প্রায় ফোকাস দৈর্ঘ্যের 1/50 এর মত। কাজেই অবার্ণ যুগ্মে বর্ণাপেরণ কমলেও পুরোপুরি দূর হয় না। এই অবশিষ্ট বর্ণালীকে গৌণ বর্ণালী বলে।

$$\delta K_{\lambda'\lambda} = 0 \text{ হতে হলে}$$

$$\omega_{p_1} K_1 + \omega_{p_2} K_2 = 0$$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{\omega_{p_1}}{\omega_{p_2}} = -\frac{K_2}{K_1} = \text{ধ্রুবক হতে হবে।}$$

আমাদের পরিচিত সাধারণ কাঁচগুলির মধ্যে কোন দুটির ক্ষেত্রেই এ সর্তটা সঠিকভাবে খাটে না। সুতরাং এদের দিয়ে তৈরী অবার্ণ যুগ্মে গৌণ-বর্ণালী কিছু থেকেই যায়। হাল্কা ফ্লিন্ট কাঁচ ও খনিজ ফ্লোরাইট (কেলাসিত $CaF_2$)

এর বেলায় এই সর্তটা মোটামুটি সত্য। এ দুটি মাধ্যমের অবার্ণ যুগ্মে গৌণ-বর্ণালী নগণ্য। এই সঙ্গে যদি দুটি লেন্সের তলগুলির বক্রতা ঠিকমত নিয়ে গোলাপেরণও (spherical aberration) দূর করা হয় তবে সেরকম সমবায়কে **অতি-অবার্ণ লেন্স** (apochromats) বলে।

### 5.1.4 বর্ণাপেরণ নির্ণয় করার একটি বিকল্প পদ্ধতি

অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণকে তরঙ্গফ্রন্টের অপেরণ (wavefront aberration) হিসাবেও দেখা যেতে পারে। অক্ষের উপর কোন বিন্দু অভিবিম্ব $P$ এর জন্য $C$ ও $F$ বর্ণের প্রতিবিম্ব অক্ষের উপর $P_C'$ ও $P_F'$ বিন্দুদ্বয়। অপটিক্যাল তন্ত্রের নির্গম নেত্রে (exit pupil) এই দুই বর্ণের জন্য, অক্ষের উপর একই বিন্দু $O$ তে তরঙ্গফ্রন্ট দুটি হল $S_C$ ও $S_F$ (Fig. 5.6a)। তরঙ্গফ্রন্টের প্রান্তে (margin) তরঙ্গফ্রন্ট দুটির মধ্যে আলোকপথ $[AB]$। এই আলোকপথ $[AB]$ শূন্য হলে তরঙ্গফ্রন্ট দুটি সমাপতিত হবে এবং বর্ণাপেরণ থাকবে না। সুতরাং কতটুকু বর্ণাপেরণ হয়েছে তা $[AB]$ দিয়েও প্রকাশ করা যায়।

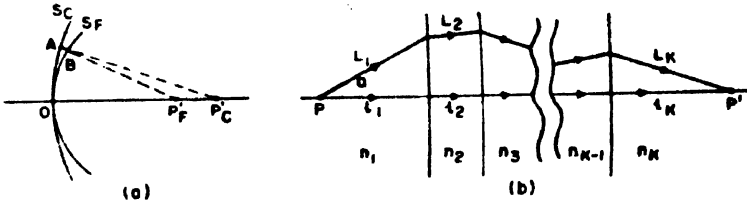



Fig. 5.6

তরঙ্গফ্রন্টের অপেরণ খুব সাধারণ উপায়ে নির্ণয় করা যায়। ধরা যাক, অপটিক্যাল তন্ত্রটিতে অভিবিম্ব $P$ থেকে একটি **বাস্তব রশ্মি** (real ray) $a$, $L_1, L_2 \cdots\cdots L_k$ পথে প্রতিবিম্ব $P'$ এ গিয়েছে। এই রশ্মিটির ক্ষেত্রে তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda$ এবং বিভিন্ন মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক $n_1, n_2, \cdots \cdot n_k$ (Fig. 5.6b)।

$$a \text{ রশ্মি বরাবর } P \text{ থেকে } P' \text{ পর্যন্ত আলোক পথ} = \Sigma n_i L_i$$

$$\text{অক্ষ বরাবর } P \text{ থেকে } P' \text{ পর্যন্ত আলোক পথ} = \Sigma n_i l_i$$

$a$ রশ্মিটি একটি প্রান্ত-রশ্মি হলে, আলোক পথের অন্তর $W = \Sigma n_i (l_i - L_i)$। $\lambda$ থেকে বদলে তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda + \delta\lambda$ করা হলে সঙ্গে সঙ্গে প্রতিসরাঙ্কও

পাল্টে যাবে। $\lambda+\delta\lambda$ এর ক্ষেত্রে ঐ দুই পথে আলোকপথের অন্তর হবে $W+\delta W$ যেখানে

$$\delta W=\Sigma\delta n_i\ (l_i-L_i)-\Sigma n_i(\delta L_i)$$

এখানে $\Sigma n_i(\delta L_i)$ কার্যতঃ তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda$ এর জন্য সন্নিহিত একটি পথের সঙ্গে $a$ পথের আলোকপথের অন্তর। ফার্মাটের নীতি অনুসারে

$$\Sigma n_i\delta L_i=0$$

কাজেই $\delta W=\Sigma\delta n_i(l_i-L_i)$ (5.13)

যে কোন আলোকপথের জন্যই (5.13) থেকে $\delta W$ নির্ণয় করা সম্ভব। কার্যতঃ গণনাটা আরোও সহজ হয়ে দাড়ায় কেননা বায়ুর ক্ষেত্রে বিচ্ছুরণ নগণ্য এবং সেজন্য $a$ এর যে সমস্ত অংশ বায়ুতে সেই অংশের $\delta W_i=\delta n_i(l_i-L_i)=0$। সুতরাং যে সমস্ত অংশ বায়ু ব্যতীত অন্য মাধ্যমের মধ্য দিয়ে গিয়েছে $\delta W_i$ কেবল সেই অংশগুলির জন্যই নির্ণয় করতে হবে। উদাহরণস্বরূপ

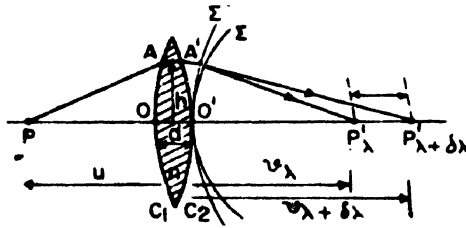



Fig. 5.7

বায়ুতে অবস্থিত একটা পাতলা লেন্সের বর্ণাপেরণ এই পদ্ধতিতে গণনা করা যাক।

ধরা যাক $a$ রশ্মিটি লেন্সের মধ্য দিয়ে অক্ষ থেকে $h$ উচ্চতা দিয়ে গিয়েছে। $h$ উচ্চতায় লেন্সের বেধ $=AA'=d-\frac{1}{2}h^2(c_1-c_2)$

অক্ষে লেন্সের বেধ $=OO'=d$

$$\begin{aligned}\text{অতএব } \delta W&=\delta n[d-\{d-\tfrac{1}{2}h^2(c_1-c_2)\}]\\&=\tfrac{1}{2}h^2(c_1-c_2)\delta n\\&=\tfrac{1}{2}h^2(n-1)(c_1-c_2)\frac{\delta n}{n-1}\\&=\tfrac{1}{2}h^2\omega K\end{aligned}$$

$\lambda$ ও $\lambda+\delta\lambda$ এর নির্গত তরঙ্গফ্রন্টদ্বয়ের বক্রতা যথাক্রমে $\frac{1}{v_\lambda}$ ও $v_{\lambda+\delta\lambda}$

অতএব $\delta W = \frac{h^2}{2v_{\lambda+\delta\lambda}} - \frac{h^2}{2v_\lambda} = \frac{h^2}{2}\left[\frac{1}{v_{\lambda+\delta\lambda}} - \frac{1}{v_\lambda}\right]$

কিন্তু $\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = K$ সুতরাং $\frac{1}{v_{\lambda+\delta\lambda}} - \frac{1}{v_\lambda} = \delta K$

অতএব $\delta W = \frac{h^2}{2}\delta K = \frac{1}{2} h^2 \omega K$

অর্থাৎ $\delta K = \omega K$ [ সমীকরণ (5.2) দ্রষ্টব্য । ]

## 5.2 একবর্ণাপেরণ (monochromatic aberrations)।

5.2.1 1858 খৃষ্টাব্দে ক্লার্ক ম্যাক্সওয়েল আদর্শ অপটিক্যাল তন্ত্রের যে সংজ্ঞা নির্ধারণ করেছিলেন সেটা যথেষ্ট ব্যাপক। আদর্শ অপটিক্যাল তন্ত্রকে তিনটি সর্ত পূরণ করতে হবে।

**প্রথম সর্ত :** অভিবিম্বের কোন বিন্দু থেকে আগত সব রশ্মিই অপটি-ক্যাল তন্ত্রের ভিতর দিয়ে যাবার পর প্রতিবিম্বের একটি একক বিন্দুর মধ্য দিয়ে যাবে।

**দ্বিতীয় সর্ত :** অপটিক্যাল তন্ত্রের আলোক অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত যে কোন সমতলের প্রতিটি অংশের প্রতিবিম্বও অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত একটি সমতলের কোন অংশ হবে।

**তৃতীয় সর্ত :** অভিবিম্ব ও প্রতিবিম্ব সদৃশ (similar) হবে।

যখন উন্মেষ ও দৃষ্টির ক্ষেত্র এ দুটিই সীমিত অর্থাৎ অপটিক্যাল তন্ত্রের মধ্য দিয়ে যে সব রশ্মি যাচ্ছে তারা উপাক্ষীয় তখন এই তিনটি সর্তই পূর্ণ হয়। সুতরাং গাউসীয় প্রয়োগ সীমার মধ্যে অভিবিম্বের সব অবস্থানেই একবর্ণ আলোর জন্য প্রতিবিম্ব আদর্শ ও ত্রুটিমুক্ত। এটা হল জ্যামিতীয় আলোক বিজ্ঞানের সিদ্ধান্ত। উন্মেষ ছোট হলেই এই সিদ্ধান্ত সঠিক। কিন্তু উন্মেষ ছোট হলে দুরকমের অসুবিধা দেখা দেবে। প্রথমতঃ অপবর্তনের প্রভাব উল্লেখযোগ্য হয়ে উঠবে, বিন্দুর প্রতিবিম্ব আর বিন্দু থাকবে না। দ্বিতীয়তঃ উন্মেষ ছোট হলে প্রতিবিম্বে আলো কমে যাবে, ঔজ্জ্বল্যের তারতম্য (contrast) হ্রাস পাবে এবং প্রতিবিম্বটি নিকৃষ্ট ধরণের হয়ে পড়বে। বেশীভাগ ক্ষেত্রেই এরকম নিকৃষ্ট প্রতিবিম্বে কাজ চলে না। কাজেই কার্যতঃ উন্মেষ না বাড়ালে চলে না। উন্মেষ বাড়ালে গাউসীয় আসন্নয়নের সিদ্ধান্তগুলি আর খাটে না। প্রতিবিম্বে নানারকম ত্রুটি এসে পড়ে। আলো একবর্ণ হলেও যেহেতু এসব ত্রুটি হচ্ছে

পারে সেজন্য এদের **একবর্ণাপেরণ** (monochromatic aberration) বলে।

অপটিক্যাল তন্ত্রে কি ধরণের ত্রুটি হতে পারে খুব সহজ পরীক্ষাতেই তা দেখানো যায়। কলেজ পরীক্ষাগারে যে ধরনের অভিসারী লেন্স ব্যবহার করা হয়ে থাকে সেরকম একটা লেন্স (উন্মেষ 6 cm এর মত) নেওয়া হল। একটি বিন্দুপ্রভব লেন্স অক্ষের উপর রাখা হল। প্রতিবিম্ব ফেলা হল অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত একটি পর্দার উপরে। পর্দাটিকে আগে পিছে সরিয়ে বিন্দু অভিবিম্বের বিন্দু প্রতিবিম্ব পাবার চেষ্টা করলে দেখা যাবে পর্দার কোন অবস্থাতেই প্রতিবিম্ব একটি বিন্দু না হয়ে একটি গোল থালি হচ্ছে। পর্দার একটি বিশেষ অবস্থানে এই থালির ব্যাস সবচেয়ে ছোট, কিন্তু কোন অবস্থাতেই বিন্দু নয়। এই দোষটিকে বলে **গোলাপেরণ** (spherical aberration)।

এখন লেন্সটিকে যদি একটু কাত্ করা যায় তবে বিন্দুপ্রভবটি আর অক্ষের উপর থাকবে না। লেন্সের উপর আলো তির্যক ভাবে পড়বে। এখন লেন্সের পুরো উন্মেষ কাজে না লাগিয়ে যদি বিন্দুপ্রভবের সামনে একটা ছোট ছিদ্রযুক্ত পর্দা (মধ্যচ্ছদা) রেখে আলোকরশ্মিগুচ্ছকে সীমিত করা যায় তাহলে দেখা যাবে এই তির্যক রশ্মিগুচ্ছের বেলাতেও বিন্দু প্রতিবিম্ব পাওয়া যাবে না। লেন্সের খুব কাছ থেকে পর্দা ক্রমশঃ দূরে সরালে দেখা যাবে, নির্গম রশ্মি পর্দায় যতটুকু অংশ আলোকিত করেছে তার চেহারা পাল্টাচ্ছে, গোল থালি—লম্বাটে থালি—সরুরেখা—ছোট গোল থালি—সরুরেখা (আগে যে দিকে ছিল তার লম্ব দিকে)—লম্বাটে থালি—গোল থালি এভাবে। দুই সরুরেখার মাঝখানে এক জায়গায় প্রতিবিম্ব সবচেয়ে ছোট—একটা ছোট গোল থালির মত, তবে কখনই বিন্দু নয়। এই দোষকে **বিষমদৃষ্টি** (astigmatism) বলে।

এবার পর্দাকে সবচেয়ে স্পষ্ট প্রতিবিম্বের অবস্থায় রেখে যদি মধ্যচ্ছদাটিকে সরিয়ে ফেলা যায় অর্থাৎ যদি আপতিত রশ্মিগুচ্ছ আর সীমিত না থাকে তবে দেখা যাবে যে প্রতিবিম্ব অনেকটা বিস্তৃত হয়ে পড়েছে এবং চেহারাটা অনেকটা কমেট বা ধূমকেতুর মত হয়েছে। এই দোষকে **কোমা** (coma) বলে। অতএব দেখা যাচ্ছে যে রশ্মিগুচ্ছ যদি সীমিত না হয় বা যদি তির্যক হয় তবে আদর্শ প্রতিবিম্বের প্রথম সর্তটি পূর্ণ হবে না।

বিন্দুপ্রভব না নিয়ে এবার একটি আলোকিত তারজালি নেওয়া হল। এটি একটি বিস্তৃত অভিবিম্ব (extended object)। তারজালি ও পর্দা লেন্সের অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত। পর্দা আগে পিছে করলে দেখা যাবে যে তারজালির প্রতিবিম্বটি পুরোপুরি একসঙ্গে পর্দায় স্পষ্ট হচ্ছে না; যখন

অক্ষের কাছাকাছি অংশটা স্পষ্ট তখন অক্ষের থেকে দূরের অংশগুলি অস্পষ্ট। এই দোষকে **বক্রতা** (curvature) বলে। এক্ষেত্রে লঙ্ঘিত হচ্ছে আদর্শ প্রতিবিম্বের দ্বিতীয় সর্তটি।

ধরা যাক তারজালিটির জালিগুলি আয়তাকার (rectangular)। প্রতি-বিম্বটি খুঁটিয়ে দেখলে দেখা যাবে যে সমান্তরাল দুটি রেখার প্রতিবিম্ব আর সমান্তরাল নেই এবং জালিগুলিও আর আয়তাকার নেই। এই দোষকে বলে **বিকৃতি** (distortion)। আদর্শ প্রতিবিম্বের তৃতীয় সর্তটি এখানে লঙ্ঘিত হয়েছে।

গোলাপেরণ, বিষমদৃষ্টি ও কোমা এবং বিস্তৃত অভিবিম্বের ক্ষেত্রে বক্রতা ও বিকৃতি প্রতিবিম্বে এই পাঁচটি ত্রুটিই হল মুখ্য একবর্ণাপেরণ। তাত্ত্বিক বিশ্লেষণ ও পরীক্ষা এই দুভাবেই দেখা গেছে যে অন-উপাক্ষীয় (non-paraxial) রশ্মির বেলায় যে ত্রুটি হয় তা বহুলাংশে কমিয়ে ফেলা যায়—অপটিক্যাল তন্ত্রের বিভিন্ন তলের বক্রতা, তাদের মধ্যে দূরত্ব ও বিভিন্ন তলের মধ্যবর্তী মাধ্যমগুলি ঠিকমত নিয়ে এবং উপযুক্ত স্থানে রোধক ও মধ্যচ্ছদা বসিয়ে। অপটিক্যাল তন্ত্র পরিকল্পনা করতে গেলে, কি কি অপেরণ থাকতে পারে, কোনটা বেশী কোনটা কম এবং কিভাবেই বা এদের দূর করা যায়, এই সব প্রশ্নের যথাযথ বিচার করা প্রয়োজন।

### 5.2.2 তরঙ্গফ্রন্টের অপেরণ (wavefront aberration) ও আলোক-রশ্মির অপেরণ (ray aberration)

প্রতিবিম্বের অপেরণকে দুভাবে বিবেচনা করা যেতে পারে। প্রথমতঃ **রশ্মির অপেরণ**, অর্থাৎ অভিবিম্বের একটি বিন্দু থেকে নির্গত সমস্ত রশ্মির প্রতিবিম্বের একটি মাত্র যথাযথ অনুবন্ধী বিন্দুতে মিলিত হবার অক্ষমতা, হিসাবে। দ্বিতীয়তঃ **তরঙ্গ ফ্রন্টের অপেরণ**, অর্থাৎ সঠিক গোলীয় আকার থেকে চূড়ান্ত তরঙ্গফ্রন্টের আকারের বিকৃতির পরিমাণ, হিসাবে।

প্রথমে তরঙ্গফ্রন্টের অপেরণ কি ভাবে নির্দিষ্ট করা যায় দেখা যাক। অভিবিম্বের কোন একটি বিন্দু $P(x_0\ y_0\ z_0)$ থেকে যে রশ্মিগুচ্ছ নির্গত হয়েছে তার প্রধান রশ্মি হল $a$ এবং অপটিক্যাল তন্ত্রের নির্গম নেত্রে প্রতিবিম্ব লোকে চূড়ান্ত তরঙ্গফ্রন্ট হল $\Sigma'$ (Fig. 5.8)। কাজেই $P$ বিন্দু থেকে $\Sigma'$

তরঙ্গফ্রন্টের উপরস্থ যে কোন বিন্দু পর্যন্ত বাস্তব রশ্মি বরাবর আলোক পথের দৈর্ঘ্য সমান।

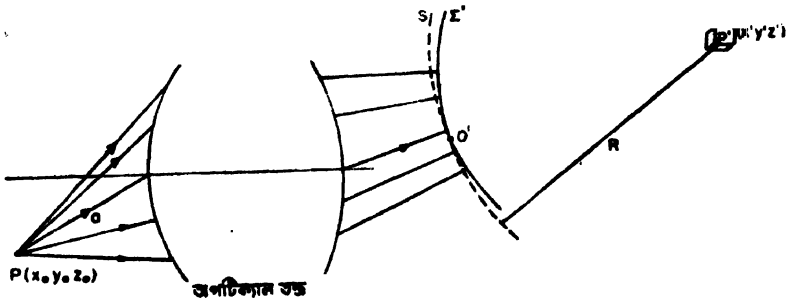



Fig. 5.8

ধরা যাক অভিবিম্ব লোক ও প্রতিবিম্ব লোকের দুটি বিন্দু $P_1$ ও $P_2$। তাদের স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(x_1\ y_1\ z_1)$ ও $(x_2, y_2, z_2)$। $P_1$ ও $P_2$ যদি অনুবন্ধী হয় তবে বহু রশ্মিই বিন্দু দুটির মধ্য দিয়ে যাবে, যদি অনুবন্ধী না হয় তবে একটিমাত্র রশ্মিই বিন্দু দুটির মধ্য দিয়ে যাবে। $P_1$ ও $P_2$র মধ্যে কোন বাস্তব রশ্মি বরাবর আলোকপথের দৈর্ঘ্য $=[P_1\ P_2]=\int_{P_1P_2} ndl=V(P_1P_2)$ অবশ্যই এই দুই বিন্দুর স্থানাঙ্কের কোন অপেক্ষক হবে। হ্যামিলটন (Sir W. R. Hamilton) প্রস্তাবিত এই **বিশিষ্ট অপেক্ষক** (characteristic function) $V(x_1\ y_1\ z_1\ ;\ x_2\ y_2\ z_2)$ এর সঙ্গে তরঙ্গফ্রন্টের অপেরণের নিকট সম্বন্ধ রয়েছে।

$\Sigma'$ তলের উপর কোন সাধারণ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(xyz)$ হলে, $\Sigma'$ তলের নির্ধারক সমীকরণ হবে

$V(x_0\ y_0\ z_0\ ;\ xyz)=P$ বিন্দু হতে $\Sigma'$ তলের $(xyz)$ বিন্দু পর্যন্ত আলোক পথের দূরত্ব = ধ্রুবক (5.14)

$\Sigma'$ তরঙ্গফ্রন্টটি যদি অপেরণ মুক্ত হত অর্থাৎ গোলীয় হত তবে প্রতিবিম্ব হত একটিমাত্র বিন্দু। $\Sigma'$ তরঙ্গফ্রন্টটি অপেরণ যুক্ত হলেও আলোক রশ্মিগুচ্ছ একটি ছোট আয়তন $dv$র মধ্য দিয়ে যাবে। $P'$, $dv$ র মধ্যে একটি বিন্দু। $P'$ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(x'y'z')$। $P'$ কে কেন্দ্র করে এবং $R$ ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি গোলীয় তল $S$ নেওয়া হল। $S$ তলটি **নির্দেশক তল** (reference surface)। $S$ তলটি এমন যে যদি $\Sigma'$ তলটি অপেরণ মুক্ত হত এবং $P'$ বিন্দুটি সঠিক বিন্দু প্রতিবিম্বে থাকত তবে $\Sigma'$ তলটি $S$ তলের সঙ্গে মিলে

যেত। যদি চূড়ান্ত মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক $n'$ হয় তবে $P'$ বিন্দু থেকে $S$ তলের যে কোন বিন্দুর আলোকপথের দূরত্ব $= n'R$। $P'$ বিন্দু থেকে $\Sigma'$ তলের কোন বিন্দু $(xyz)$ এর আলোকপথের দূরত্ব $= V(xyz\,;\,x'y'z')$। এই দুই আলোকপথ দূরত্ব সমান হলে $P'$ বিন্দুটি সঠিক প্রতিবিম্ব। সমান না হলে তাদের **অন্তর** (difference) তরঙ্গফ্রন্টের অপেরণের পরিমাপক।

$P'$ বিন্দুর সাপেক্ষে, $\Sigma'$ তলের $(xyz)$ বিন্দুতে এই অন্তরকেই তরঙ্গ-ফ্রন্টের অপেরণ $W(xyz)$ বলে ধরা হবে। অর্থাৎ

$$W(xyz) = n'R - V(xyz\,;\,x'y'z') \qquad (5.15)$$

বিশিষ্ট অপেক্ষকের রূপটি যদি পুরোপুরি জানা থাকে তবে তরঙ্গফ্রন্টের যে কোন বিন্দুতে আলোক রশ্মির দিক নির্ণয় করা যাবে। ধরা যাক $P_1$ ও $P_2$র মধ্য দিয়ে যে আলোক রশ্মিটি গিয়েছে $P_2$ বিন্দুতে তার দিক্-কোসাইনগুলি (direction cosines) $L$, $M$ ও $N$। $P_2$-র কাছাকাছি আর একটি বিন্দু হল $P_3$ যার স্থানাঙ্ক $x_2 + \delta x_2$, $y_2 + \delta y_2$ এবং $z_2 + \delta z_2$ $(P_2P_3 = \delta l)$। তাহলে

$$\delta V = n\,dl = \frac{\partial V}{\partial x_2}\,\delta x_2 + \frac{\partial V}{\partial y_2}\,\delta y_2 + \frac{\partial V}{\partial z_2}\,\delta z_2 \qquad (5.16)$$

$$\text{কিন্তু} \quad dl = L\delta x_2 + M\,\delta y_2 + N\delta z_2 \qquad (5.17)$$

(5.16) ও (5.17) এর মধ্যে তুলনা করে $P_2$ বিন্দুতে রশ্মির দিক্-কোসাইনগুলি পাওয়া গেল

$$L = \frac{1}{n}\,\frac{\partial V}{\partial x_2},\quad M = \frac{1}{n}\,\frac{\partial V}{\partial y_2} \text{ এবং } N = \frac{1}{n}\,\frac{\partial V}{\partial z_2} \qquad (5.18)$$

প্রতিটি বিন্দুতে আলোক রশ্মির দিক এভাবে পাওয়া গেল। অর্থাৎ অভিবিম্বের যে কোন বিন্দু থেকে নির্গত আলোকরশ্মিগুচ্ছের প্রতিটি আলোক রশ্মি কি ভাবে, কোনখান দিয়ে যাবে তাও জানা গেল। সুতরাং ঐ আলোক রশ্মিগুলি এক বিন্দুতে মিলবে কি না বা না মিললে কতটুকু ত্রুটি বা অপেরণ হবে তাও জানা যাবে।

$W(xyz)$ এর একটি বিশেষ তাৎপর্য আছে। $\Sigma'$ তলটি বাস্তব তরঙ্গ ফ্রন্ট। অতএব $\Sigma'$ তলের উপরস্থ সমস্ত বিন্দুতে $P$ থেকে যে বিক্ষেপ (disturbance) এসে পৌঁছেছে তাদের পর্যায়ক্রম (phase) এক। $\Sigma'$ ও $S$ তলটি যদি এক হত অর্থাৎ $\Sigma'$ এ তে যদি অপেরণ না থাকত তবে $\Sigma'$ তলের প্রতিটি বিন্দু থেকে $P'$ বিন্দুতে যে বিক্ষেপ এসে পৌঁছাত তাদের পর্যায়ক্রমও

এক হত। ধরা যাক $S$ তলটি কোন বিন্দু $O'$ এ $\Sigma'$ তলটিকে স্পর্শ করেছে। তাহলে $O'$ বিন্দুতে $W(xyz)=0$। অর্থাৎ $W(xyz)$ হচ্ছে $\Sigma'$ তলের $O'$ এবং $(xyz)$ বিন্দু দুটি থেকে $P'$ বিন্দুর আলোকপথের অন্তর। অতএব $O'$ বিন্দু এবং $(xyz)$ বিন্দু থেকে $P'$ বিন্দুতে যে বিক্ষেপ এসে পৌঁছেছে তাদের পর্যায়ক্রমের অন্তর (phase difference) হবে

$$\delta_{P'}(xyz)=\frac{2\pi}{\lambda}W(xyz) \tag{5.19}$$

ধরা যাক স্থানাঙ্কের $x$ অক্ষটি প্রধান রশ্মি $a$ বরাবর (Fig. 5.9)। $\Sigma'$ তলের উপর যে কোন বিন্দু $A'(xyz)$। $P'$ বিন্দুটি প্রধান রশ্মির উপরে বা তার খুব কাছাকাছি একটি বিন্দু। $P'A'$ রেখাটি বর্ধিত করলে তা নির্দেশক তল $S$ কে $B'$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। তাহলে তরঙ্গফ্রন্টের অপেরণের সংজ্ঞা অনুযায়ী $W(xyz)=n'(B'A')$। এখন ধরা যাক $S$ তলের সমীকরণ হল

$$x_S=f_S(y, z)$$

এবং $\Sigma'$ তলের সমীকরণ $x=f(y, z)$

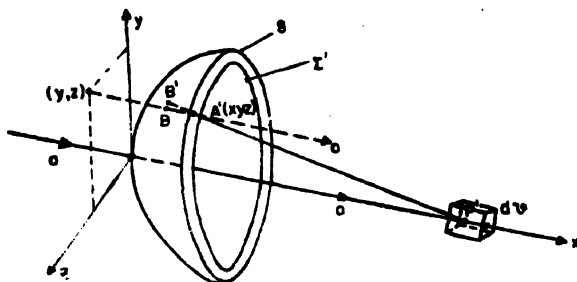



Fig. 5.9

ধরা যাক $W(Ab)=n'(x-x_S)=n'(BA')$

$$W(Ab)=n'[f(y, z)-f_S(y, z)] \tag{5.20}$$

যদি তরঙ্গফ্রন্টের সারণ কোণ (vergence angle) বেশী না হয় তবে

$$n'(BA')\simeq n'(B'A')$$

$$\text{অর্থাৎ} \quad W(Ab)\simeq W(xyz) \tag{5.21}$$

সুতরাং তরঙ্গফ্রন্টের অপেরণ হিসাবে $W(Ab)$ কে নিলে বিশেষ ভুল হবে না। এই $W(Ab)$র সঙ্গে আলোক রশ্মির অপেরণের সম্বন্ধ সহজেই নির্ণয় করা যায়।

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি থেকে আমরা জানি যে. যদি কোন তলের সমীকরণ $\phi(x, y, z)=0$ হয় তবে সেই তলের $(x, y, z)$ বিন্দুতে অভিলম্বের দিক-কোসাইনগুলি হল

$$\frac{1}{G}\frac{\partial\phi}{\partial x},\ \frac{1}{G}\frac{\partial\phi}{\partial y}\ \text{ও}\ \frac{1}{G}\frac{\partial\phi}{\partial z}\ \text{যেখানে}$$

$$G=\left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

এখানে $S$ ও $\Sigma'$ তলের সমীকরণদ্বয় যথাক্রমে

$$x_S-f_S(y, z)=0$$

$$\text{ও}\quad x-f(y, z)=0$$

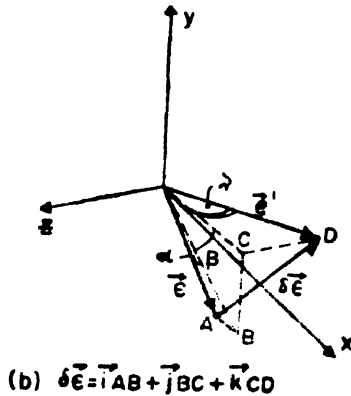
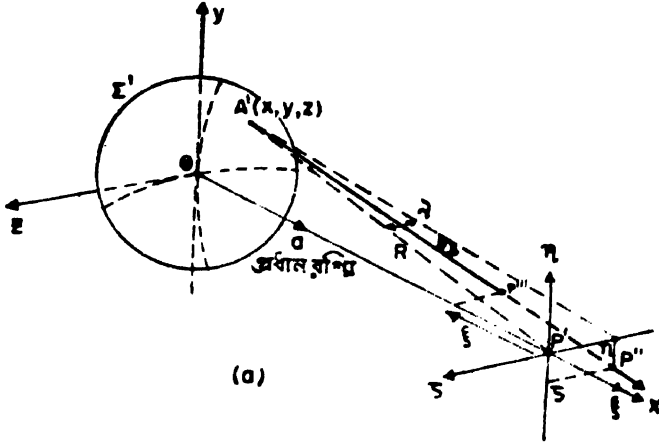



Fig. 5.10

সুতরাং $S$ তলের $(xyz)$ বিন্দুতে অভিলম্বের দিক-কোসাইনগুলি হল

$$\left(1, -\frac{\partial f_s}{\partial y}, -\frac{\partial f_s}{\partial z}\right)$$

এবং $\Sigma'$ তলের $(xyz)$ বিন্দুতে অভিলম্বের দিক কোসাইনগুলি হল

$$\left(1, -\frac{\partial f}{\partial y}, -\frac{\partial f}{\partial z}\right)$$

এখানে আমরা $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2$, $\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2$ ইত্যাদি দ্বিঘাত রাশিগুলিকে উপেক্ষা করেছি।

$\Sigma'$ তলে $A'(xyz)$ বিন্দুতে অভিলম্ব $A'P''$। অর্থাৎ আলোকরশ্মি $A'P''$ পথে যাচ্ছে। অপেরণ না থাকলে যেত $A'P'$ পথে। অর্থাৎ রশ্মির কৌণিক অপেরণ (angular ray-aberration) হল $\angle P'A'P''$ কোণটি। ধরা যাক এই কৌণিক অপেরণের প্রক্ষিপ্ত (Fig. 5. 10$a$ ও $b$) অংশগুলি $\alpha$, $\beta$ ও $\gamma$।

ধরা যাক $A'P'$ ও $A'P''$ এই দুই দিকে ভেক্টর একক (unit vector) দ্বয় হল যথাক্রমে $\vec{\epsilon}$ ও $\vec{\epsilon}'$। $L, M$ ও $N$ দিয়ে দিক-কোসাইন সূচিত করা হলে

$$\vec{\epsilon} = \vec{i}\,L + \vec{j}\,M + \vec{k}\,N$$

ও $$\vec{\epsilon}' = \vec{i}\,L' + \vec{j}\,M' + \vec{k}\,N'$$

এবং $$\delta\vec{\epsilon}' = \vec{\epsilon}' - \vec{\epsilon} = \vec{i}\,(L'-L) + \vec{j}\,(M'-M) + \vec{k}\,(N'-N)$$

অর্থাৎ Fig. 5.10($b$) তে

$$AB = L' - L,\ BC = M' - M,\ CD = N' - N$$

তাহলে $$\alpha = \frac{L'-L}{|\vec{\epsilon}|} = \frac{L'-L}{1} = L' - L$$

$$\beta = M' - M$$

$$\gamma = N' - N$$

Fig.5. 10($a$) থেকে দেখা যাচ্ছে, যেহেতু প্রধান রশ্মি $a$ বরাবর $x$ অক্ষ নেওয়া হয়েছে অতএব $\alpha$ নগণ্য। কাজেই কৌণিক অপেরণের পরিমাণ $\beta$ ও $\gamma$ দিয়ে নির্দিষ্ট হবে।

$$\beta = M' - M = -\frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f_s}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y}(f - f_s)$$

$$\beta = -\frac{1}{n'}\frac{\partial}{\partial y} W(Ab)$$

এবং
$$\gamma = -\frac{1}{n'}\frac{\partial}{\partial z} W(Ab) \qquad (5.22)$$

প্রতিবিম্বের জায়গায় $P'$ বিন্দুতে, অপটিক্যাল তন্ত্রের নির্গম নেত্রে (§7.2.1 দ্রষ্টব্য) অবস্থিত $x, y$ ও $z$ অক্ষের সমান্তরাল করে' $P'\xi, P'\eta$ ও $P'\zeta$ অক্ষগুলি টানা হল। $\eta\xi$ তলকে $A'P''$ রশ্মিটি $P''$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। তাহলে $P'P''$ এই সরণও অপেরণের আর একটি পরিমাপ। $P'P''$ কে রশ্মির **অনুলম্ব অপেরণ** (transverse ray-aberration) বলে। অনুলম্ব অপেরণের দুটি প্রক্ষিপ্ত অংশ হল $\eta$ ও $\zeta$।

$$\eta = R\beta = -\frac{R}{n'}\frac{\partial}{\partial y} W(Ab)$$

$$\zeta = R\gamma = -\frac{R}{n'}\frac{\partial}{\partial z} W(Ab) \qquad (5.23)$$

ধরা যাক $A'P''$ রশ্মিটি $\xi\zeta$ তলকে $P'''$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। $\eta\zeta$ তল থেকে এই বিন্দুর দূরত্ব $\xi$। $\xi$ কেও রশ্মির অপেরণের পরিমাপ হিসাবে ব্যবহার করা যেতে পারে। $\xi$ কে রশ্মির অনুদৈর্ঘ্য অপেরণ (longitudinal ray-aberration) বলা হয়। যদি $OA' = h$ হয় তবে

$$\eta/\xi \sim h/R$$

বা
$$\xi \simeq \frac{R}{h}\eta = \frac{R^2}{h}\beta = -\frac{R^2}{hn'}\frac{\partial W(Ab)}{\partial y} \qquad (5.24)$$

যদি $\xi$ ঋণাত্মক হয় তবে অপটিক্যাল তন্ত্রকে **অবসংশোধিত** (under corrected) এবং যদি ধনাত্মক হয় তবে **অতিসংশোধিত** (over corrected) বলা হয়। সাধারণতঃ ধনাত্মক লেন্সের ক্ষেত্রে তরঙ্গফ্রন্ট অপেরণ ধনাত্মক এবং লেন্সটি অবসংশোধিত।

### 5.2.3 বিভিন্ন একবর্ণাপেরণ ও তাদের প্রকৃতি

তরঙ্গফ্রন্টের অপেরণকে বর্ণনা করবার জন্য কি ধরণের স্থানাঙ্ক ব্যবহার করা যেতে পারে তা Fig. 5.11($a$) ও ($b$) তে দেখানো হয়েছে। নির্গম নেত্রের কেন্দ্র এবং অক্ষের বাইরে গাউসীয় প্রতিবিম্ব $P'$ বিন্দুর সংযোজক রেখা দিয়ে $P$ বিন্দু হতে আগত আলোকরশ্মিগুচ্ছের প্রধান রশ্মি $a$ গিয়েছে। এই রেখা বরাবর $x$ অক্ষ এবং প্রধান রশ্মি ও আলোক অক্ষের তলে $y$ অক্ষ

নেওয়া হল। প্রতিবিম্বের অবস্থান ক্ষেত্র-নির্ধারক কোণ (Field angle) $\beta$ দিয়ে নির্দিষ্ট হচ্ছে। তরঙ্গফ্রন্টের অপেরণ $y$, $z$ এর উপর এবং প্রতিবিম্বের অবস্থান অর্থাৎ $\beta$ র উপর নির্ভর করবে। অতএব

$$W(Ab) = W(yz\beta)$$

$y$, $z$ এর স্থলে $r$, $\phi$ স্থানাঙ্ক ব্যবহার করলে (Fig. 5.11$b$)

$$W(Ab) = W(r\ \phi\ \beta)$$

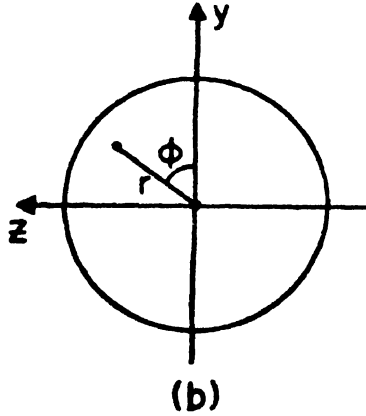
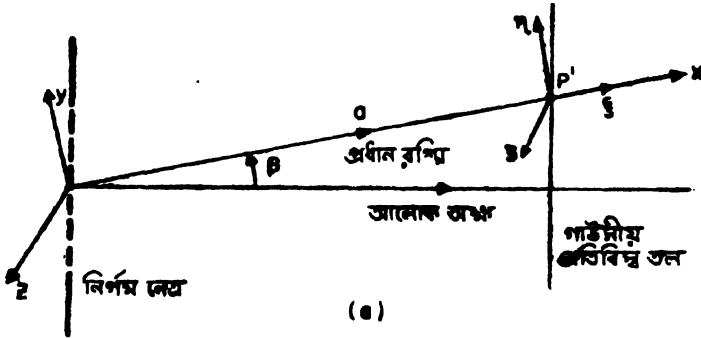



Fig. 5.11

$W(Ab)$ কে $y, z, \beta$ বা $r, \phi, \beta$ র একটি অসীম শ্রেণী হিসাবে লেখা যায়। সমস্ত ব্যবস্থাটিতে অক্ষগত প্রতিসাম্য থাকায় এই প্রতিসাম্য থেকে উদ্ভূত কয়েকটি সর্ত অসীম শ্রেণীটিকে মেনে চলতে হবে এবং সেজন্য $y, z, \beta$ (বা $r, \phi, \beta$) এই চলগুলির সবরকম সমবায় এই শ্রেণীতে থাকতে পারবে না :

($i$) সমস্ত ব্যবস্থাটি $x-y$ তলের সাপেক্ষে প্রতিসম। সুতরাং $z$ এর বিজোড় ঘাত থাকতে পারবে না। $\phi$ কেবল $\cos\phi$ হিসাবে থাকতে পারবে।

(ii) যখন $\beta=0$, তখন সমগ্র ব্যবস্থাটিতে অক্ষগত প্রতিসাম্য এসে যাবে। কাজেই $\beta$ নেই এমন সব পদগুলি কেবলমাত্র $(y^2+z^2)$ বা $r^2$ এর অপেক্ষক হতে পারবে।

(iii) $W(y, z, \beta)=W(-y, z, -\beta)$। অর্থাৎ কোন পদে $y$ এর বিজোড় ঘাত থাকলে সঙ্গে সঙ্গে $\beta$-কেও বিজোড় ঘাতে থাকতে হবে এবং কোন পদে $y$ এর জোড় ঘাত থাকলে $\beta$-র জোড় ঘাত থাকতে হবে। অতএব $\beta^2$কে একটি মূল চল (basic variable) হিসাবে ধরা যেতে পারে। $y\beta$ হল আর একটি মূল চল। তৃতীয় মূল চল হল $y^2+z^2$।

তাহলে দেখা যাচ্ছে যে $W(Ab)$-কে $y^2+z^2$, $y\beta$ এবং $\beta^2$ (কিংবা $r^2$, $r\beta\cos\phi$ ও $\beta^2$) এর ক্রমবর্ধমান ঘাতের অসীম শ্রেণী হিসাবে লেখা যাবে। সুতরাং

$$\begin{aligned}W(Ab) &= a_0+a_1r^2+a_2r\beta\cos\phi+a_3\beta^2+b_1(r^2)^2+b_2(r^2)(r\beta\cos\phi)\\ &\quad +b_3(r\beta\cos\phi)^2+b_4(r^2)(\beta^2)+b_5(r\beta\cos\phi)(\beta^2)+b_6(\beta^2)^2\\ &\quad +\text{উচ্চতর ঘাতের পদগুলি}\\ &=(a_0+a_3\beta^2+b_6\beta^4)+(a_1r^2+a_2r\beta\cos\phi)+(b_1r^4+\\ &\quad b_2r^3\beta\cos\phi+b_3r^2\beta^2\cos^2\phi+b_4r^2\beta^2+b_5r\beta^3\cos\phi)\\ &\quad +\text{উচ্চতর ঘাতের পদগুলি}\end{aligned} \qquad (5.25)$$

এখানে $a_n$, $b_n$ ইত্যাদি সহগগুলির মান অপটিক্যাল তন্ত্রের গঠনপ্রকৃতি, মাধ্যমসমূহের প্রতিসরাঙ্ক ইত্যাদির দ্বারা নির্দিষ্ট হবে। এবার (5.25) সমীকরণের প্রতিটি পদের তাৎপর্য বিশ্লেষণ করে দেখা যাক।

5.2.3 (*a*) $a_0$, $a_3\beta^2$, $b_6\beta^4$ প্রভৃতি যে সমস্ত পদে নির্গম নেত্রের চল $(r, \phi)$ অনুপস্থিত তাদের জন্য পর্যায়ক্রমে কিছু নির্দিষ্ট পরিবর্তন হতে পারে মাত্র। এ সমস্ত পদ তরঙ্গফ্রন্টের যথার্থ বিকৃতি বা অপেরণ সূচিত করছে না।

$a_1 r^2$ এবং $a_2 r\beta\cos\phi$ পদ দুটিও তরঙ্গফ্রন্টের যথার্থ বিকৃতি বোঝাচ্ছে না। $a_1 r^2$ পদটির কথাই ধরা যাক। $S$ তলের সমীকরণ হল

$$x_S=\frac{y^2+z^2}{2R}=\frac{r^2}{2R}$$

অতএব যদি $a_1 r^2$-ই তরঙ্গফ্রন্টের একমাত্র অপেরণ হয় তবে $\Sigma'$ তলের সমীকরণ হল,

$$f(y, z)=x=x_S+a_1r^2=\frac{r^2}{2R}+a_1r^2$$

$$বা \quad x=\left(\frac{1}{2R}+a_1\right)r^2=\frac{1}{2R(1+2a_1R)^{-1}}r^2$$

$$=\frac{1}{2(R-2a_1\ R^2)}r^2 \qquad (5\cdot26)$$

দেখা যাচ্ছে $\Sigma'$ তলটি গোলীয়। অর্থাৎ অপেরণ মুক্ত। এর কেন্দ্রবিন্দু $A$, $x$ অক্ষের উপর অবস্থিত। সম্ভাব্য ফোকাস বিন্দু হিসাবে $P'$ বিন্দুকে নেওয়াটা ঠিক হয়নি। যথার্থ ফোকাস বিন্দু হচ্ছে $A$। নির্দেশক বিন্দু হিসাবে $A$ বিন্দুকে নিয়ে $(R-2a_1\ R^2)$ ব্যাসার্ধের নির্দেশক তল নিলে সেটা $\Sigma'$ তলের উপর সমাপতিত হত। অর্থাৎ নির্দেশক বিন্দুটি ঠিকমত নিলে $a_1$ শূন্য হত। **$a_1\ r^2$ পদটি যথার্থ অপেরণ নির্দেশ করছে না,** শুধু নির্দেশক বিন্দুটি $x$ অক্ষের উপর ঠিক জায়গায় নেওয়া হয়নি এটাই বোঝাচ্ছে।

$a_2\ r\beta \cos\phi$ যখন একমাত্র অপেরণ তখন $\Sigma'$ তলের সমীকরণ হল

$$x=\frac{r^2}{2R}+a_2\ r\beta\cos\phi=\frac{r^2}{2R}+a_2\ \beta y$$

$$অর্থাৎ \quad 2Rx-2(Ra_2\ \beta)y=r^2 \qquad (5.27)$$

(5.27) এমন একটি গোলকের সমীকরণ যার কেন্দ্র বিন্দু হচ্ছে $(R,\ -Ra_2\beta,\ 0)$ এবং যার ব্যাসার্ধ হচ্ছে $R$। সুতরাং এক্ষেত্রেও $\Sigma'$ তলটি গোলীয় অর্থাৎ অপেরণ মুক্ত। **অর্থাৎ $a_2\ r\ \beta\cos\phi$ পদটি যথার্থ অপেরণ সূচিত করছে না।** এখানেও নির্দেশক বিন্দুটি ঠিক জায়গায় নেওয়া হয়নি। নির্দেশক বিন্দুটি ঠিক জায়গায় নেওয়া হলে, অর্থাৎ $P'$ বিন্দু থেকে $x-y$ তলে $x$ অক্ষের থেকে $-a_2\ \beta R$ লম্ব দূরত্বে নেওয়া হলে, $a_2$ শূন্য হত। আসলে এখানে অপটিক্যাল তন্ত্রের **বিবর্ধন** ঠিকমত নেওয়া হয়নি (§ 5.2.3 $f$ দ্রষ্টব্য)।

**5.2.3 (b) গোলাপেরণ** (spherical aberration)।

$b_1\ r^4$ পদটিতে ক্ষেত্র-নির্ধারক কোণ (field angle) $\beta$ অনুপস্থিত। এরকম অপেরণ পুরো দৃষ্টির ক্ষেত্রে একই থাকবে। $r$ সমান থাকলে ($\phi$ যাই হোক না কেন), অর্থাৎ $r$ ব্যাসার্ধের বৃত্তের উপরে, এই অপেরণ সমান।

$$অনুদৈর্ঘ্য\ অপেরণ\ \xi=\triangle v=-\frac{R^2}{rn'}\frac{\partial}{\partial r}(b_1 r^4)$$

$$বা \quad v'-v=-\frac{4b_1\ R^2}{n'}r^2 \qquad (5.28)$$

যেখানে $v$ ও $v'$ যথাক্রমে মুখ্য তলথেকে উপাক্ষীয় ও প্রান্তিক ফোকাসদ্বয়ের দূরত্ব।

যদি $b_1$ ধনাত্মক হয়, তবে $v' = v - 4b_1 R^2 r^2$

অর্থাৎ $v' < v$

যে সব অপটিক্যাল তন্ত্রে নির্গম নেত্র মুখ্য তলে অবস্থিত সেখানে $R = v$।

নির্গম নেত্রের প্রান্তদেশ দিয়ে যে সব রশ্মি যায় তাদের প্রান্তিক রশ্মি (Marginal rays) বলে। প্রান্তিক রশ্মিগুচ্ছ যে বিন্দুতে মিলিত হয় সেই প্রান্তিক রশ্মির ফোকাস বিন্দু উপাক্ষীয় রশ্মির ফোকাস বিন্দু অপেক্ষা নির্গম নেত্রের কাছে হবে (Fig. 5. 12)। এই অপেরণকে গোলাপেরণ বলে।

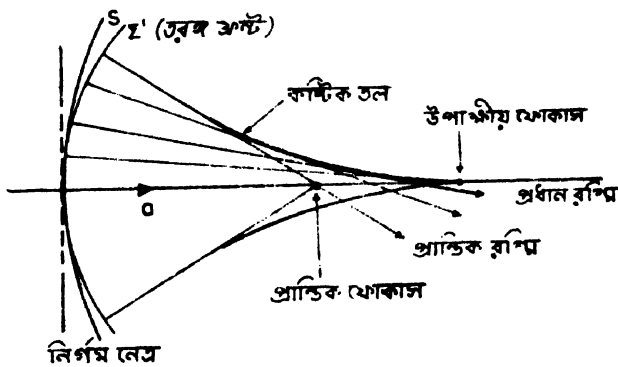



Fig. 5.12

স্পষ্টতই কোন একটি মাত্র বিন্দুতে আলোক রশ্মিগুলি কেন্দ্রীভূত হবে না। যে জায়গায় সবচেয়ে ভালো কেন্দ্রীভবন হয়েছে বলা যেতে পারে সে জায়গাটা উপাক্ষীয় ও প্রান্তিক এই দুই ফোকাস বিন্দুর মাঝামাঝি কোথাও। প্রধান অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে কোন পর্দা এই দুই ফোকাস বিন্দুর মাঝামাঝি কোথাও রাখলে বিন্দু প্রতিবিম্বের জায়গায় আলোর একটি চাকৃতি দেখা যাবে। এই চাকৃতির যে কোন ব্যাস বরাবর বিভিন্ন জায়গায় আলোর মাত্রা বিভিন্ন রকম হবে। Fig. 5.13 তে, অক্ষ বরাবর বিভিন্ন জায়গায় পর্দা রাখলে আলোর মাত্রার যে আপেক্ষিক বিন্যাস দেখা যাবে, তা দেখানো হয়েছে।*

---

* এ বিষয়ে একটি সুন্দর আলোচনার জন্য F. Dow. Smith : How images are formed ; Scientific American ; September, 1968, দ্রষ্টব্য।

বিশদ বিশ্লেষণ থেকে দেখা যায় যে যখন তরঙ্গফ্রন্ট অপেরণ যথেষ্ট বেশী তখন সবচেয়ে ভালো ফোকাস হয় $B$ অবস্থানে এবং যখন অপেরণ খুবই কম তখন মনে হয় সবচেয়ে ভালো ফোকাস হয়েছে $H$ অবস্থানে। Fig. 5.13তে

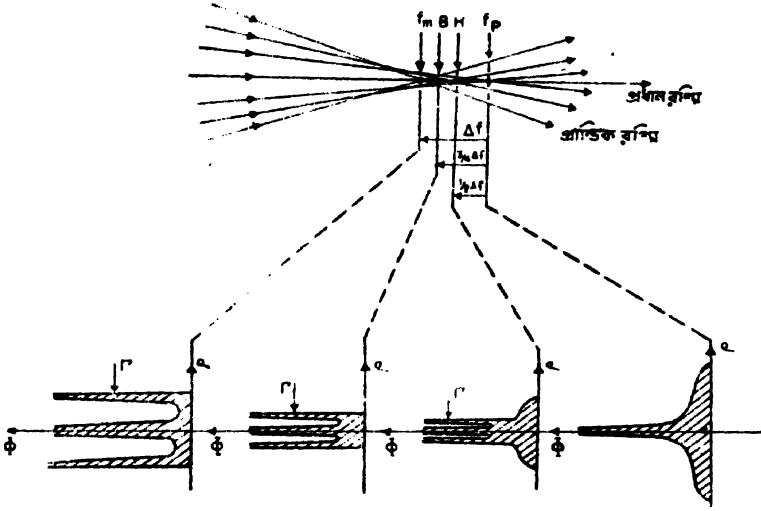



Fig. 5 13 আপেক্ষিক আলোর মাত্রা $\Phi$ ; কষ্টিকতল $\Gamma$ ;
ব্যাস বরাবর দূরত্ব $\rho$ (বড় করে দেখানো হয়েছে)

আপেক্ষিক আলোকমাত্রার লেখগুলি থেকে বোঝা যাচ্ছে যে আলোক রশ্মির স্পর্শতলে (envelope) আলোর মাত্রা খুব বেশী। এই স্পর্শতলকে কষ্টিক তল (caustic) বলে। কষ্টিক তলের সূচীমুখ উপাক্ষীয় ফোকাস বিন্দুতে অবস্থিত।

### 5.2.3(c) কোমা (Coma)

$b_2r^3\beta \cos\phi$ পদটি যে তিনটি রাশির উপর নির্ভর করে তার মধ্যে $\beta$ অপরিবর্তিত রাখলে নির্গম নেত্রে তরঙ্গফ্রন্টে সম-অপেরণের রেখাগুলি কিরকম হবে তা Fig. 5.14(a) তে দেখানো হয়েছে (গোলাপেরণে সমঅপেরণের রেখাগুলি সমকেন্দ্রিক বৃত্ত)।

তরঙ্গফ্রন্টে যদি এটিই একমাত্র অপেরণ হয়, তবে,

$$W(Ab)=b_2\beta r^2(r\cos\phi)$$

$$=b_2\beta(y^2+z^2)y=b_2\beta(y^3+z^2y) \qquad (5.29)$$

সুতরাং অনুলম্ব অপেরণের প্রক্ষিপ্ত অংশ দুটি হল

$$\eta = -\frac{R}{n'}\frac{\partial}{\partial y} W(Ab) = -\frac{Rb_2}{n'}\beta(3y^2+z^2) = -\frac{R}{n'}\beta b_2 r^2(2+\cos^2\phi)$$

$$\zeta = -\frac{R}{n'}\frac{\partial}{\partial z}W(Ab) = -\frac{R}{n'}b_2\beta\, 2zy = -\frac{R}{n'}b_2\beta r^2 \sin^2\phi$$

$\left(-\frac{R}{n'}b_2\beta r^2\right)$ এর জায়গায় $A_r$ লিখলে,

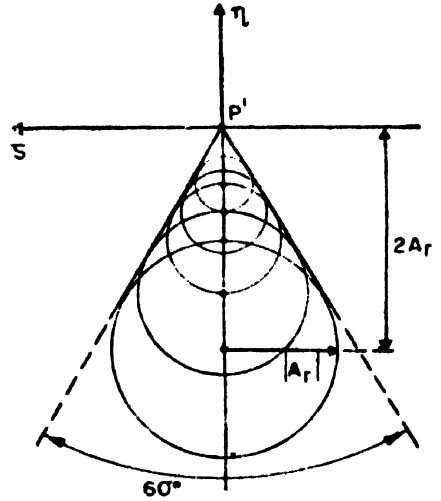
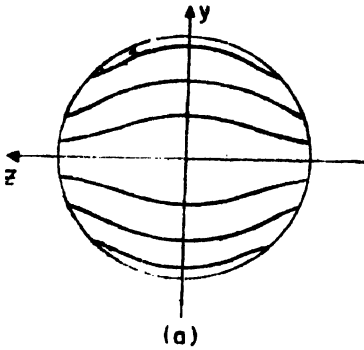
$$\begin{aligned}\eta &= A_r[2+\cos 2\phi] \\ \zeta &= A_r \sin 2\phi\end{aligned} \tag{5.30}$$

(b) P' প্রধান রশ্মির উপর অবস্থিত

Fig. 5.14

যে সব রশ্মি $O$ কে কেন্দ্র করে $r$ ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তের পরিসীমা থেকে আসছে, অর্থাৎ যাদের জন্য $r$ একই, তাদের বেলায় (5.30) থেকে $\phi$ কে অপনয়ন করলে

$$(\eta - 2A_r)^2 + \zeta^2 = A_r^2 \tag{5.31}$$

(5.31) সমীকরণটি $\eta\zeta$ তলে একটি বৃত্তের সমীকরণ। এই বৃত্তের ব্যাসার্ধ $|A_r|$ এবং এর কেন্দ্র $\zeta=0$, $\eta=2A_r$ বিন্দুতে অবস্থিত। $r$-বৃত্তের পরিসীমা থেকে যে সব আলোক রশ্মি আসছে তারা এই বৃত্তের পরিসীমা দিয়ে যাবে।

এখন $A_r = -\frac{R}{n'}b_2\beta r^2$। যদি $b_2$ ধনাত্মক হয় তবে $A_r$ ঋণাত্মক

হবে। $r$ যত বাড়বে $A_r$ এর মানও তত বাড়বে। অর্থাৎ নির্গম নেত্রে বিভিন্ন $r$ এর বৃত্ত থেকে আগত আলোক রশ্মি বিভিন্ন ব্যাসার্ধের বৃত্তের পরিসীমা দিয়ে যাবে, প্রধান রশ্মি থেকে যাদের দূরত্ব বিভিন্ন। এই সব বৃত্তগুলিকে ($\eta\zeta$ তলে) 60° কোণে আনত এক জোড়া সরলরেখা স্পর্শ করবে (Fig. 5.14b)। বিন্দু প্রতিবিম্বের জায়গায় পাওয়া যাবে অনেকটা ধূমকেতুর (comet) মত আলোকিত অংশ। প্রতিবিম্ব কমেটের মত দেখতে হয় বলে এই অপেরণকে কোমা (coma) বলে।

(5.30) সমীকরণে $2\phi$ থাকার দরুণ নির্গম নেত্রের $r$ ব্যাসার্ধের বৃত্তে একবার

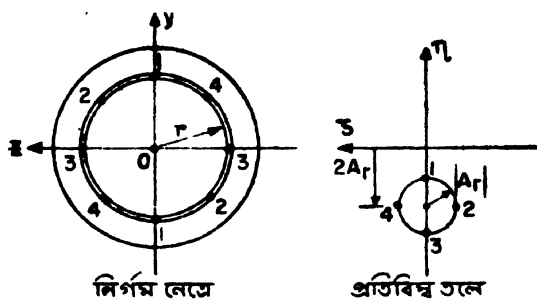



Fig. 5.15

ঘুরে এলে, প্রতিবিম্বের তলে $A_r$ ব্যাসার্ধের বৃত্তে দুবার ঘোরা হবে (Fig. 5.15)। কোমার $A$ বৃত্তের প্রতিটি বিন্দুর সৃষ্টি হয়েছে $r$ বৃত্তের কোন ব্যাসের দুই প্রান্তের একজোড়া বিন্দুর মধ্য দিয়ে যাওয়া রশ্মি থেকে।

### 5.2.3(d) বিষমদৃষ্টি (Astigmatism)

পরের পদটি হল $b_3r^2\beta^2 \cos^2 \phi$। এই অপেরণকে **বিষমদৃষ্টি** বলে। তরঙ্গফ্রন্টের যে ছেদে (section) $\phi=\pi/2$, সেই ছেদে এই অপেরণ নেই। এই ছেদে তরঙ্গফ্রন্টের বক্রতা $1/R$। $\phi=0$ ছেদে আপাতভাবে অপেরণ হল $b_3r^2\beta^2$। অর্থাৎ,

$$x = x_S + b_3r^2\beta^2 = \frac{r^2}{2R} + b_3r^2\beta^2$$

$$= \left(\frac{1}{2R} + b_3\beta^2\right)r^2 \qquad (5.32)$$

এই ছেদেও কোন যথার্থ অপেরণ নেই। তরঙ্গফ্রন্টের বক্রতা পাল্টেছে $2b_3\beta^2$ পরিমাণ অর্থাৎ ফোকাস বিন্দুটি সরে গেছে $-2b_3R^2\beta^2$ পরিমাণ। এই ছেদদুটি তরঙ্গফ্রন্টের প্রধান ছেদ (principal sections)।

$\phi=0$ ছেদে রয়েছে অপটিক্যাল তন্ত্রের প্রতিসাম্য অক্ষ এবং প্রধান রশ্মি। এই ছেদকে **নিরক্ষ তল** (meridian plane or tangential plane) বলে। নিরক্ষ তলের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত $\phi=\pi/2$ এর ছেদকে **কোদণ্ড তল** (sagittal plane) বলে। প্রতিবিম্বতল ($\eta-\zeta$ তল) $P'$ বিন্দুতে নিলে অনুলম্ব অপেরণের প্রক্ষিপ্ত অংশগুলি হবে

$$\eta=-\frac{R}{n'}\frac{\partial}{\partial y}\left(b_3\beta^2 y^2\right)=-\frac{2b_3R\beta^2 y}{n'} \qquad (5.33)$$

এবং $\quad \zeta=0$

অর্থাৎ $BB'$ রেখার (Fig. 5.16) সমান্তরাল (একই $y$) কোন রেখার মধ্য দিয়ে যে সমস্ত রশ্মি গিয়েছে তারা প্রতিবিম্ব তলে $\eta$ অক্ষের উপর $P'$ বিন্দু থেকে $-2b_3\dfrac{R\beta^2}{n'}y$ দূরে কেন্দ্রীভূত হবে। সমস্ত তরঙ্গফ্রন্টের জন্য এই প্রতিবিম্ব তলে প্রতিবিম্ব হবে একটি রেখা $SS$, $\eta$ অক্ষ বরাবর, $\eta=\pm\dfrac{-2b_3R\beta^2 a}{n'}$ এর মধ্যে ($a$ নির্গম নেত্রের ব্যাসার্ধ $=y_{max}$), যার দৈর্ঘ্য হল $4|b_3|R\beta^2 a/n'$।

Fig. 5.16

$BB'$ এর ব্যাসার্ধ $=O'P'=R$ $\quad$ $AA'$ এর ব্যাসার্ধ $=O'P''=R-2b_3R^2\beta^2$

$SS$ = কোদণ্ড ফোকাল রেখা $\quad$ $TT$ = নিরক্ষ ফোকাল রেখা

এবার যদি প্রতিবিম্ব তল $P'$ বিন্দু থেকে $-2b_3R^2\beta^2$ সরিয়ে $P''$ বিন্দুতে নেওয়া হয় তবে, $P''$ বিন্দুর সাপেক্ষে তরঙ্গফ্রন্ট অপেরণ হবে

$$W(Ab)=b_3r^2\beta^2\cos^2\phi+\frac{(-2b_3R^2\beta^2)}{2R^2}r^2$$

যেহেতু ফোকাস বিন্দুর অবস্থান $\Delta$ বদ্‌লালে তরঙ্গফ্রন্টের অপেরণ বদলায় $\frac{\Delta}{2R^2}r^2$ ।

অতএব $W(Ab)=b_3r^2\beta^2(\cos^2\phi-1)=b_3r^2\beta^2\sin^2\phi$

$$=-b_3\beta^2z^2 \quad (5.34)$$

সুতরাং $P''$ বিন্দুতে প্রতিবিম্ব তলে অনুলম্ব অপেরণের প্রক্ষিপ্ত অংশগুলি হবে $\eta=0$

$$\zeta=-\frac{R}{n'}\frac{\partial}{\partial z}(-b_3\beta^2z^2)=2b_3R\beta^2z/n' \quad (5.35)$$

অর্থাৎ $AA'$ রেখার সমান্তরাল (একই $z$) রেখা থেকে যে সমস্ত রশ্মি আসছে তারা প্রতিবিম্ব তলে $\zeta$ অক্ষের উপর $P''$ বিন্দু থেকে $2b_3R\beta^2z/n'$ দূরে একটি বিন্দুতে মিলিত হবে। সমস্ত তরঙ্গফ্রন্টের জন্য এই প্রতিবিম্ব তলে প্রতিবিম্ব হবে একটি রেখা $TT$ (Fig. 5.16), $\zeta$ অক্ষ বরাবর, $\xi=\pm 2b_3R\beta^2a/n'$ এর মধ্যে ($a=z_{max}$ = নির্গম নেত্রের ব্যাসার্ধ) এবং যার দৈর্ঘ্য হল $4|b_3|R\beta^2a/n'$ ।

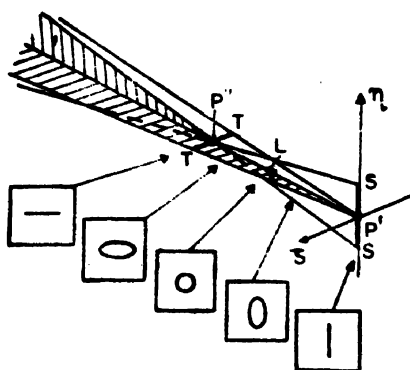



Fig. 5.17

$P''$ ও $P'$ বিন্দুর মধ্যে বিভিন্ন জায়গায় পর্দা রাখলে চেহারা যেমন হবে তা Fig. 5.17 এ দেখানো হয়েছে।

বিষম দৃষ্টি থাকলে একটি বিন্দু অভিবিম্বের প্রতিবিম্ব একটি একক বিন্দু হবে না। তবে বিশেষ অবস্থায় একটি রেখার প্রতিবিম্ব একটি রেখা পাওয়া যেতে পারে। যেমন, নিরক্ষ ফোকাল রেখার সমান্তরাল কোন রেখার প্রতিবিম্ব, নিরক্ষ ফোকাল তলে একটি রেখা হবে। এক্ষেত্রে প্রতিবিম্ব স্পষ্ট হবে। সেজন্য চাকিওয়ালা (spokes) একটি গোল চাকা (wheel) অভিবিম্ব হলে, নিরক্ষ তলে তার প্রতিবিম্বে, চাকার বৃত্তাকার অংশগুলি স্পষ্ট হবে, চাকি অস্পষ্ট হবে এবং কোদণ্ড তলে তার প্রতিবিম্বে চাকিগুলি স্পষ্ট হবে আর বৃত্তাকার অংশগুলি অস্পষ্ট হবে (Fig. 5.18)।

$\beta$ বাড়লে দুটি রৈখিক প্রতিবিম্ব $SS$ ও $TT$র দৈর্ঘ্য ও তাদের মধ্যে দূরত্ব বাড়ে $\beta^2$ এর সমানুপাতে। কাজেই নিরক্ষতল ও কোদণ্ড তল দুটোই বক্র।

(a) অভিবিম্ব চাকিওয়ালা চাকা

(b) নিরক্ষ ফোকাস তলে প্রতিবিম্ব চাকা স্পষ্ট, চাকি অস্পষ্ট

(c) কোদণ্ড ফোকাস তলে প্রতিবিম্ব চাকি স্পষ্ট, চাকা অস্পষ্ট

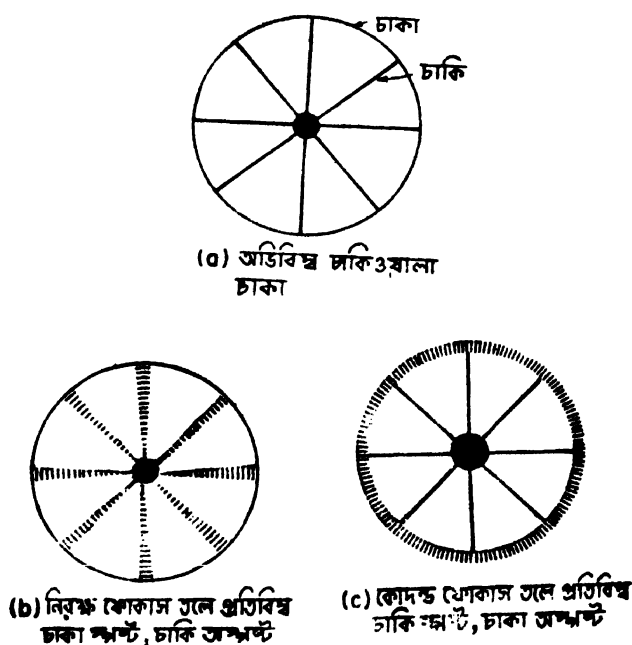



Fig. 5.18

বিষমদৃষ্টি না থাকলে (এবং বক্রতাও যদি না থাকে, §5. 2. 3(*e*) দ্রষ্টব্য) এই দুটি তল সমাপতিত হবে এবং গাউসীয় প্রতিবিম্বের তলের (Gaussian image plane) সঙ্গেও এক হয়ে যাবে।

### 5.2.3(*e*) বক্রতা (curvature)

$b_4 r^2 \beta^2$ পদটি ফোকাস তলের বক্রতা (field curvature) ঘটাচ্ছে। এই পদটি ফোকাস বিন্দুর পরিবর্তন সূচিত করছে। ফোকাস বিন্দুর পরিবর্তন হবে $-2b_4 R^2\beta^2$। এই পরিবর্তন $\beta^2$ এর সমানুপাতী। যদি $b_4$ ধনাত্মক হয় তবে ফোকাস তলটি, আলো যে দিক থেকে আসছে সে দিকে, অবতল হবে (Fig. 5.19*a*)।

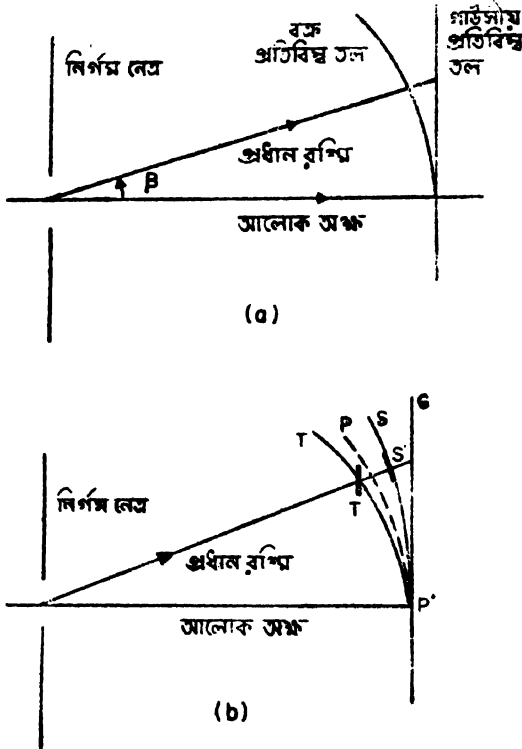



Fig. 5.19

(*a*) শুধু বক্রতা আছে, বিষমদৃষ্টি নেই। (*b*) বিষমদৃষ্টি ও বক্রতা উভয়েই বর্তমান। *S* = কোদণ্ড ফোকাস তল ; *T* = নিরক্ষ ফোকাস তল ; *G* = গাউসীয় প্রতিবিম্বের তল ; *P* = পেৎস্‌ভাল তল।

বিষমদৃষ্টি ও বক্রতা দুটিই যখন একসঙ্গে বর্তমান তখন কোদণ্ড ফোকাস তল এবং নিরক্ষ ফোকাস তল দুটিই বক্র হবে। প্রত্যেক অপটিক্যাল তন্ত্রেই এমন একটি তল রয়েছে যে রোধক ইত্যাদি ব্যবহার করে বিষমদৃষ্টি

দূর করা হলে কোনও ফোকাস তল ও নিরক্ষ ফোকাস তল এই তলের উপর সমাপতিত হয়। এই তলটিকে **পেৎস্‌ভাল্‌ তল** (Petzval surface) বলে।

**5.2.3(f) বিকৃতি (distortion)**

সামগ্রিক ঘাত 4 এরকম পদগুলির শেষ পদটি হল $b_5 r\beta^3 \cos\phi$। শুধু এই পদটি থাকলে

$$x = \frac{r^2}{2R} + b_5\beta^3 y$$

$$2Rx - 2(b_5 R\beta^3)\, y = r^2 \tag{5.36}$$

(5.36) এমন একটি গোলকের সমীকরণ যার কেন্দ্র $(R, -b_5 R\beta^3, 0)$ বিন্দুতে। ফোকাস বিন্দু $y$ অক্ষ বরাবর $b_5 R\beta^3$ সরেছে। বিবর্ধনের নির্বাচন সঠিক হয়নি বলেই এই আপাত অপেরণ $b_5 r\beta^3 \cos\phi$ এ কথাটা বলা চলবে না কেননা সরণ $\beta^3$এর সমানুপাতী। এখানে বিভিন্ন $\beta$ তে বিবর্ধন বিভিন্ন। ফলে প্রতিবিম্ব অভিবিম্বের সদৃশ হবে না। এই অপেরণকে **বিকৃতি** বলে।

অপেরণ না থাকলে আলোক অক্ষ থেকে $P'$ বিন্দুর দূরত্ব হত $R\beta$ (যখন $\beta$ খুব বেশী নয়)। বিকৃতি থাকলে উচ্চতা $R\beta - b_5 R\beta^3 = R\beta(1 - b_5\beta^2)$। সুতরাং বিবর্ধন $m$ থেকে $m(1 - b_5\beta^2)$এ পরিবর্তিত হচ্ছে। যদি $b_5$ ধনাত্মক হয় তবে বিস্তৃত অভিবিম্বের প্রতিবিম্বে $\beta$ বাড়লে বিবর্ধন কমতে থাকবে। ফলে বাইরের দিকের বিন্দুগুলি তাদের সঠিক অবস্থান থেকে একটু ভিতরের দিকে সরে যাবে। এই বিকৃতিকে **ধনাত্মক** বা **পিপেবৎ বিকৃতি** (positive or barrel distortion) বলে (Fig. 5.20*b*)। $b_5$ ঋণাত্মক হলে বাইরের দিকে বিবর্ধন বেশী হবে। এরকম বিকৃতিকে **ঋণাত্মক** বা **পিনকুশনবৎ** বিকৃতি (negative or pincushion distortion) বলে (Fig. 5.20*c*)।

(a)

(b)

(c)

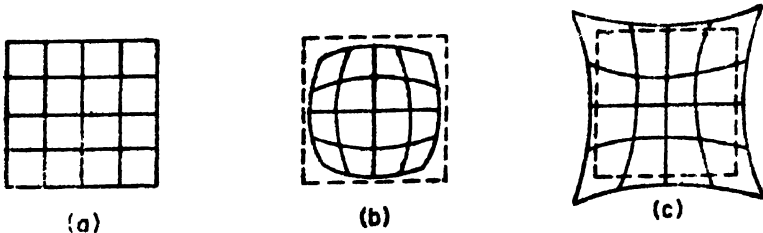



Fig. 5.20

(*a*) অবিকৃত প্রতিবিম্ব (*b*) পিপেবৎ বিকৃতি (*c*) পিনকুশনবৎ বিকৃতি

জার্মান জ্যোতির্বিদ জাইডেল্ (L. Seidel) ই প্রথম 1856 খৃষ্টাব্দে প্রমাণ করেন যে, অপটিক্যাল তন্ত্রের অপেরণকে পাঁচটি পদের সমষ্টি হিসাবে লেখা যায়। অপেরণ দূর করতে গেলে এই পাঁচটি পদকে এককভাবে বা সমষ্টিগত ভাবে লোপ করতে হবে। গোলপেরণ ($s_1$), কোমা ($s_2$), বিষমদৃষ্টি ($s_3$), বক্রতা ($s_4$) ও বিকৃতি ($s_5$) এই পাঁচটিই হল উপরোক্ত পাঁচটি পদ। এদের **প্রাথমিক** বা **জাইডেল** অপেরণ (Primary or Seidel aberrations) বলা হয়। এই সব পদে $r$ ও $\beta$র সম্মিলিত ঘাত হল 4। সমীকরণ (5.25) এ 4 এর উপরের ঘাতের যে সব পদ আছে তারা যে ধরণের অপেরণ সূচিত করে তাদের **উচ্চতর ক্রমের অপেরণ** (Higher order aberrations) বলে।

## 5.3 অপেরণ হ্রাস করবার সম্ভাব্যতা: ব্যবহারিক বিচার বিবেচনা (The possibility of the reduction of aberrations: practical considerations)

এ পর্যন্ত আমরা অত্যন্ত সাধারণভাবে বিভিন্ন অপেরণের প্রকৃতি নির্ণয় করবার চেষ্টা করেছি। অপেরণের পরিমাণ $b_1 \cdots b_5$ ইত্যাদি সহগগুলির উপর নির্ভরশীল। বস্তুতঃ কোন অপেরণের পরিমাণ নির্ণয় করতে গেলে উপযুক্ত সহগ $b_n$ এর মান জানতে হবে। $b_n$, অপটিক্যাল তন্ত্রের গঠন প্রকৃতি ও অপটিক্যাল তন্ত্রে ব্যবহৃত মাধ্যমসমূহের প্রতিসরাঙ্কের উপর নির্ভর করে। বিভিন্ন অপটিক্যাল তন্ত্রে $b_n$ এর মান বিভিন্ন হতে পারে। অপটিক্যাল তন্ত্রের গঠনপ্রকৃতি বদ্‌লে বা বিভিন্ন উপাদান ব্যবহার করে যদি $b_n$ কে কমিয়ে ফেলা যায় বা একেবারে লোপ করে ফেলা যায় তবে প্রাসঙ্গিক অপেরণটিও হ্রাস পাবে বা লোপ পাবে। আমরা খুব সংক্ষেপে বিষয়টির আলোচনা করব। এই আলোচনা প্রতিফলক, লেন্স বা লেন্স সমবায়ে গঠিত প্রতিসম অপটিক্যাল তন্ত্রের ক্ষেত্রেই মোটামুটি ভাবে সীমাবদ্ধ থাকবে।

### 5.3.1 গোলীয় তলে প্রতিসরণের ফলে গোলাপেরণ

প্রথমে একটি গোলীয় তলে প্রতিসরণের জন্য কতটুকু গোলাপেরণ হয় তা দেখা যাক। $S$ তলটি গোলীয় (Fig. 5.21)। S তলের কেন্দ্রবিন্দু $C$, ব্যাসার্ধ $R$। $S$ তলটি যে দুটি মাধ্যমকে পৃথক করেছে তাদের প্রতিসরাঙ্ক $n$ ও $n'$। অক্ষস্থ বিন্দু অভিবিম্ব $P$ থেকে $PI$ রশ্মিটি $S$ তলে $I$ বিন্দুতে আপতিত হয়েছে। $PI$ রশ্মিটি উপাক্ষীয় নাও হতে পারে অর্থাৎ এক্ষেত্রে উন্মেষ বড় হতে কোন বাধা নেই।

ধরা যাক প্রতিবিম্ব লোকে $Q$ যে কোন বিন্দু। $Q$ বিন্দুটি $P$ বিন্দুর অনুবন্ধী হবে এমন কোন কথা নেই। $IQ$ যোগ করা হল। $A$ অক্ষবিন্দু। $IN$ অক্ষের উপর লম্ব। ধরা যাক $\overline{AP}=X$, $\overline{AQ}=X'$ ও $AN=x$ এবং $\overline{NI}=y$। $P$ বিন্দুর গাউসীয় অনুবন্ধী হল $P'$। এবার $PIQ$ ও $PAQ$ এই দুই পথে আলোকপথ দৈর্ঘ্যের অন্তর $\delta L$ নির্ণয় করা যাক।

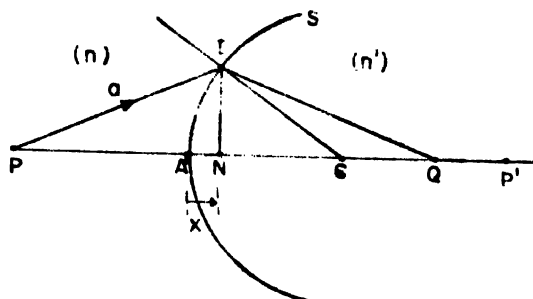



Fig. 5.21

$$\delta L=[PAQ]-[PIQ]=\{[PA]+[AQ]\}-\{[PI]+[IQ]\}$$

$$=\{-nX+n'X'\}-\{-n\sqrt{(X-x)^2+y^2}+n'\sqrt{(X'-x)^2+y^2}\}$$

$$=\{n'X'-nX\}-\{n'\sqrt{X'^2-2x(X'-R)}-n\sqrt{X^2-2x(X-R)}\}$$

যেহেতু $x^2+y^2=2Rx$

$$=\{n'X'-nX\}-\left\{n'X'\left(1-2x\frac{X'-R}{X'^2}\right)^{\frac{1}{2}}-nX\left(1-2x\frac{X-R}{X^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right\}$$

$$=n'X'\left[1-\left(1-\frac{x(X'-R)}{X'^2}-\frac{x^2}{2}\frac{(X'-R)^2}{X'^4}\cdots\right)\right]$$

$$-nX\left[1-\left(1-\frac{x(X-R)}{X^2}-\frac{x^2}{2}\frac{(X-R)^2}{X^4}\cdots\right)\right]$$

অতএব

$$\delta L=x\left[\frac{n'(X'-R)}{X'}-\frac{n(X-R)}{X}\right]+\frac{x^2}{2}\left[\frac{n'(X'-R)^2}{X'^3}-\frac{n(X-R)^2}{X^3}\right]$$

$$+\frac{x^3}{2}\left[\frac{n'(X'-R)^3}{X'^5}-\frac{n(X-R)^3}{X^5}\right]+\cdots \quad (5.37)$$

আমরা একটি নূতন রাশি $a$, ব্যবহার করব। ধরা যাক

$$a^2 = 2Rx = x^2 + y^2 \quad \text{ফলে} \quad x = \frac{a^2}{2R}$$

এবং যেহেতু $x < y$, অতএব $a \simeq y$।

কাজেই $a$ কে উন্মেষের একটি পরিমাপ হিসাবে ব্যবহার করা যাবে। এখন ধরা যাক $Q \to P'$। এখানে $P'$, $P$ বিন্দুর গাউসীয় প্রতিবিম্ব। অর্থাৎ $X = u$ এবং $X' \to v$। অতএব

$$\delta L = \frac{a^2}{2R}\left[\frac{n'(v-R)}{v} - \frac{n(u-R)}{u}\right] + \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{2R}\right)^2\left[\frac{n'(v-R)^2}{v^3} - \frac{n(u-R)^2}{u^3}\right] + \cdots \quad (5.38)$$

গাউসীয় প্রতিবিম্বের ক্ষেত্রে $PIP'$ ও $PAP'$ দুটোই বাস্তব রশ্মি এবং তাদের আলোকপথের দূরত্ব সমান। অর্থাৎ

$$\underset{a \to 0}{Lt} \quad \delta L = 0$$

$$\text{অতএব} \quad \frac{n'(v-R)}{a} - \frac{n(u-R)}{u} = 0 \quad (5.39)$$

(5.39) থেকে আমরা অনুবন্ধী দূরত্বের গাউসীয় সমীকরণটি পাচ্ছি ঃ

$$\frac{n'}{v} - \frac{n}{u} = \frac{n'-n}{R}$$

কাজেই (5.38) সমীকরণে $a^2$ এর সহগ শূন্য। এই সমীকরণে ডানদিকে যা অবশিষ্ট রইল তাই তরঙ্গফ্রন্টের অপেরণ। অতএব

$$W(Ab) = k_1 a^4 + k_2 a^6 + \cdots$$

$$\simeq k_1 a^4 \quad \text{কেবলমাত্র 4 ঘাতের পদটি পর্যন্ত রাখলে।}$$

$$= a^4 \frac{1}{8R^2}\left[n'\frac{(v-R)^2}{v^3} - \frac{n(u-R)^2}{u^3}\right] \quad (5.40)$$

$$\text{কিন্তু} \quad \frac{n'(v-R)}{v} = \frac{n(u-R)}{u}$$

$$\text{অর্থাৎ} \quad 1 - \frac{R}{v} = \frac{n}{n'}\left(1 - \frac{R}{u}\right)$$

$$\text{বা} \quad \frac{R}{v} = \left(1 - \frac{n}{n'}\right) + \frac{n}{n'}\frac{R}{u} \quad (5.41)$$

সুতরাং $$W(Ab)=\frac{a^4}{8R^2}\left[\frac{n'}{v}\,\frac{n^2}{n'^2}\left(\frac{u-R}{u}\right)^2-\frac{n(u-R)^2}{u^3}\right]$$

$$=\frac{a^4}{8R^2}\left(\frac{u-R}{u}\right)^2\left[\frac{n^2}{n'v}-\frac{n}{u}\right]$$

$$=\frac{a^4}{8R^2}\left(\frac{u-R}{u}\right)^2\left[\frac{n^2}{n'}\left\{\frac{1}{R}\left(1-\frac{n}{n'}\right)+\frac{n}{n'u}\right\}\frac{n}{u}\right]$$

$$=\frac{a^4}{8R^2}\left(\frac{u-R}{u}\right)^2\left[\frac{n^2(n'-n)}{n'^2R}+\frac{n^3-nn'^2}{n'^2u}\right]$$

$$=\frac{a^4}{8}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{u}\right)^2\left(\frac{n(n'-n)}{n'^2}\right)\left(\frac{n}{R}-\frac{n'+n}{u}\right) \tag{5.42}$$

অতএব $W\,(Ab)$-কে দুটি মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক $n$, $n'$, তলটির বক্রতা $\frac{1}{R}$, উন্মেষ $a$ এবং অভিবিম্বের দূরত্ব $u$ এর সাপেক্ষে প্রকাশ করা হয়েছে। $W\,(Ab)$-কে গাউসীয় প্রতিবিম্বের দূরত্ব $v$ এর মাধ্যমেও প্রকাশ করা যায়। এটা সহজেই দেখানো যায় যে, $v$ ও অন্যান্য রাশিগুলির সাপেক্ষে

$$W\,(Ab)=\frac{a^4}{8}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{v}\right)^2\left[\frac{n'(n-n')}{n^2}\right]\left[\frac{n+n'}{v}-\frac{n'}{R}\right] \tag{5.43}$$

## 5.3.2 পাতলা লেন্সে গোলাপেরণ

এবার একটি পাত্‌লা লেন্সের ক্ষেত্রে গোলাপেরণ নির্ণয় করা যাক। পাত্‌লা লেন্সের প্রথম ও দ্বিতীয় তলের বক্রতা-ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $R_1$ ও $R_2$, প্রতিসরাঙ্ক $n$। ধরা যাক প্রথম তলে প্রতিসরণের ক্ষেত্রে $P$ বিন্দুর গাউসীয়

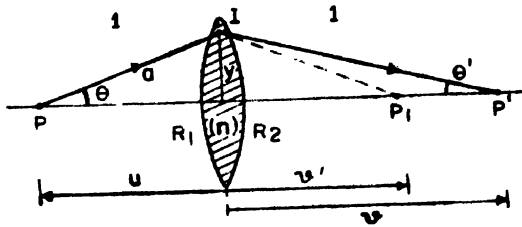



Fig. 5.22

অনুবন্ধী হচ্ছে $P_1$ এবং পাতলা লেন্সের জন্য চূড়ান্ত গাউসীয় প্রতিবিম্ব হচ্ছে $P'$। অতএব $P_1$-কে দ্বিতীয় তলের জন্য অভিবিম্ব ধরা যেতে পারে।

লেন্সের জন্য সামগ্রিক তরঙ্গফ্রন্ট অপেরণ

$$W(Ab)=W_1(Ab)+W_2(Ab)$$

যেখানে $W_1(Ab)$ এবং $W_2(Ab)$ হল প্রথম ও দ্বিতীয় তলে প্রতিসরণের জন্য তরঙ্গফ্রন্ট অপেরণ।

$$W_1(Ab)=\frac{y^4}{8}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{u}\right)^2\left(\frac{n-1}{n^2}\right)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{n+1}{u}\right)$$

$$W_2(Ab)=\frac{y^4}{8}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{v}\right)^2\left(\frac{n-1}{n^2}\right)\left(\frac{n+1}{v}-\frac{1}{R_2}\right)$$

এখানে $W_1(Ab)$, $u$ এর সাপেক্ষে এবং $W_2(Ab)$, $v$ এর সাপেক্ষে লেখা হয়েছে। কাজেই

$$W(Ab)=\frac{y^4}{8}\left(\frac{n-1}{n^2}\right)\left[\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{u}\right)^2\left(\frac{1}{R_1}-\frac{n+1}{u}\right)+\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{v}\right)^2\left(\frac{n+1}{v}-\frac{1}{R_2}\right)\right] \tag{5.44}$$

সমীকরণ (5.44) থেকে সব রকম রশ্মি অপেরণ সহজেই নির্ণয় করা যাবে। উদাহরণস্বরূপ, অনুদৈর্ঘ্য গোলাপেরণ হল

$$\xi_S=\Delta v=-\frac{R^2}{hn'}\frac{\partial}{\partial y}W(Ab)$$

এখানে $h=y$, $n'=1$ চূড়ান্ত মাধ্যম বায়ুর প্রতিসরাঙ্ক এবং $R=v$, নির্গম নেত্র থেকে গাউসীয় প্রতিবিম্বের দূরত্ব।

অর্থাৎ $$\Delta v=-\frac{v^2}{y}\frac{\partial}{\partial y}W(Ab)$$

$$=-\frac{v^2y^2}{2}\left(\frac{n-1}{n^2}\right)\left[\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{u}\right)^2\left(\frac{1}{R_1}-\frac{n+1}{u}\right)+\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{v}\right)^2\left(\frac{n+1}{v}-\frac{1}{R_2}\right)\right] \tag{5.45}$$

যদি প্রান্তিক রশ্মির ক্ষেত্রে ফোকাস দৈর্ঘ্য $f_m$ হয় এবং গাউসীয় দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস দৈর্ঘ্য $f$ হয় তবে $u=-\infty$ এবং $v=f$ বসালে,

$$f_m-f=\Delta f=-\frac{f^2y^2}{2}\left(\frac{n-1}{n^2}\right)\left[\frac{1}{R_1{}^3}+\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{n+1}{f}-\frac{1}{R_2}\right)\right] \tag{5.46}$$

ধরা যাক $\sigma=R_1/R_2$

তাহলে $\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{(n-1)(1-\sigma)}{R_1}$

ফলে $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{(n-1)(1-\sigma)f}$ (5.47)

এবং $\frac{1}{R_2} = \frac{\sigma}{R_1} = \frac{\sigma}{(n-1)(1-\sigma)f}$ (5.48)

$\Delta f$ থেকে $\frac{1}{R_1}$ ও $\frac{1}{R_2}$ অপনয়ন করা হলে

$$\Delta f = -\frac{f^2 y^2}{2}\left(\frac{n-1}{n^2}\right)\left[\frac{1}{(n-1)(1-\sigma)f}\right]^3$$
$$[1-\{\sigma-(n-1)(1-\sigma)\}^2\{(n^2-1)(1-\sigma)\}]$$
$$= -\frac{y^2}{2nf(n-1)^2(1-\sigma)^2}[2-2n^2+n^3$$
$$+\sigma(n+2n^2-2n^3)+\sigma^2 n^3] \quad (5.49)$$

উভউত্তল লেন্সে $R_1>0$, $R_2<0$ অর্থাৎ $\sigma<0$

উভঅবতল লেন্সেও $\sigma<0$,

মেনিস্‌কাস্ লেন্সে $\sigma>0$

(5.49) সমীকরণে তৃতীয় বন্ধনীর অংশটিকে $a\sigma^2+b\sigma+c$ হিসাবে লেখা যায়

$$a\,\sigma^2+b\sigma+c=a\left[\left(\sigma+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$$

এখানে $a=n^3>0$

$$b^2-4ac=(n+2n^2-2n^3)^2-4n^3(2-2n^2+n^3)$$
$$=n^2(1-4n)<0$$

কেননা $n$ সাধারণতঃ 1.5 এবং 2.0-র মধ্যে থাকে। অতএব $\sigma$-র চিহ্ন যাই হোক না কেন

$$a\sigma^2+b\sigma+c>0$$

এবং $(1-\sigma)^2>0$

**কাজেই $\Delta f$ এর চিহ্ন, $f$ এর চিহ্ন দিয়ে নির্দিষ্ট হবে।**

**ধনাত্মক অর্থাৎ অভিসারী লেন্সের ক্ষেত্রে, $\Delta f$ ঋণাত্মক হবে।** সুতরাং $f_m<f$ এবং **উপাক্ষীয় ফোকাস বিন্দু হতে প্রান্তিক ফোকাস বিন্দু লেন্সের নিকটতর হবে।** লেন্সের আকৃতি (shape) পাল্টে (অর্থাৎ $\sigma$ পাল্টে) $\Delta f$ কমানো যেতে পারে। যে $\sigma$-র মানে

$\frac{\partial}{\partial\sigma}|\Delta f|=0$ সেই আকৃতিতে $|\Delta f|$ ন্যূনতম হবে।

$|\Delta f|$ ন্যূনতম হবার সর্ত হল

$$\frac{2}{(1-\sigma)^3}[a\sigma^2+b\sigma+c]+\frac{1}{(1-\sigma)^2}[2a\sigma+b]=0$$

$$2[a\sigma^2+b\sigma+c]+(1-\sigma)(2a\sigma+b)=0$$

বা $$\sigma=-\frac{b+2c}{b+2a}=\frac{2n^2-n-4}{2n^2+n} \qquad (5.50)$$

অতএব কোন্ বিশেষ আকৃতিতে, গোলাপেরণ সবচেয়ে কম হবে তা প্রতিসরাঙ্কের উপর নির্ভর করে।

যখন $n=1.5$

$$\sigma=-\frac{1}{6}=R_1/R_2 \text{ অর্থাৎ } \sigma<0 \text{ এবং } \frac{1}{R_1} \quad \frac{1}{R_2}$$

কাজেই উভ-উত্তল বা উভ-অবতল লেন্স নিতে হবে। যে তলের বক্রতা বেশী সেই তলটি আলো যে দিক থেকে আসছে সে দিকে রাখতে হবে। এক্ষেত্রে $\Delta f=-1.072\, y^2/f$।

যখন $n=2.0$

$\sigma=\frac{1}{5}>0$, লেন্সটি হবে মেনিস্‌কাস্ লেন্স। এক্ষেত্রেও বেশী বক্রতলটি, যে দিক থেকে আলো আসছে সেদিকে মুখ করে থাকবে।

আকৃতির উপর কিভাবে অপেরণ নির্ভর করে তা Table 5.4 ও Fig. 5.23-তে দেখানো হল। এখানে আকৃতির সূচক (shape factor) $q=(1+\sigma)/(1-\sigma)$।

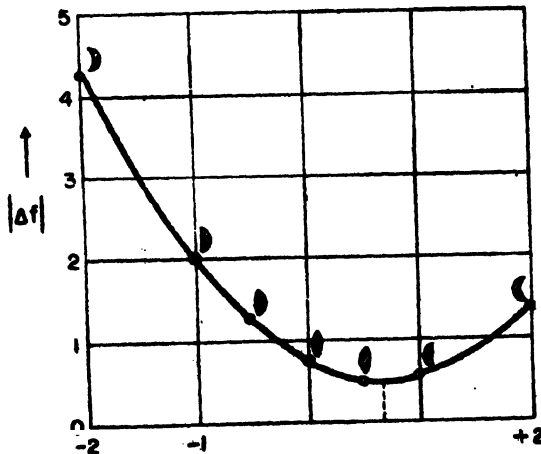



Fig. 5.23

**Table 5.4**

$n = 1.5$ ; $y = 3$ cm ; দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস দৈর্ঘ্য = 20 cm.

| $q$ | $\sigma$ | লেন্স | $\Delta f$ |
|---|---|---|---|
| −2.00 | 3 | মেনিস্কাস্ | −4.35 |
| −1.00 | ∞ | সমতল উত্তল | −2.03 |
| −0.50 | −3 | উভ-উত্তল | −1.26 |
| 0 | −1 | সম-উত্তল | −0.75 |
| +0.50 | −1/3 | উভ-উত্তল | −0.51 |
| +1.00 | 0 | সমতল উত্তল | −0.53 |
| +2.00 | +1/3 | মেনিস্কাস্ | −1.35 |

যে একক লেন্সের তলগুলির বক্রতা উপযুক্ত ভাবে নিয়ে গোলাপেরণ ন্যূনতম করা হয়েছে তাকে **ক্রস্‌ড্‌ লেন্স** (crossed lens) বলে।

Table 5.4 থেকে দেখা যাচ্ছে যে একটি সমতল উত্তল লেন্সের অধিকতর বক্রতার তলকে যদি আলোর দিকে মুখ করে ব্যবহার করা হয় তবে সেই লেন্সের অনুদৈর্ঘ্য গোলাপেরণ একই ফোকাস দৈর্ঘ্য ও মাধ্যমের ক্রস্‌ড্‌ লেন্স থেকে খুবই সামান্য বেশী। অর্থাৎ ক্রস্‌ড্‌ লেন্সের বদলে এরকম লেন্স দিয়েও কাজ চলতে পারে। লেন্সটিকে উল্টে দিয়ে অর্থাৎ সমতলটি আলোর দিকে রাখলে গোলাপেরণ অনেক বেশী হত। এর কারণ মোটামুটি এরকম। লেন্স দিয়ে আমরা যা করছি তা হল অভিবিম্ব লোকে কোন রশ্মির যে সারণ কোণ আছে তাকে প্রতিবিম্ব লোকে অনুবন্ধী রশ্মির সারণ কোণে পরিবর্তিত করা। **এই সারণ কোণের পরিবর্তন যদি লেন্সের সবগুলি তলেই সমান ভাবে ভাগ করে দিতে হয় তবে প্রতিটি তলেই রশ্মির চ্যুতি কম করতে হবে। এক্ষেত্রে অপেরণও কম হবে।** Fig. 5.24 (b)-তে দুটি তলেই চ্যুতি হয়েছে কাজেই প্রতিটি তলে চ্যুতির পরিমাণ কম। Fig. 5.24 (a)তে কেবল দ্বিতীয় তলেই সম্পূর্ণ চ্যুতি হয়েছে। এজন্য এখানে অপেরণ বেশী।

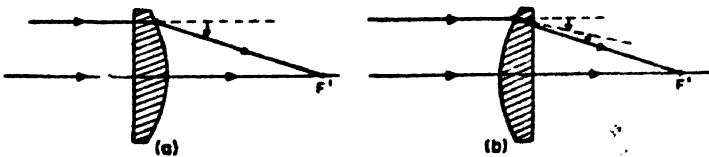



Fig. 5.24

একক লেন্সে গোলাপেরণ পুরোপুরি দূর করা যায় না। এ কথাটা ভাল ভাবে বোঝা দরকার। একটি প্রতিসারক তলের জন্য তরঙ্গফ্রন্ট অপেরণ হল ( সমীকরণ (5.42) থেকে $n' = n$ এবং $n=1$ বসিয়ে, $a=y$ ধরে ),

$$W(Ab)=\frac{y^4}{8}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{u}\right)^2\left(\frac{n-1}{n^2}\right)\left(\frac{1}{R}-\frac{1+n}{u}\right) \quad (5.51)$$

অতএব কৌণিক অপেরণ

$$\triangle\theta' = -\frac{\partial}{\partial y}W(Ab)$$

$$= -\frac{y^3}{2}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{u}\right)^2\left(\frac{n-1}{n^2}\right)\left(\frac{1}{R}-\frac{1+n}{u}\right)$$

কৌণিক উন্মেষ $\theta = \frac{y}{-u}$ অর্থাৎ $y = -\theta u$

অতএব $$\triangle\theta' = \theta^3 u^3\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{u}\right)^2\left(\frac{n-1}{n^2}\right)\left(\frac{1}{R}-\frac{1+n}{u}\right) \quad (5.52)$$

কৌণিক অপেরণ $\triangle\theta'$ বিভিন্ন অভিবিম্ব দূরত্বে কি ভাবে বদলায় দেখা যাক। আমরা কৌণিক উন্মেষ $\theta$ এক রাখব কেননা তাহলেই প্রতিবিম্বে আলোর পরিমাণ ঠিক থাকবে।

যখন $R$ ধনাত্মক, তলটি অভিসারী (Fig. 5.25*a*) তখন

$u<0$ হলে $\triangle\theta'<0$

$u=0$ $\triangle\theta'=0$

$u=R$ $\triangle\theta'=0$

$u=(1+n)R$ $\triangle\theta'=0$

$0<u<R$ $\triangle\theta'>0$

$R<u<(1+n)R$ $\triangle\theta'>0$

এবং $u>(1+n)R$ $\triangle\theta'<0$

দেখা যাচ্ছে যে অভিবিম্ব দূরত্ব সদ্ হলে কৌণিক অপেরণ ঋণাত্মক। অভিসারী প্রতিসারক তলে $R$ ঋণাত্মক হলে কি হয় তা Fig. 5.25(b) তে দেখানো হয়েছে। অপসারী তলে কি হয় তা Fig. 5.25 (c) ও (d) তে দেখানো হয়েছে।

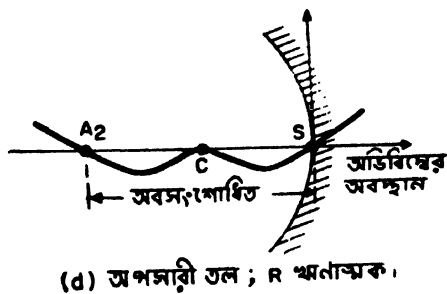
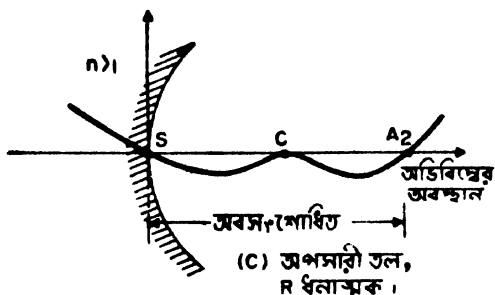
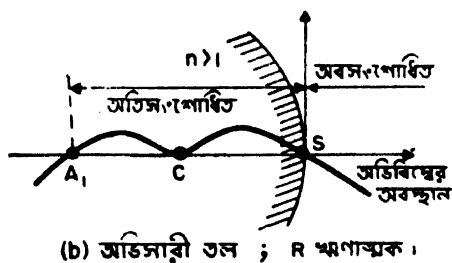
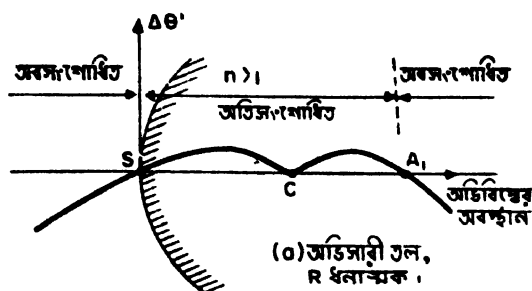



Fig. 5.25

$CA_1 = nR$

$A_1$ ও $A_2$ — ভাইয়েরস্ট্রাস্ বিন্দু (Weierstrass point)

একটি অভিসারী লেন্সের বেলায় প্রথম তলটির $R$ ধনাত্মক। অতএব বাঁ দিক থেকে তলের অক্ষবিন্দু পর্যন্ত $\triangle\theta'$ ঋণাত্মক। দ্বিতীয় তলটির ক্ষেত্রে $R$ ঋণাত্মক, সুতরাং এই তলের অক্ষবিন্দু থেকে ডানদিকে সব দূরত্বেই $\triangle\theta'$ ঋণাত্মক। কাজেই এরকম লেন্স অবসংশোধিত।

সমীকরণ (5.52) এবং Fig. 5.25 থেকে এটা দেখানো যায় যে, **সবরকম অভিসারী লেন্সই অবসংশোধিত** এবং **সবরকম অপসারী লেন্সই অতিসংশোধিত। কাজেই একক লেন্সে গোলাপেরণ দূর করা যাবে না।**

**দুটি লেন্সের সমবায়ে,** গোলাপেরণ দূর করা যায় কিনা দেখা যাক। আমাদের মূল সমস্যা **হল কি করে একটি সমকেন্দ্রিক** (homocentric) **অপসারী আলোকরশ্মিগুচ্ছকে সমবায়ের সাহায্যে আর একটি সমকেন্দ্রিক অভিসারী আলোকরশ্মিগুচ্ছে পরিণত করা যায়।** যেহেতু একটি অভিসারী ও একটি অপসারী লেন্সের অপেরণ বিপরীতধর্মী অতএব মনে হতে পারে যে সেরকম দুটি লেন্সের সমবায়ে অপেরণ থাকবে না।

একটি সমকেন্দ্রিক অপসারী রশ্মিগুচ্ছ অভিসারী লেন্সের মধ্য দিয়ে গিয়ে একটি কষ্টিক তলে পরিণত হবে যার সূচীমুখ আলোর দিক বরাবর থাকবে (Fig. 5.26a)। একটি আপসারী লেন্সের ক্ষেত্রে, প্রতিসরণের পর আলো, মনে হবে, একটি কষ্টিক তল থেকে আসছে যার সূচীমুখ আলোর বিপরীত দিক বরাবর (Fig. 5.26b)। একটি অভিসারী ও অপসারী লেন্সের সমবায়ে অভিসারী লেন্সে যে কষ্টিক তল প্রতিবিম্ব হিসাবে পাওয়া যাবে সেই কষ্টিক তল অপসারী লেন্সের অসদ্ অভিবিম্ব হিসাবে কাজ করবে (Fig. 5.26b তে আলোর দিক উল্টে দিলেই এটা স্পষ্ট হবে) এবং চূড়ান্ত রশ্মিগুলি $P'$ বিন্দুতে অভিসারী হবে। লেন্স দুটি যদি একই মাধ্যমের হয় তবে যুগ্ম সংস্পর্শ লেন্সটী হয় অভিসারী নয় অপসারী হবে এবং সেক্ষেত্রে গোলাপেরণ অসংশোধিত থাকবে। অতএব একটি অভিসারী ও একটি অপসারী লেন্সের যুগ্ম সংস্পর্শ লেন্স দিয়ে **গোলাপেরণ কমাতে গেলে লেন্স দুটিকে ভিন্ন মাধ্যমের হতে হবে।** ভিন্ন মাধ্যম হওয়াটা বর্ণাপেরণ দূর করবার জন্যও অত্যাবশ্যকীয়।

ধরা যাক, কোন বিশেষ ক্ষমতার যুগ্ম লেন্স (doublet) তৈরী করতে হবে। বর্ণাপেরণ দূরীকরণের সর্ত থেকে অভিসারী ও অপসারী লেন্স দুটির

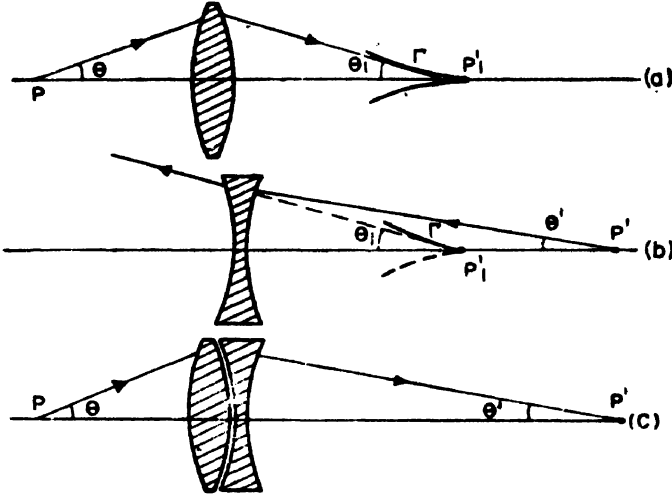



Fig. 5.26

ক্ষমতা ও তাদের মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক নির্দিষ্ট হয়ে যাবে (§5.1.2 দ্রষ্টব্য)। লেন্সগুলির আকৃতিই কেবল অনির্দিষ্ট (undetermined) রইল। এগুলি

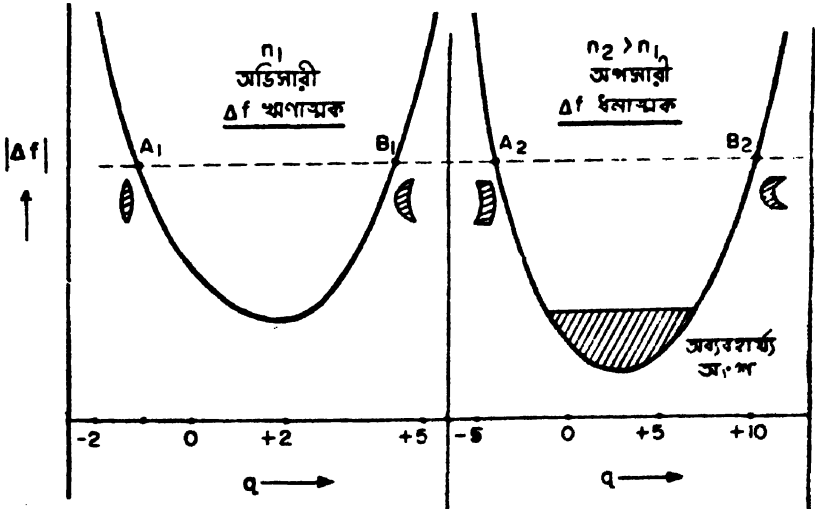



Fig. 5.27

এমনভাবে নিতে হবে যাতে গোলাপেরণ ন্যূনতম হয়। দুটি লেন্সের বেলায়

প্রান্তিক রশ্মির ক্ষেত্রে রশ্মি অপেরণ কিভাবে আকৃতি সূচকের (shape factor) উপর নির্ভর করে তা নির্ণয় করা হল। এই দুই রাশির লেখ অধিবৃত্তাকার (parabola) হবে। দুটি লেন্সের এমন আকৃতি নিতে হবে যাতে অপেরণের পরিমাণ এক হয় (Fig. 5.27)। দেখা যাচ্ছে যে প্রথম লেন্সটি অভিসারী এবং দ্বিতীয় লেন্সটি অপসারী এরকম চার শ্রেণীর লেন্স যুগ্ম হতে পারে। এই চার শ্রেণী হল $A_1A_2$, $A_1B_2$, $B_1A_2$ ও $B_1B_2$ (Fig. 5.28)। এর মধ্যে $A_1A_2$ শ্রেণী ছাড়া অন্য শ্রেণীর লেন্স যুগ্মে মশলা দিয়ে জোড়া লাগানো ও ধারকে (mount) বসানো ইত্যাদির অসুবিধা আছে, সবগুলি তলই বিভিন্ন বলে তৈরীর খরচ বেশী। **এই সমস্ত কারণে মোটামুটিভাবে $A_1A_2$ শ্রেণীর যুগ্ম লেন্সই ব্যবহার করা হয়ে থাকে।**

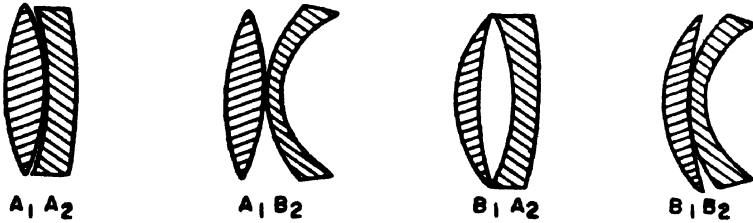



Fig. 5.28

প্রথম লেন্সটি অপসারী ও দ্বিতীয় লেন্সটি অভিসারী নিয়ে আরোও চার শ্রেণীর যুগ্ম লেন্স সম্ভব। এভাবে মোট আট শ্রেণীর যুগ্ম লেন্স সম্ভব যেগুলি অবার্ণ ও গোলাপেরণমুক্ত। যদি যুগ্ম লেন্সের ক্ষমতা ধনাত্মক হয় তবে অপসারী লেন্সের মাধ্যমের বিচ্ছুরণ ক্ষমতা অন্য মাধ্যমটি অপেক্ষা বেশী হতে হবে।

### 5.3.3 হার্শেল ও অ্যাবের সর্তাবলী (Herschel and Abbe conditions)

অভিবিম্বটি অক্ষের উপর কোন একটি বিন্দু হলে অপটিক্যাল তন্ত্রের (লেন্স সমবায়ের) সাহায্যে তার একটি মোটামুটি বিন্দুপ্রতিবিম্ব পাওয়া সম্ভব। কতকগুলি বিশেষ বিন্দুতে আদর্শ প্রতিবিম্বও পাওয়া সম্ভব। কিন্তু মাত্র একটি বিন্দু অপেরণ মুক্ত হলেই কাজ চলে না। অপটিক্যাল তন্ত্র দিয়ে সব সময়েই কিছুটা জায়গা জুড়ে দেখা হয়। অতএব সব অপটিক্যাল তন্ত্র পরিকল্পনায় কিছুটা প্রধান সমস্যা হল শুধু একটিমাত্র বিন্দুতেই নয়, ঐ বিন্দুর চারপাশে বেশ একটা জায়গা জুড়ে **সমস্ত বিন্দুতেই অপেরণের মাত্রা এক রাখা** এবং অপেরণের মাত্রা অনুমোদনসীমার (tolerance limit) মধ্যে রাখা।

ধরা যাক আলোক অক্ষের উপর কোন বিন্দু $A$ তে যথার্থ **অপেরণ মোচন** সম্ভব হয়েছে। $A$ কে কেন্দ্র করে একটি ছোট আয়তন $dv$ (Fig. 5.28) নেওয়া হল। এই আয়তনের মধ্যে **প্রতিটি বিন্দুতেও** যথার্থ

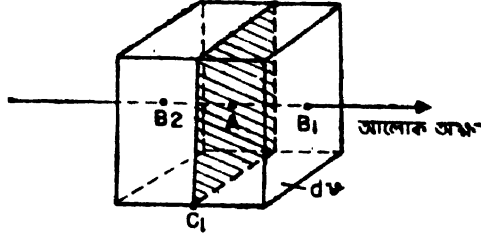



Fig. 5.28

অপেরণ মোচন কি কি **সর্তাধীনে সম্ভব** সেটাই আমাদের বিবেচ্য বিষয়। ধরা যাক $dv$ আয়তনটি একটি বৃহত্তর আয়তন $dV$ র একটি অংশ। যদি অপেরণ থাকে তবে প্রতিবিম্বের প্রতিটি বিন্দুতে কিছু অস্পষ্টতা (blur) আসবে। ন্যূনতম ভ্রান্তির জায়গাতেই প্রতিবিম্ব হয়েছে ধরতে হবে। আমরা চাই যে $dv$ আয়তনের সব বিন্দুতেই, প্রতিবিম্ব বলতে যে ন্যূনতম ভ্রান্তির থালি পাওয়া যাবে, তার ব্যাস সমান এবং $dV$ আয়তনের অন্যান্য বিন্দুর ($dv$-র বাইরে) তুলনায় $dv$-র বিন্দুগুলির জন্য এই ব্যাস ন্যূনতম। $dv$ আয়তনে অক্ষের উপর প্রান্তিক বিন্দুদ্বয় $B_1$, $B_2$ এবং যে অনুলম্ব তলে $A$ বিন্দু রয়েছে তার দুটি প্রান্তিক বিন্দু $C_1$ ও $C_2$-র কথা আমরা বিবেচনা করব। এই দুজোড়া বিন্দুতে অপেরণের মাত্রা যদি $A$-র সমান হয় তবে $dv$ আয়তনের সব বিন্দুতেই অপেরণের মাত্রা সমান হবে।

**প্রথম সর্ত** :—$A$ অক্ষের উপর একটি বিন্দু। $A'$ অক্ষের উপর তার অনুবন্ধী। এই দুটি বিন্দুই আদর্শ অনুবন্ধী। $A$ থেকে অক্ষের উপর খুব

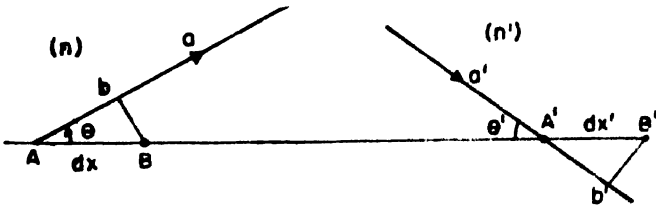



Fig. 5.29

সামান্য দূরত্বে ($dx$) $B$ আর একটি বিন্দু। ধরা যাক $B$ বিন্দুরও, অক্ষের

উপর $A'$ থেকে সামান্য দূরে $(dx')$ $B'$ বিন্দুতে একটি বিন্দু প্রতিবিম্ব হয়েছে। $A$ বিন্দুতে $a$ রশ্মিটি অক্ষের সঙ্গে $\theta$ কোণ করেছে। তার অনুবন্ধী রশ্মি $a'$, $A'$ বিন্দুতে অক্ষের সঙ্গে $\theta'$ কোণ করেছে। $B$ হতে $a$-র উপর $Bb$ লম্ব এবং $B'$ হতে $a'$ এর উপর $B'b'$ লম্ব টানা হল। $A$ বিন্দুকে কেন্দ্র করে $Bb$কে এবং $A'$ বিন্দুকে কেন্দ্র করে $B'b'$কে দুটি তরঙ্গফ্রন্টের অংশবিশেষ বলে ধরা যেতে পারে। তাহলে

$$[\overline{BB'}] = [\overline{bb'}] \tag{5.54}$$

অভিবিম্ব ও প্রতিবিম্ব লোকের প্রতিসরাঙ্ক যথাক্রমে $n$ ও $n'$।

$$[\overline{AA'}]_a = n\overline{Ab} + [\overline{bb'}] + n'\overline{b'A'}$$

$$[\overline{AA'}] - [\overline{bb'}] = n\overline{Ab} - n'\overline{A'b'}$$

$$= [\overline{AA'}] - [\overline{BB'}] = \text{ধ্রুবক।} \tag{5.55}$$

$A$ ও $A'$ এবং $B$ ও $B'$ আদর্শ অনুবন্ধী বলে ধরা হয়েছে। ।ং

$$n\,dx \cos\theta - n'\,dx' \cos\theta' = \text{ধ্রুবক।}$$

এই ধ্রুবকের মান $\theta = \theta' = 0$ (অক্ষ বরাবর রশ্মি) বসালে পাওয়া যাবে অর্থাৎ ধ্রুবক $= n\,dx - n'\,dx'$

$$\text{অতএব} \quad n\,dx \cos\theta - n'\,dx' \cos\theta' = n\,dx - n'\,dx'$$

$$\text{বা} \quad n\,dx\,(1-\cos\theta) = n'\,dx'\,(1-\cos\theta')$$

$$\text{বা} \quad n\,dx\ \sin^2\frac{\theta}{2} = n'\,dx'\ \sin^2\frac{\theta'}{2} \tag{5.56}$$

এই সর্তটিকে **হার্শেলের সর্ত** বলে। গাউসীয় আসন্নয়নে এই সর্তটি সর্বাবস্থায় সিদ্ধ।

**দ্বিতীয় সর্ত :** এবার অনুলম্ব তলে দুটি বিন্দুর কথা ধরা যাক। $A$ ও $C$ অনুলম্ব তলে অবস্থিত। $A$ ও $A'$ এবং $C$ ও $C'$ আদর্শ অনুবন্ধী। এখন $A'$ ও $C'$ একই অনুলম্ব তলে থাকবার সর্ত কি? ধরা যাক উন্মেষ ছোট নয় অর্থাৎ $\theta$ ও $\theta'$ ছোট নয়। তবে ক্ষেত্র-নির্ধারক কোণ ছোট অর্থাৎ $AC(=dy)$ এবং $A'C'(=dy')$ ছোট। $C_0$ ও $C_0'$ কে যথাক্রমে $A$ ও $A'$

বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে দুটি তরঙ্গফ্রন্টের অংশ বলে ধরা যেতে পারে। অর্থাৎ

$$[\overline{CC'}] = [\overline{cc'}]$$

কিন্তু $[\overline{AA'}] = n\overline{Ac} + [\overline{cc'}] + [\overline{c'A'}]$

$$[\overline{AA'}] - [\overline{cc'}] - n\overline{Ac} - n'\overline{A'c'} = n\,dy \sin\theta - n'dy' \sin\theta'$$

$$= [\overline{AA'}] - [\overline{CC'}] = \text{ধ্রুবক}।$$

$$\text{ধ্রুবক} = 0 \quad (\theta = \theta' = 0 \text{ বসিয়ে})$$

অতএব $\quad n\,dy \sin\theta = n'\,dy' \sin\theta' \quad (5.57)$

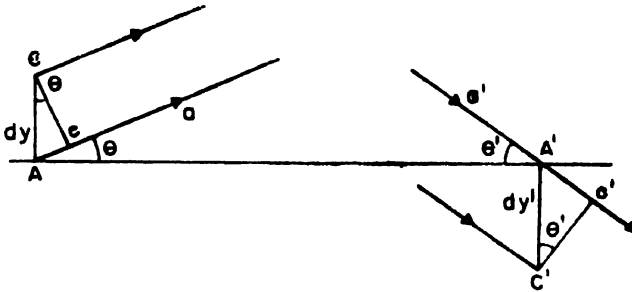



Fig. 5.30

এই সর্তটিকে **অ্যাবের সাইনের সর্ত** (Abbe's sine condition) বলে। লেন্স পরিকল্পনায় এই সর্তের গুরুত্ব অপরিসীম। যদি উপাক্ষীয় কোন রশ্মির ক্ষেত্রে $\theta_0$ ও $\theta_0'$ সারণ কোণ হয় তবে

$$n\,dy\,\theta_0 = n'\,dy'\,\theta_0'$$

কাজেই (5.57) থেকে

$$\sin\theta \quad \sin\theta' \quad (5.58)$$

সমীকরণ (5.58) সাইনের সর্তের আর একটি বিকল্প রূপ

কোন সসীম (finite) আয়তনের মধ্যে সর্বত্র প্রায় আদর্শ প্রতিবিম্ব পাবার সর্ত হল দুটি, হার্শেলের সর্ত এবং অ্যাবের সাইনের সর্ত, এবং এই সর্ত দুটিকে যুগপৎ সিদ্ধ হতে হবে।

(*a*) গাণিতিক দৃষ্টিকোণ থেকে দেখ্‌লে এই সর্ত দুটি সাধারণভাবে একই সঙ্গে সিদ্ধ হতে পারে না। সর্তগুলি সুসংগত (compatible) নয়।

(*b*) কেবলমাত্র যখন $\theta=\pm\theta'$ তখন সর্ত দুটি $\theta$ ও $\theta'$ এর নিরপেক্ষ হয়ে পড়ে। অর্থাৎ নোডাল ও বিপরীত নোডাল (anti-nodal) বিন্দুদ্বয়ের জন্য সর্ত দুটি সুসংগত।

(*c*) এই দুটি সর্ত যুগপৎ সিদ্ধ হতে গেলে সর্ত দুটিকে $\theta$ ও $\theta'$ এর নিরপেক্ষ (অর্থাৎ উন্মেষের নিরপেক্ষ) হতে হবে।

সঠিক ভাবে না হলেও মোটামুটি ভাবে অনেকখানি উন্মেষ পর্যন্ত দুটি সর্তই একসঙ্গে খাটে। একটি উদাহরণেই ব্যাপারটা স্পষ্ট হবে।

ধরা যাক

$\frac{n'}{n}=1{\cdot}6$ এবং $\frac{dy'}{dy}=2.5$ এবং অ্যাবের সাইনের সর্তটি এক্ষেত্রে সিদ্ধ হচ্ছে। তাহলে

$$\frac{\sin\theta'}{\sin\theta}=\frac{n\,dy}{n'\,dy'}=\frac{1}{1.6}\times\frac{1}{2{\cdot}5}=\frac{1}{4}$$

অর্থাৎ $\sin\theta'=\frac{1}{4}\sin\theta$

**Table 5.5**

| $\theta$ | 5° | 10° | 15° | 20° | 25° |
|---|---|---|---|---|---|
| $\sin\theta$ | .0872 | .1736 | .2588 | .3420 | .4226 |
| $\sin\theta'$ | .0218 | .0434 | .0647 | .0855 | .1057 |
| $\sin\theta'/2\times10^2$ | 1.095 | 2.18 | 3.26 | 4.28 | 5.29 |
| $\sin^2\theta'/2\times10^4$ | 1.201 | 4.753 | 10.63 | 18.32 | 27.99 |
| $\sin\theta/2\times10^2$ | 4.36 | 8.72 | 13.05 | 17.36 | 21.64 |
| $\sin^2\theta/2\times10^4$ | 19.01 | 76.03 | 170.2 | 301.3 | 468.4 |
| $\frac{\sin^2\theta'/2}{\sin^2\theta/2}$ | 0.0632 | 0.0625 | 0.0624 | 0.0608 | 0.0598 |

Table 5.5 থেকে দেখা যাচ্ছে যে প্রায় $\theta=15°$র মত অর্থাৎ প্রায় 30° উন্মেষ পর্যন্ত, সঠিক ভাবে না হলেও, কার্যতঃ অ্যাবে ও হার্শেলের সর্ত দুটি সুসংগত। কাজেই **এই উন্মেষের মধ্যে অ্যাবের সর্তটি সিদ্ধ করতে পারলেই ধরে নেওয়া যাবে যে হার্শেলের সর্তটিও সঙ্গে সঙ্গেই সিদ্ধ হয়েছে।**

### 5.3.4 কোমা দূরীকরণ : অ্যাপ্লানাটিক তন্ত্র (Aplanatic systems)

যখন অভিবিম্ব অক্ষের কাছাকাছি অর্থাৎ ক্ষেত্র-নির্ধারক কোণ ছোট অথচ উন্মেষ যথেষ্ট বড় তখন প্রতিবিম্বে যে অপেরণ হয় তার নাম কোমা। ঠিক এরকম অভিবিম্বের ক্ষেত্রেই § 5. 3. 3 তে দেখা গেল যে অ্যাবের সাইনের সর্ত সিদ্ধ হলে প্রতিবিম্ব অপেরণমুক্ত হয়, যদি অবশ্য অপটিক্যাল তন্ত্রটি গোলাপেরণ মুক্তও থাকে। অর্থাৎ **কোন অপটিক্যাল তন্ত্রে যদি গোলাপেরণ না থাকে এবং অধিকন্তু অ্যাবের সাইনের সর্তটিও সিদ্ধ হয় তবে অপটিক্যাল তন্ত্রটি কোমা হতেও মুক্ত হবে।**

যে সমস্ত অপটিক্যাল তন্ত্র গোলাপেরণ ও কোমা এই দুটো থেকেই মুক্ত তাদের **অ্যাপ্লানাটিক তন্ত্র** বলা হয়। অ্যাপ্লানাটিক তন্ত্রে সাধারণতঃ একাধিক প্রতিফলক ও প্রতিসারক তল ব্যবহার করে অপেরণগুলি দূর করা হয়। তবে একটি মাত্র গোলীয় তলও বিশেষ তিনটি ক্ষেত্রে আপ্লানাটিক তন্ত্র হয়ে দাঁড়ায়। গোলীয় তলের ক্ষেত্রে (Fig. 5.25*a* ও সমীকরণ (5.53) দ্রষ্টব্য)।

(i) গোলীয় তলের উপর কোন বিন্দুতে যখন অভিবিম্ব ও প্রতিবিম্ব সমপাতিত :—

তখন $u=0$, $\triangle\theta'=0$ অর্থাৎ গোলাপেরণ নেই। এই বিন্দুতে আপতিত ও প্রতিসৃত (বা প্রতিফলিত) রশ্মির ক্ষেত্রে $\dfrac{\sin\theta}{\sin\theta'}=$ ধ্রুবক অর্থাৎ সাইনের সর্তটি সিদ্ধ।

(ii) যখন অভিবিম্ব ও প্রতিবিম্ব উভয়েই গোলীয় তলের কেন্দ্রে অবস্থিত :—

তখন $u=R$, $\triangle\theta'=0$, অর্থাৎ গোলাপেরণ নেই। এই বিন্দু থেকে গোলীয় তলে ( প্রতিসারক কিম্বা প্রতিফলক) আলোক রশ্মি লম্বভাবে আপতিত সুতরাং সাইনের সর্তও সিদ্ধ। প্রতিক্ষিপ্ত গ্যালভানোমিটারের (reflecting galvanometer) অবতল দর্পণটি অনুরূপ অবস্থায় কাজ করে, ফলে প্রতিবিম্ব খুবই স্পষ্ট হয়।

(iii) যখন অভিবিম্বটি ভাইয়েরষ্ট্রাসের বিন্দু :—

অর্থাৎ যখন

$$nu=(n+n')R$$

বা $$u=R+\frac{n'}{n}R$$

তখনও $\triangle\theta' = 0$, অর্থাৎ গোলাপেরণ নেই। এক্ষেত্রে অভিবিম্বটি অসদ্। প্রতিবিম্ব হবে

$$\frac{n'}{v} = \frac{n}{u} + \frac{n'-n}{R}$$

বা $\quad n'/v = n.\ \dfrac{n}{(n+n')R} + \dfrac{n'-n}{R}$

বা $\quad n'v = (n+n')\ R$

কাজেই $\quad v = R + (n/n')\ R$

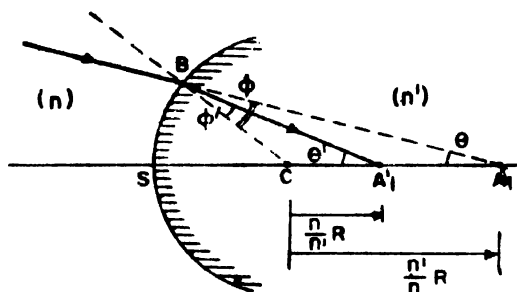



Fig. 5.31

এস্থলে কেন্দ্রবিন্দু $C$ থেকে অভিবিম্বের দূরত্ব $\dfrac{n'}{n}R$ এবং প্রতিবিম্বের দূরত্ব $\dfrac{n}{n'}R$।

এক্ষেত্রে $\dfrac{\sin\phi'}{\sin\theta'} = \dfrac{CA_1'}{CB} = \dfrac{n}{n'}\ R/R = \dfrac{n}{n'}$

এবং $\quad \dfrac{\sin\phi}{\sin\theta} = \dfrac{CA_1}{CB} = \dfrac{n'}{n}\ R/R = \dfrac{n'}{n}$

অতএব $\dfrac{\sin\phi'}{\sin\theta'} \times \dfrac{\sin\theta}{\sin\phi} = \dfrac{n}{n'} \times \dfrac{n}{n'}$

$$\frac{\sin\theta}{\sin\theta'} = \frac{n^2}{n'^2} \times \frac{\sin\phi}{\sin\phi'} = \frac{n^2}{n'^2} \times \frac{n'}{n} = \frac{n}{n'} = \text{ধ্রুবক}$$

$= \dfrac{\theta_0}{\theta'_0}$ যেখানে $\theta_0$ ও $\theta'_0$ উপাক্ষীয় কোন রশ্মির ক্ষেত্রে সারণ কোণদ্বয়।

কাজেই $\dfrac{\sin\theta}{\theta_0} = \dfrac{\sin\theta'}{\theta'_0}$

সুতরাং এক্ষেত্রেও সাইনের সর্ত সিদ্ধ হয়েছে। কাজেই ভাইয়েরষ্ট্রাসের বিন্দুর জন্য গোলীয় প্রতিসারক তল অ্যাপ্লানাটিক।

কোনও লেন্সের ক্ষেত্রে কি গোলাপেরণ ও কোমা একই সঙ্গে কমিয়ে আনা যায়? বিশদ বিশ্লেষণ থেকে দেখা যায় যে

$$|A_r| = \frac{\beta r^2}{f^2}\left[G\left(\frac{2f}{u}-1\right)+Wq\right] \tag{5.59}$$

$$G = \frac{3(2n+1)}{4n} \quad ও \quad W = \frac{3(n+1)}{4n(n-1)}$$

যখন $q = -\frac{G}{W}\left(\frac{2f}{u}-1\right)$ তখন $r$ যাই হোক না কেন $|A_r| = 0$ হবে অর্থাৎ কোমা লোপ পাবে। আপতিত রশ্মিগুচ্ছ সমান্তরাল হলে (অর্থাৎ $u = \infty$ হলে) $q = \frac{G}{W} = \frac{(2n+1)(n-1)}{n+1}$ আকৃতির লেন্সে কোমা থাকবে না ($s_2 = 0$ হবে)।

যখন $n = 1.5$

$$q(s_2 = 0) = 0.8$$

এবং ন্যূনতম গোলাপেরণ হবে $q = 0.71$ এতে।

এবং যখন $n = 2.0$

$$q(s_2 = 0) = 1.67$$

এবং ন্যূনতম গোলাপেরণ হবে $q = 1.5$ এতে।

দেখা যাচ্ছে যে, যে আকৃতিতে কোমা লোপ পায় সেই আকৃতিতে গোলাপেরণ প্রায় ন্যূনতম। কাজেই **ঠিকমত আকৃতি নিয়ে গোলাপেরণ ন্যূনতম করতে পারলে সঙ্গে সঙ্গে কোমাও প্রায় লোপ পায়** এবং এজন্য আলাদা করে কিছু করতে হয় না।

### 5.3.5 বিষমদৃষ্টি ও বক্রতা দূরীকরণের সম্ভাব্যতা

§ 5.2.3d-তে আমরা দেখেছি যে কোন সমকেন্দ্রিক সীমিত আলোকগুচ্ছ যে কোন অপটিক্যাল তন্ত্রের মধ্য দিয়ে যাবার পর দুটি প্রায় সরল ফোকাল রেখার (নিরক্ষ ফোকাল রেখা ও কোদণ্ড ফোকাল রেখা) মধ্য দিয়ে যায়। এই ফোকাল রেখাগুলির দৈর্ঘ্য বা দুটি ফোকাল রেখার মধ্যে দূরত্ব এ দুটির যে কোন একটিকে দিয়ে বিষমদৃষ্টির পরিমাপ করা যায় কেননা যখন এই দূরত্ব কমে তখন ফোকাল রেখার দৈর্ঘ্যও কমে। তবে, ফোকাল রেখার দৈর্ঘ্য উন্মেষের উপরও নির্ভর করে বলে ফোকাল রেখার মধ্যে দূরত্বকেই বিষমদৃষ্টির পরিমাপক

হিসাবে নেওয়া বাঞ্ছনীয়। এই ফোকাল রেখা দুটির মধ্যে দূরত্ব $\delta l$ হলে, যখন $\delta l = 0$ হবে তখন বিষমদৃষ্টি লোপ পাবে ($s_s = 0$ হবে)। $\delta l$ কতখানি তা জানতে হলে জানতে হবে এই দুটি ফোকাল রেখা কোথায় হচ্ছে। প্রথমে একটি গোলীয় তলে প্রতিসরণের বিষয়টি বিবেচনা করা যাক।

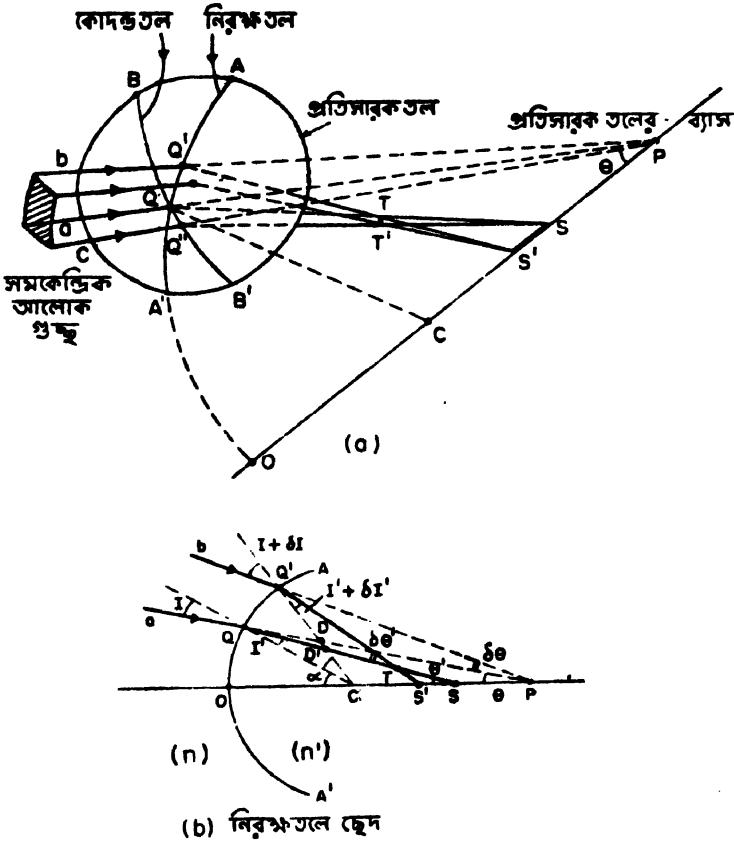



Fig. 5.32

যে সমস্ত রশ্মি আলোক অক্ষের সঙ্গে একই কোণ $\theta$ করে আপাতিত হয়েছে (Fig. 5.32 a), যেমন $a$ ও $c$ রশ্মি, তারা প্রতিসরণের পর অক্ষের উপর $S$ বিন্দুতে মিলিত হবে। কোদণ্ড ফোকাল রেখা এই $S$ বিন্দুতেই অবস্থিত। ধরা যাক $I$ ও $I'$ যথাক্রমে $Q$ বিন্দুতে আপতন ও প্রতিসরণ কোণ (Fig. 5.32b)।

$$\overline{QP} = u, \ \overline{QS} = v_s, \ \overline{QC} = R \text{ এবং } \overline{QT} = v_t \text{ ।}$$

$$\Delta QCP = \Delta QCS + \Delta QSP$$

অতএব $Ru \sin I = Rv_s \sin I' + uv_s \sin (I - I')$

বা $Ru \sin I = Rv_s \sin I' + uv_s(\sin I \cos I' - \cos I \sin I')$

$Ruv_s$ দিয়ে ভাগ করে সাজালে,

$$\frac{\sin I}{v_s} - \frac{\sin I'}{u} = \frac{1}{R} [\sin I \cos I' - \cos I \sin I']$$

কিন্তু $n \sin I = n' \sin I'$

সুতরাং $$\frac{n' \sin I'}{n\, v_s} - \frac{\sin I'}{u} = \frac{1}{R}\left[\frac{n' \sin I'}{n} \cos I' - \cos I \sin I'\right]$$

অতএব $$\frac{n'}{v_s} - \frac{n}{u} = \frac{1}{R}[n' \cos I' - n \cos I] \qquad (5.60)$$

এটা কোনও ফোকাস বিন্দুর অনুবন্ধী দূরত্বের সমীকরণ। এবার $u$ ও $v$-র মধ্যে সম্বন্ধ নির্ণয় করতে হবে। $Q$ বিন্দুতে স্নেলের সূত্রের অন্তরকলন করলে

$$n' \cos I' \,\delta I' = n \cos I \,\delta I$$

Fig. 5.32(b) থেকে

$$I + \delta\alpha = (I + \delta I) + \delta\theta \qquad [\triangle QCD \text{ ও } \triangle Q'PD \text{ থেকে}]$$

অর্থাৎ $$\delta I = \delta\alpha - \delta\theta \qquad (5.62)$$

এবং $$I' + \delta\alpha = (I' + \delta I') + \delta\theta' \qquad [\triangle QCD' \text{ ও } \triangle Q'D'T \text{ থেকে}]$$

বা $$\delta I' = \delta\alpha - \delta\theta' \qquad (5.63)$$

ধরা যাক $QQ' = \delta h$

সুতরাং $$\delta\alpha = \frac{\delta h}{R}$$

$$\delta\theta = (\delta h) \frac{\cos I}{u}$$

$$\delta\theta' = (\delta h) \frac{\cos I'}{v_t}$$

অতএব $\delta I = \delta h \left(\frac{1}{R} - \frac{\cos I}{u}\right)$ এবং $\delta I' = \delta h \left(\frac{I}{R} - \frac{\cos I'}{v_t}\right)$

কাজেই $$n \cos I \left(\frac{1}{R} - \frac{\cos I}{u}\right) = n' \cos I' \left(\frac{1}{R} - \frac{\cos I'}{v_t}\right)$$

অর্থাৎ $$\frac{n' \cos^2 I'}{v_t} - \frac{n \cos^2 I}{u} = \frac{1}{R}(n' \cos I' - n \cos I)$$

(5.64)

এটি হল নিরক্ষ ফোকাল রেখার অনুবন্ধী দূরত্বের সমীকরণ। এই যে দুটি ফোকাল রেখা পাওয়া যায়, তারা ঠিক প্রতিবিম্ব নয়। সেজন্য সাধারণ ভাবে অনেকগুলি প্রতিসারক তল থাকলে $n$তম মাধ্যমের ফোকাল রেখাদ্বয়কে $(n-1)$ তম মাধ্যমের ফোকাল রেখার প্রতিবিম্ব ধরে নির্ণয় করা যাবে না। তবে প্রতিসম অপটিক্যাল তন্ত্রের বেলায় যেখানে প্রতিটি প্রতিসারক (বা প্রতিফলক) তল একই অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম সেখানে এটা সম্ভব। গোলীয় পাতলা লেন্সের দুটি তল একই অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম সুতরাং এক্ষেত্রে চূড়ান্ত ফোকাল রেখাদ্বয়কে নির্ণয় করতে গেলে পরপর প্রতিটি তলে উপরের সমীকরণগুলি ব্যবহার করতে হবে।

প্রথমে দেখা যাক, **একটি পাতলা অপটিক্যাল তন্ত্রে** বিষমদৃষ্টি দূর করা যায় কি না। একটি পাতলা লেন্স নেওয়া হল যার আলোক কেন্দ্রের তলে উন্মেষ সীমিত করবার জন্য একটি রোধক (stop) দেওয়া আছে। এটি একটি পাতলা অপটিক্যাল তন্ত্র। রোধকটি আলোক কেন্দ্রে না নিয়ে অক্ষের উপর অন্য কোথাও নেওয়া হলে সমবায়টিকে আর পাতলা অপটিক্যাল তন্ত্র বলে গণ্য করা চলত না। আলোক কেন্দ্রে রোধক দেওয়াতে সমস্ত আলোক রশ্মিগুচ্ছ আলোক কেন্দ্র দিয়ে যাবে এবং তাদের উন্মেষ ছোট হবে। অতএব আগম ও নির্গম তলে একই আলোকরশ্মি সমান কোণ করবে।

**কোদণ্ড ফোকাল রেখার ক্ষেত্রে,**

প্রথমতলে প্রতিসরণে, $\dfrac{n}{v_{s1}}-\dfrac{1}{u}=\dfrac{1}{R_1}\,(n\cos I'-\cos I)$

দ্বিতীয়তলে প্রতিসরণে, $\dfrac{1}{v_{s2}}-\dfrac{n}{v_{s1}}=\dfrac{1}{R_2}\,(\cos I-n\cos I')$

সমীকরণ দুটি যোগ করলে

$$\frac{1}{v_{s2}}-\frac{1}{u}=(n\cos I'-\cos I)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{1}{f_1}$$

$$\frac{1}{f}\left(\frac{n\cos I'-\cos I}{n-1}\right) \tag{5.65}$$

(5.65) হল এমন একটি পাতলা লেন্সের অনুবন্ধী দূরত্বের সমীকরণ যার ফোকাস দূরত্ব

$$f_1=f\,\frac{n-1}{n\cos I'-\cos I}$$

$f_1$ আপতিত কোণ $I$ বদলালে বদলে যায়। সব সময়েই $f_1 < f'$ ; $f_1 = f'$ হয় কেবলমাত্র $I = 0$ তে।

## নিরক্ষ ফোকাল রেখার ক্ষেত্রে,

প্রথম তলে প্রতিসরণে, $\dfrac{n \cos^2 I'}{v_{t1}} - \dfrac{\cos^2 I}{u} = \dfrac{1}{R_1} (n \cos I' - \cos I)$

দ্বিতীয় তলে প্রতিসরণে, $\dfrac{\cos^2 I}{v_{t2}} - \dfrac{n \cos^2 I'}{v_{t1}} = \dfrac{1}{R_2} (\cos I - n \cos I')$

অতএব $$\frac{1}{v_{t2}} - \frac{1}{u} = \frac{(n \cos I' - \cos I)}{\cos^2 I} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \tag{5.66}$$

$$= \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f'} \left( \frac{n \cos I' - \cos I}{(n-1) \cos^2 I} \right) \tag{5.67}$$

এক্ষেত্রেও ফোকাস দৈর্ঘ্য $f_2$, আপতন কোণ $I$ বদ্‌লালে বদ্‌লে যায় এবং $f_2 < f'$ কেবলমাত্র $I = 0$ ছাড়া। $I = 0$ তে $f_2 = f'$। সব অবস্থাতেই

$$f_2 < f_1 < f'$$

যে কোন আপতন কোণে $f_2$ এবং $f_1$ সমীকরণ (5.65) ও (5.67) থেকে সহজেই পাওয়া যাবে। কাজেই $v_{t2}$ ও $v_{s2}$ সমীকরণ (5.64) ও (5.66) থেকে পাওয়া যাবে। $v_{t2} \sim v_{s2}$ এই অন্তর হল বিষমদৃষ্টির পরিমাপক। এই অন্তরটি শূন্য হলে বিষমদৃষ্টিও লোপ পাবে।

দেখা যাচ্ছে যে নিরক্ষ তল ও কোদণ্ড তল দুটিই বক্র। আমরা জানি যে (§ 5.2.3*e*) বিষমদৃষ্টি থাকলে এই দুই তলের বক্রতা পেৎসভাল্ তলের

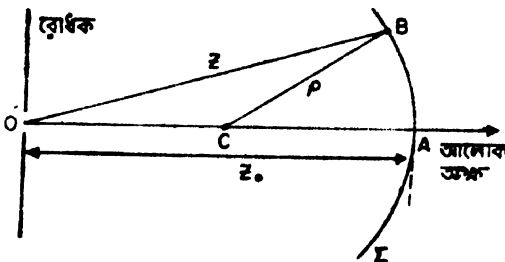



Fig. 5.33

বক্রতা থেকে পৃথক। বিষমদৃষ্টি কি অবস্থায় দূর করা যেতে পারে সেটা অনুধাবন করবার জন্য প্রথমে এই তলগুলির বক্রতা নির্ণয় করা যাক।

Fig. 5.33 তে $OA$ আলোক অক্ষ। $O$ বিন্দুতে রোধক। $OB$ যে কোন আলোকরশ্মি, $I$ কোণে আপাতিত। $\Sigma$ তলের বক্রতা নির্ণয় করতে হবে। $\overline{OB}=z$, $\overline{OA}=z_0$, $\overline{CA}=\rho$ বক্রতা ব্যাসার্ধ ( এই বইতে বক্রতা ব্যাসার্ধ মাপবার পদ্ধতি হল তল থেকে কেন্দ্র বিন্দু পর্যন্ত, এখানে যা নেওয়া হল তার ঠিক বিপরীত। পরে আবার আমরা এটা ঠিক করে নেব)।

$$\rho^2 = z^2 + (z_0 - \rho)^2 - 2z(z_0 - \rho)\cos I$$

$$\cos I \simeq \left(1 - \frac{I^2}{2}\right)$$

অতএব $\rho^2 = [z - (z_0 - \rho)]^2 + z(z_0 - \rho)\, I^2$

$$\rho \simeq z - (z_0 - \rho) + \frac{z(z_0 - \rho)\, I^2}{2\rho} \quad \text{কেননা } \rho > (z - z_0)$$

বা, $\rho z_0 - \rho z = \frac{I^2}{2}\,(z z_0 - z\rho)$

$z z_0 \rho$ দিয়ে ভাগ করলে,

$$\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{z_0}\right) = \frac{I^2}{2}\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{z_0}\right) \tag{5.68}$$

এই সমীকরণ থেকে $I$, $z$, $z_0$ ($I=0$ তে $z$) জানা থাকলে বক্রতা $\frac{1}{\rho}$ জানা যাবে।

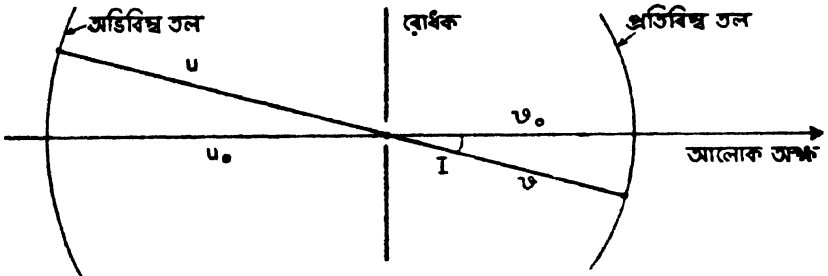



Fig. 5.34

এখানে অভিবিম্ব তল আলোক অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম নেওয়া হল (এই তলটি আলোক অক্ষের সঙ্গে উল্লম্ব সমতল হলে তার বক্রতা ব্যাসার্ধ $\rho = \infty$ হবে)।

অতএব কোনও ফোকাল তলের জন্য

$$\frac{1}{v_{s2}}-\frac{1}{u}=\frac{1}{f'}\left(\frac{n\cos I'-\cos I}{n-1}\right)$$

$$=\frac{1}{f'}\left[n\left(1-\frac{I^2}{2n^2}\right)-\left(1-\frac{I^2}{2}\right)\right]\Big/(n-1)$$

কেননা $I \simeq nI'$

$$=\frac{1}{f'}+\frac{I^2}{2nf'}$$

একইভাবে, নিরক্ষ ফোকাল তলের জন্য

$$\frac{1}{v_{t2}}-\frac{1}{u}=\frac{1}{f'}+\frac{I^2}{2nf'}(2n+1) \tag{5.69}$$

কিন্তু অক্ষের উপর

$$\frac{1}{v_{s0}}-\frac{1}{u_0}=\frac{1}{v_{t0}}-\frac{1}{u_0}=\frac{1}{f'} \tag{5.70}$$

অতএব $\left(\frac{1}{v_{s2}}-\frac{1}{v_{s0}}\right)-\left(\frac{1}{u}-\frac{1}{u_0}\right)=\frac{I^2}{2nf'}$

এবং $\left(\frac{1}{v_{t2}}-\frac{1}{v_{t0}}\right)-\left(\frac{1}{u}-\frac{1}{u_0}\right)=\frac{I^2}{2nf'}(2n+1)$ (5.71)

$\left(\frac{1}{v_{s2}}-\frac{1}{v_{s0}}\right)$, $\left(\frac{1}{v_{t2}}-\frac{1}{v_{t0}}\right)$ এবং $\left(\frac{1}{u}-\frac{1}{u_0}\right)$ যে তিনটি তল নির্দেশ করছে ধরা যাক তাদের বক্রতা ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $\rho_s$, $\rho_t$ ও $\rho$। তাহলে (5.68) থেকে $\left(\frac{1}{v_{s2}}-\frac{1}{v_{s0}}\right)=\frac{I^2}{2}\left(\frac{1}{\rho_s}-\frac{1}{v_{s0}}\right)$ ইত্যাদি।

এবং (5.71) থেকে

$$\left(\frac{1}{\rho_s}-\frac{1}{v_{s0}}\right)-\left(\frac{1}{\rho}-\frac{1}{u_0}\right)=\frac{1}{nf'}$$

বা $\frac{1}{\rho_s}-\frac{1}{\rho}=\frac{1}{nf'}+\left(\frac{1}{v_{s0}}-\frac{1}{u_0}\right)=\frac{1}{nf'}+\frac{1}{f'}$

$$=\frac{1}{f'}\left(1+\frac{1}{n}\right)$$

এবং $\frac{1}{\rho_t}-\frac{1}{\rho}=\frac{1}{f'}\left(3+\frac{1}{n}\right)$

$\rho$ এর ক্ষেত্রে আমাদের সংকেতের প্রথা প্রয়োগ করলে

$$\frac{1}{\rho_s}-\frac{1}{\rho}=-\frac{1}{f'}\left(1+\frac{1}{n}\right) \text{ এবং } \frac{1}{\rho_t}-\frac{1}{\rho}=-\frac{1}{f'}\left(3+\frac{1}{n}\right) \tag{5.72}$$

অভিবিম্ব তল উল্লম্ব ও সমতল হলে ($\rho=\infty$) কোনও তল ও নিরক্ষতলের বক্রতা হবে,

$$\frac{1}{\rho_s}=-\frac{1}{f'}\left(1+\frac{1}{n}\right) \text{ এবং } \frac{1}{\rho_t}=-\frac{1}{f'}\left(3+\frac{1}{n}\right) \quad (5.73)$$

অনেকগুলি পাতলা লেন্স (দ্বিতীয় ফোকাল দৈর্ঘ্য $f_1$, $f_2$……এবং মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক $n_1$, $n_2$……) পরপর সাজিয়ে যদি একটি সংলগ্ন সমবায় হয় এবং রোধকটি যদি আলোক কেন্দ্রে রাখা হয় তবে সমবায়টিও একটি পাতলা অপটিক্যাল তন্ত্র হবে। এক্ষেত্রে

$$\frac{1}{\rho_s}=\sum-\frac{1}{f_i'}\left(1+\frac{1}{n_i}\right)=-K+\sum-\frac{1}{f_i'n_i}$$

$$\text{এবং } \frac{1}{\rho_t}=\sum-\frac{1}{f'_i}\left(3+\frac{1}{n_i}\right)=-3K+\sum-\frac{1}{f_i'n_i} \quad (5.74)$$

পাতলা অপটিক্যাল তন্ত্রে (সীমিত উন্মেষে) বিষমদৃষ্টি তখনই দূর হবে যখন $\frac{1}{\rho_s}=\frac{1}{\rho_t}$ অর্থাৎ যখন $K=0$ ; এক্ষেত্রে ফোকাল তলের বক্রতা হবে $\frac{1}{\rho_p}=\frac{1}{\rho_s}=\frac{1}{\rho_t}=\sum-\frac{1}{f_i'n_i}$।

দুটি বিভিন্ন মাধ্যমের একটি অভিসারী ও একটি অপসারী লেন্স নিলে, বিষমদৃষ্টি থাকবে না, যখন

$$K_1+K_2=0$$

পাতলা অপটিক্যাল তন্ত্রে ফোকাল তলের বক্রতা (বিষমদৃষ্টি না থাকলে)

$$\frac{1}{\rho_p}=\frac{1}{\rho_s}=\frac{1}{\rho_t}=\sum-\frac{1}{n_if_i'}=\sum-\frac{K_i}{n_i}$$

প্রতিবিম্বতলের বক্রতা তখনই দূর হবে যখন $\sum-\frac{K_i}{n_i}=0$ (5.75)

বক্রতা দূর হবার এই সর্তটিকে **পেৎস্ভালের সর্ত** (Petzval condition) বলে।

দুটি পাতলা লেন্সের উপরোক্ত সমবায়ে বক্রতা দূর করতে গেলে

$$\frac{K_1}{n_1}+\frac{K_2}{n_2}=0 \text{ হতে হবে}$$

$$\text{অর্থাৎ } K_1\left(\frac{1}{n_1}-\frac{1}{n_2}\right)=0 \text{ হতে হবে।}$$

এটা একমাত্র সম্ভব যখন $n_1 = n_2$। সে ক্ষেত্রে দুটি লেন্স মিলে একই মাধ্যমের একটি লেন্স হয়ে যাবে। **অতএব পাতলা অপটিক্যাল তন্ত্রে** (রোধক আলোক কেন্দ্রে) **বিষমদৃষ্টি ও বক্রতা দুটোই এক সঙ্গে দূর করা যাবে না।**

বিশদ বিশ্লেষণ থেকে দেখা যায় যে **পুরু অপটিক্যাল তন্ত্রে বিষমদৃষ্টি এবং বক্রতা দুটোই একসঙ্গে দূর করা সম্ভব।** এক্ষেত্রে,

(i) রোধকটিকে আলোককেন্দ্রে রাখলে হবে না। অন্যত্র কোথাও বসাতে হবে। ফলে লেন্সের মধ্য দিয়ে যে সব আলোকরশ্মি যাবে তাদের আপতন কোণ ও নির্গম কোণ এক থাকবে না।

(ii) রোধক এক জায়গায় বসিয়ে অভিবিম্বের সব অবস্থানে বিষমদৃষ্টি দূর করা সম্ভব নয়। রোধকের অবস্থান নির্দিষ্ট করে দিলে অভিবিম্বের অবস্থানও নির্দিষ্ট হয়ে যাবে।

(iii) যদি বিষমদৃষ্টি না থাকে তবে প্রতিবিম্ব তলের অক্ষবিন্দুর কাছে বক্রতা লোপ পাবে যখন পেৎসভালের সর্তটি পূর্ণ হবে, অর্থাৎ যখন

$$\sum \frac{K_i}{n_i} = 0$$

একটি মেনিসকাস বা উভ-উত্তল লেন্সের সামনে বা পিছনে উপযুক্ত স্থানে একটি রোধক বসিয়ে (এটি একটি পুরু অপটিক্যাল তন্ত্র) বিষমদৃষ্টি ও বক্রতা অনেকাংশে দূর করা যায়।

**Fig.** 5.35-এ একটি মেনিসকাস্ লেন্স একটি রোধকের পিছনে বসানো হয়েছে। লেন্সের অবতল দিকটি রোধকের দিকে।

রোধকটি লেন্সের আলোক কেন্দ্রে রাখলে অভিবিম্ব তলের $P$ বিন্দু থেকে $b$ রশ্মিটি লেন্সের ভিতর দিয়ে যেত। এক্ষেত্রে আপতন কোণ হত $\theta_1$। রোধকটি লেন্স থেকে কিছু দূরে রাখায় $P$ বিন্দু থেকে $a$ রশ্মিটি লেন্সের মধ্য দিয়ে যাচ্ছে। এস্থলে আপতন কোণ $\theta$। $\theta < \theta_1$। অর্থাৎ কোন বিন্দু থেকে লেন্সে **আপতিত আলোকরশ্মির আপতন কোণ কমেছে।** ফলে প্রতিবিম্ব তলের বক্রতা কমবে।

রোধক দেওয়ার ফলে কোন একটি বিন্দু থেকে লেন্সে যে আলোক-রশ্মিগুচ্ছ আপতিত হচ্ছে তার উন্মেষ ছোট হচ্ছে, একই বিন্দু থেকে লেন্সে

বিভিন্ন আপতন কোণে আলো পড়ছে না, বিভিন্ন বিন্দু থেকে আলো লেন্সের বিভিন্ন জায়গায় পড়ছে। এইসব কারণে লেন্সের আকৃতি ঠিকমত নিয়ে এবং

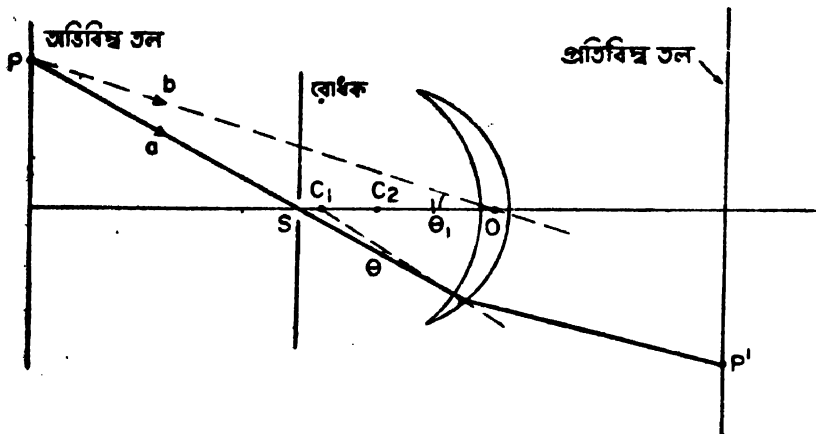



Fig. 5.35. মেনিস্‌কাস লেন্স, সামনে রোধক।

এক্ষেত্রে $\theta < \theta_1$ ।

রোধকটি উপযুক্ত স্থানে বসিয়ে বিষমদৃষ্টি ও বক্রতা দুটিই কমিয়ে ফেলা সম্ভব।

**5.3.6 বিকৃতি দূরীকরণের সম্ভাব্যতা : এয়ারির সর্ত (Airy's condition)।**

অভিবিম্বের একটি বিন্দুর জন্য প্রতিবিম্বে একটি মাত্র বিন্দু পেলেই যে প্রতিবিম্বটি অভিবিম্বের সদৃশ হবে তার কোন কথা নেই। বিস্তৃত প্রতিবিম্বে বক্রতা ও বিকৃতি দুইই থাকতে পারে। প্রতিবিম্ব তলে অনাবশ্যক বক্রতা আসতে পারে দুকারণে, বিষমদৃষ্টি ও ক্ষেত্রের বক্রতার (field curvature) জন্য। আমরা § 5.3.5-এ দেখেছি যে যদিও মোট বক্রতা দূর করবার সম্ভাবনা একটিমাত্র সর্তসাপেক্ষ নয় তবুও পুরু অপটিক্যাল তন্ত্রে এই দুটি দোষই মোটামুটি ভাবে দূর করা সম্ভব। বাকী রইল বিকৃতি। কখন প্রতিবিম্ব অবিকৃত হবে তা সহজেই নির্ণয় করা যায়।

ধরা যাক যে বক্রতা নেই। অর্থাৎ অনুলম্ব তল *AB*র অনুবন্ধী তল *A'B'* ও অনুলম্ব। আপতিত রশ্মির উন্মেষ আগম নেত্র *n* ( পরিচ্ছেদ 7 দ্রষ্টব্য )

এর জন্য সীমিত হয়েছে। নির্গম রশ্মি এই নেত্রের অনুবন্ধী অর্থাৎ নির্গম নেত্র $\pi'$ দিয়ে গিয়েছে। যদি প্রতিবিম্বে বক্রতা ও বিকৃতি না থাকে

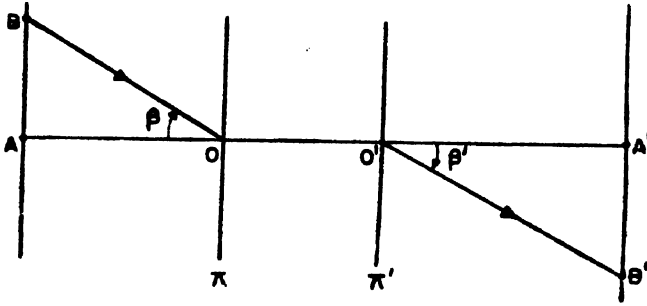



Fig. 5.36

তবে $AB$ ও $A'B'$ তাদের নিজস্ব তলগুলিতে যে ভাবেই থাকুক না কেন $AB$ ও $A'B'$ সদৃশ হবে। অর্থাৎ বিবর্ধন $m = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ = ধ্রুবক।

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \tan(\pi - \beta) = -\tan\beta$$

এবং $$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{O'A'}} = -\tan\beta'$$

অতএব

$$m = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \left(\frac{\overline{O'A'}}{\overline{OA}}\right)\left(\frac{\tan\beta'}{\tan\beta}\right) = \text{ধ্রুবক} \tag{5.76}$$

এই সর্ত পূর্ণ হলে বিকৃতি থাকবে না। বিকৃতি বিহীন প্রতিবিম্বকে **অর্থস্কোপিক** (orthoscopic) প্রতিবিম্ব এবং তেমন তন্ত্রকে **অর্থস্কোপিক তন্ত্র** বলে। (5.76) এর সর্তটিকে **এয়ারির সর্ত** (Airy's condition) বা অর্থস্কোপিক হবার সর্ত বলে।

যখন আগম নেত্র এবং নির্গম নেত্রের অবস্থান আলোকরশ্মির নতির (inclination) উপর নির্ভর করে না অর্থাৎ যখন নেত্রের অপেরণ (pupil aberration) নেই তখন

$$\frac{\overline{O'A'}}{\overline{OA}} = \text{ধ্রুবক}$$

এবং $$\frac{\tan\beta'}{\tan\beta} = \text{ধ্রুবক}$$ ( এয়ারির সংশোধিত সর্ত বা ট্যানজেন্টের সর্ত )

যদিও এই সর্তটি হার্শেলের সর্ত এবং অ্যাবের সাইনের সর্তের সঙ্গে সঠিকভাবে সুসংগত নয় তবু ব্যবহারিক দিক থেকে বিচার করলে অনেকখানি উন্মেষ পর্যন্ত কার্যতঃ তাদের মধ্যে অসংগতি খুবই কম। কাজেই এমন অপটিক্যাল তন্ত্র নির্মাণ করা সম্ভব যেটাতে এই তিনটি সর্তই মোটামুটিভাবে সিদ্ধ।

একক পাতলা লেন্সে বিকৃতি প্রায় নেই বললেই চলে। তবে অন্যান্য অপেরণগুলির সবকটিকে একই সঙ্গে পাতলা লেন্সে দূর করা সম্ভব নয়। পাতলা লেন্সের একেবারে গা ঘেঁষে একটি রোধক রাখলে ( কার্যতঃ রোধকটি

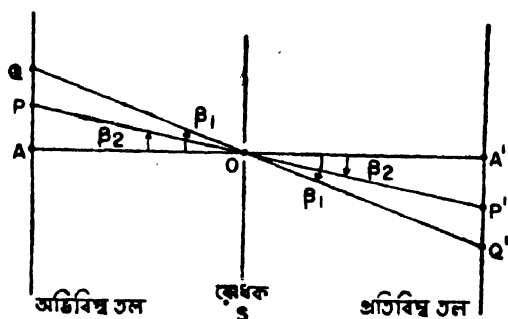



Fig. 5.37

লেন্সের আলোক কেন্দ্রে অবস্থিত হল ) আপতন কোণ ও নির্গম কোণ এক হবে এবং ট্যানজেন্টের সর্তটি সিদ্ধ হবে (Fig. 5.37)। বিকৃতি না থাকলেও এক্ষেত্রে যথেষ্ট বিষমদৃষ্টি থাকবে। একটি পাতলা লেন্সের সামনে বা পিছনে

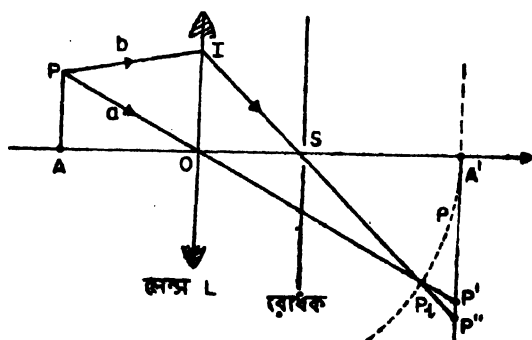



Fig. 5.38

কোন জায়গায় রোধকটি রাখলে প্রতিবিম্বে বিকৃতি ঘটবে। লেন্স $L$ এর সামনে অভিবিম্ব তলে $P$ একটি বিন্দু (Fig. 5.38)। $p$ তলটি ন্যূনতম

প্রান্তির তল। ধরা যাক তলটিতে বক্রতা রয়েছে। $P$ বিন্দুর প্রতিবিম্বটি $p$ তলে $P_1$ এ হয়েছে। একটি রোধক যদি আলোককেন্দ্র $O$ তে রাখা হত তবে $P$ বিন্দু থেকে $a$ রশ্মি বরাবর আলোকগুচ্ছ লেন্সের মধ্য দিয়ে যেত, প্রতিবিম্বটি হত $P'$ বিন্দুতে। $AP$ অভিবিম্বের প্রতিবিম্ব হত $A'P'$ এবং প্রতিবিম্বে বিকৃতি থাকত না। রোধকটি লেন্সের পিছনে $S$ বিন্দুতে রাখলে $P$ বিন্দু থেকে লেন্সের মধ্য দিয়ে আলোকগুচ্ছ, $b$ রশ্মি বরাবর যেত এবং প্রতিবিম্ব হত $P''$ এ।

$$A'P'' > A'P'$$

**লেন্সের পিছনে রোধক রাখলে সেজন্য প্রতিবিম্বে পিনকুশনবৎ বিকৃতি দেখা দেবে। অনুরূপভাবে, লেন্সের সামনে রোধকটি রাখলে প্রতিবিম্বে পিপেবৎ বিকৃতি দেখা দেবে।**

পুরু অপটিক্যাল তন্ত্রে কি করে বিকৃতি দূর করা সম্ভব তা উপরের আলোচনা থেকেই বোঝা যাচ্ছে। যদি দুটি অনুরূপ লেন্সের ঠিক মাঝখানে একটি রোধক ব্যবহার করা যায় তবে এই **প্রতিসম যুগ্মটি** (symmetrical doublet) (Fig. 5.39) একক বিবর্ধনের অবস্থায় বিকৃতিমুক্ত হবে। অন্য বিবর্ধনের বেলায় এমনভাবে রোধকটি দুটি লেন্সের মধ্যে রাখতে হবে যাতে ট্যানজেন্টের সর্তটি সিদ্ধ হয়। দুটি লেন্সের মাঝখানে একটি রোধক না রেখে লেন্স সমবায়ের সামনে একটি ও পিছনে আর একটি রোধক রেখেও বিকৃতি দূর করা সম্ভব।

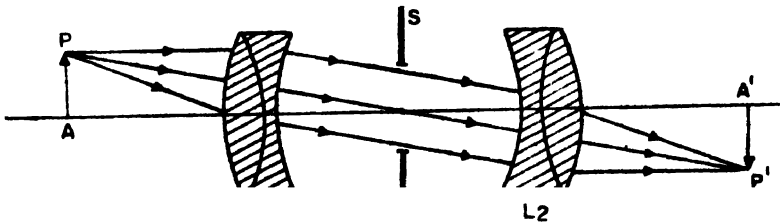



Fig. 5.39

এই অধ্যায়ে বিভিন্ন রকমের অপেরণ দূরীকরণের সম্ভাব্যতা সংক্ষেপে আলোচনা করা হল। এই আলোচনা থেকে সবচেয়ে মূল্যবান যে তথ্যটি জানা গিয়েছে তা হল সব অপটিক্যাল তন্ত্রেই (তা সরলই হোক বা জটিলই

হোক) নানা ধরণের অপেরণ থাকা সম্ভব এবং কোন ভাবেই তাদের সবগুলিকেই একই সঙ্গে সম্পূর্ণভাবে দূর করা যায় না। কোন কোন অপেরণ দূর করতেই হবে আর কোনগুলি খুব বেশী না হলেও চলবে, তা নির্ভর করে অপটিক্যাল তন্ত্রটি কোন কাজে ব্যবহার করা হবে তার উপর। অভিলক্ষ্যে (objectives) গোলাপেরণ, কোমা ও বর্ণাপেরণ থাকলে চলবে না, আবার অভিনেত্রে (eye pieces) বিষমদৃষ্টি, বক্রতা, বিকৃতি এবং বর্ণাপেরণ যত মারাত্মক, অন্যগুলি ততটা নয়।

## পরিচ্ছেদ 6

# মানব চক্ষু (The human eye)

—"মোর চক্ষে এ নিখিলে
দিকে দিকে তুমিই লিখিলে
রূপের তুলিকা ধরি রসের মূরতি।"

রবীন্দ্রনাথ

মানুষের চোখ এক অনবদ্য সৃষ্টি। বহির্বিশ্বের সঙ্গে আমাদের পরিচয়ের অনেকটাই চোখের মাধ্যমে। চোখের গঠনপ্রণালী এবং তার কার্যপদ্ধতি খুবই জটিল। এ সম্বন্ধে কোন সুস্পষ্ট ও সম্পূর্ণ ধারণা করা এখনও সম্ভব হয়নি।

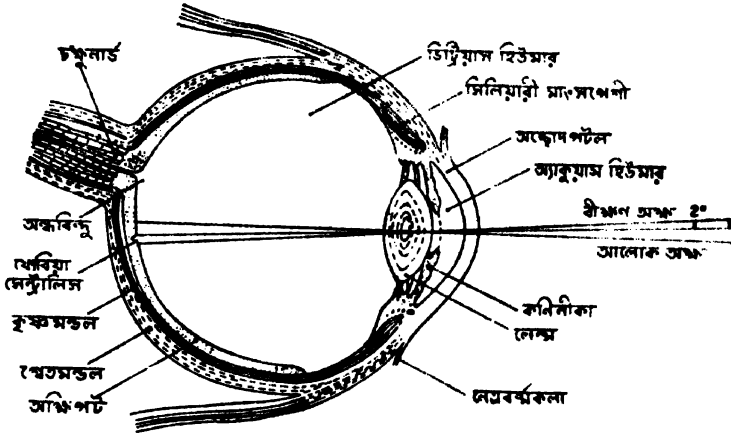



Fig. 6.1 মানুষের চোখ

সেজন্য বিতর্কিত বিষয়গুলিতে না গিয়ে জ্যামিতীয় আলোক বিজ্ঞানের দৃষ্টিকোণ থেকে আমরা চোখের বিষয়টি পর্যালোচনা করব।

### 6.1 চোখের গঠন (structure of the eye)

Fig. 6.1-এ মানুষের চোখের একটি ছেদ দেখানো হয়েছে। চোখের

আকার প্রায় গোল। একটা কোটরের ভিতর এটা বসানো কোটরের ভিতর থেকে বাইরে নিয়ে এসে মাপলে দেখা যায় যে

| | | |
|---|---|---|
| সামনা পিছু বরাবর দৈর্ঘ্য | ... | 24.2 mm |
| অনুভূমিক আড়াআড়ি দৈর্ঘ্য | ... | 24.0 mm |
| উল্লম্ব আড়াআড়ি দৈর্ঘ্য | ... | 23.6 mm |
| ওজন | ... | 7.0 gm |
| আপেক্ষিক গুরুত্ব (মোটামুটিভাবে গড় মান) | | 1.03 |

এই গড় মানগুলি থেকে একটা মোটামুটি ধারণা করা সম্ভব হলেও সব চোখই এক মাপের নয়। মানুষে মানুষে চোখ বড় ছোট হয়। শরীরের অন্যান্য অংশের তুলনায় চোখ অনেক তাড়াতাড়ি বেড়ে ওঠে এবং প্রায় আট বছরের মধ্যেই চোখ প্রায় পরিপূর্ণতা লাভ করে। অবশ্য চোখের বিভিন্ন অংশে বয়সের সঙ্গে সঙ্গে অল্পস্বল্প পরিবর্তন হতে পারে; যে জন্য বয়স বাড়লে দীর্ঘদৃষ্টি ও স্বল্পদৃষ্টি ইত্যাদি উপসর্গ দেখা দেয়।

**অক্ষিগোলক** (eyeball) পর পর অনেকগুলি আবরণের দ্বারা সংবদ্ধ। সবচেয়ে বাইরের আবরণটি সাদা, অস্বচ্ছ, পুরু ও মজবুত। এটাকে **শ্বেতমণ্ডল** (sclera) বলে। সামনের দিকে এটা একটু পাতলা হয়ে এসেছে, **অক্ষবিন্দুর** (pole) কাছাকাছি এর বক্রতা সবচেয়ে বেশী। এই অংশটার নাম **অচ্ছোদ-পটল** (cornea)। যতক্ষণ চোখের জলে অচ্ছোদপটল সিক্ত থাকে ততক্ষণই এটা স্বচ্ছ থাকে। আর চোখের জলকে অচ্ছোদপটলের উপর সমানভাবে ছড়িয়ে দেবার জন্যই আমাদের চোখের পাতা (eyelids) ক্রমাগত পিট্‌পিট্ করে। চোখে ধুলো পড়লে বা কোন অস্বস্তি ঘটলে **অশ্রুনিঃসারণকারী গ্রন্থি** (lachrymal glands) থেকে চোখের জল আরোও বেশী করে ঝরতে থাকে।

শ্বেতমণ্ডলের পরবর্তী ভিতরের দিকের পাতলা আবরণটি হল **কৃষ্ণমণ্ডল** (choroid)। প্রচুর রক্তসঞ্চালনের জন্য এই আবরণটি চোখের তাপ নিরোধক হিসাবে কাজ করে। স্বাভাবিক চোখে কৃষ্ণমণ্ডল পর্যাপ্ত পরিমাণ গাঢ় কালো রংএ রঞ্জিত। অক্ষিগোলকের ভিতরের মাধ্যমে যে আলো বিচ্ছুরিত হয় এই স্তর তা শোষণ করে নেয়; সেজন্য ভিতরের দেওয়াল থেকে আলোর প্রতিফলন অনেক কমে যায়। ফলে ভিতরটা অনেকাংশে অন্ধকার ক্যামেরার মত কাজ করে। অ্যালবিনোদের (albinos) কৃষ্ণমণ্ডল বর্ণহীন। কৃষ্ণমণ্ডলের মধ্যে অবস্থিত রক্তবাহী কোষদের জন্য এদের চোখ লাল দেখায়।

অচ্ছোদপটলের কাছাকাছি এসে কৃষ্ণমণ্ডল ক্রমে একটু মোটা হয়ে, পরে দুটি প্রায় সমকেন্দ্রিক অঙ্গুরীয়াকৃতি (annulus) অংশে বিভক্ত হয়ে পড়ে। অচ্ছোদ-পটলের পশ্চাতে এদের প্রথমটি হল **কণিনীকা** (iris)। এর রং রঞ্জকের (pigment) জন্য বাদামী বা কালো হতে পারে, পর্দা পাতলা বা মোটা হওয়ার দরুণ নীল বা সবুজ হতে পারে বা দুয়ের মিশ্রণে বিভিন্ন রকম হতে পারে। কণিনীকার মাঝখানের ছিদ্রটিকে বলে **মণি** (pupil)। আলো কম বেশী হলে এই ছিদ্রটি বড় ছোট হয়। মাংসপেশীর সংকোচন ও বিস্ফারণের ফলে মণির এই ছোট বড় হওয়াটা মোটামুটিভাবে অনৈচ্ছিক। অন্ধকারে বা খুব কম আলোয় মণির ব্যাস 7.5 mm পর্যন্ত হতে পারে, উজ্জ্বল আলোতে কমে গিয়ে 2.5 mm ব্যাসে দাঁড়াতে পারে। ওষুধ বা রাসায়নিক পদার্থ দিয়ে মাংসপেশীর নিয়ন্ত্রণ ক্ষমতা অচল করে দেওয়া যায়। অ্যাট্রোপিন (atropine) দিলে মণি ইচ্ছেমত ছোট করা যায় না, পুরোপুরি বিস্ফারিত হয়ে থাকে। ফলে চোখের অভ্যন্তরের অবস্থা পরীক্ষা করা সহজ হয়। সেজন্য চোখ পরীক্ষা করার আগে ডাক্তাররা চোখে অ্যাট্রোপিন দিয়ে থাকেন।

দ্বিতীয় অঙ্গুরীয়াকৃতি অংশটি মাংসল এবং পুরু এবং তার গোল ছিদ্রটিও মণি অপেক্ষা অনেক বড়। চোখের **লেন্সকে** এটা যথাস্থানে রাখতে সাহায্য করে। এর **সিলিয়ারী মাংসপেশীগুলি** (ciliary muscles) লেন্সের সঙ্গে যুক্ত। এই পেশীগুলির সংকোচন ও প্রসরণের দ্বারা লেন্সের বক্রতা কম বেশী করে দূরের বা কাছের জিনিষ ইচ্ছেমত দেখা যায়। অর্থাৎ এই পেশীগুলি উপযোজন (accomodation) নিয়ন্ত্রণ করে।

কৃষ্ণমণ্ডলের ঠিক উপরে পাত্‌লা স্বচ্ছ পর্দাটির নাম **অক্ষিপট** (retina)। এটা চোখের সবচেয়ে অন্তবর্তী পর্দা এবং ভিতরের প্রায় দুই তৃতীয়াংশ জায়গা জুড়ে রয়েছে। এটা নার্ভ তন্ত্রীর (nerve fibres) দ্বারা তৈরী এবং আসলে **চক্ষুনার্ভের** (optic nerve) তন্ত্রীরই শেষাংশ। অক্ষিপট আলোক সুবেদী (light sensitive); পিছনের অক্ষবিন্দুর কাছে এক জায়গায় অক্ষিপটের রঙ্ হল্‌দে। এই হল্‌দে বিন্দুর (macula lutea বা yellow spot) আয়তন মাত্র 2 mm×1 mm। এর কেন্দ্রস্থল, **ফোবিয়া সেণ্ট্রালিসেই** (fovea centralis) অক্ষিপট সবচেয়ে পাতলা, মাত্র 200 মাইক্রন পুরু। অক্ষিপট খুবই কোমল। এটা কৃষ্ণমণ্ডলের সঙ্গে প্রত্যক্ষভাবে যুক্ত নয়। চোখের ভিতরের নির্দিষ্ট উদ্‌স্থিতি চাপের (hydrostatic pressure) ফলে এটা কৃষ্ণমণ্ডলের গায়ে লেগে থাকে। চক্ষুনার্ভ যেখানে অক্ষিপটে মিশেছে সেই বিন্দুতে

আলো কোনো উত্তেজনা সৃষ্টি করতে পারে না। এর নাম **অন্ধবিন্দু** (blind spot)।

কণিনীকার ঠিক পরেই আছে একটি **উভ-উত্তল** (bi-convex) **লেন্স**। এই লেন্স এর গঠনপ্রণালী খুবই জটিল। এটা স্বচ্ছ এবং জীবন্ত কোষের সমবায়ে তৈরী। এতে নার্ভ বা রক্তকণিকা নেই। এর ভিতরের সবজায়গা একরকম নয়; অনেকগুলি পরতে তৈরী। প্রতিসরাঙ্ক বাইরের থেকে আস্তে আস্তে বেড়ে কেন্দ্রে সবচেয়ে বেশী; বাইরে 1.373 থেকে কেন্দ্রে প্রায় 1.420।

এই লেন্স চোখের অভ্যন্তরকে দুটি কামরায় ভাগ করেছে। সামনের কামরাটি একপ্রকার স্বচ্ছ জলীয় লবণাক্ত পদার্থে পূর্ণ। একে বলা হয় **অ্যাকুয়াস হিউমার** (aqueous humour)। পিছনের কামরাটি কলয়ডীয় (colloidal) এবং থকথকে (gelatinous) পদার্থ দ্বারা পরিপূর্ণ। এই **ভিট্রিয়াস্ হিউমারে** (vitreous humour) আছে প্রোটিন, জল, সোডিয়াম ক্লোরাইড ইত্যাদি।

## 6.2 গাউসীয় তন্ত্র হিসাবে চোখ (eye : as a gaussian system)

অচ্ছোদপটল, লেন্স ইত্যাদির প্রতিসারকতলগুলির কোনটিই পরিপূর্ণ বর্তুলাকার (spherical) নয়। লেন্সের ব্যাপারটি আরও জটিল। এর তলদ্বয়ের বক্রতা এবং এর প্রতিসরাঙ্কের বিন্যাস উপযোজনের সঙ্গে সঙ্গে পরিবর্তিত হয়। এছাড়া, যদিও প্রতিটি তলই নির্দিষ্ট কোন অক্ষের চারদিকে প্রতিসম (symmetrical) তাহলেও সব অংশ মিলে একটা কেন্দ্রিক (centered) সমবায় গঠিত হয় না। অচ্ছোদপটলের আলোক অক্ষ এবং লেন্সের আলোক অক্ষের মধ্যে প্রায় $5^\circ$ থেকে $6^\circ$ কোণ হতে পারে। প্রতিটি তলের অক্ষবিন্দুর নিকটবর্তী বক্রতাকে তলের বক্রতা বলে ধরে নিলে মোটামুটিভাবে চোখকে একটা কেন্দ্রিক সমবায় বলে গণ্য করা যায়।

হেলম্ হোলৎস ও গুলস্ট্রাণ্ড এর পরিমাপ অনুযায়ী

| | |
|---|---|
| প্রথম ফোকাস বিন্দু −16 mm | দ্বিতীয় ফোকাস বিন্দু +24 mm |
| প্রথম মুখ্য বিন্দু +1.35 mm | দ্বিতীয় মুখ্য বিন্দু +1.60 mm |
| প্রথম নোডাল বিন্দু +7.1 mm | দ্বিতীয় নোডাল বিন্দু +7.3 mm |
| প্রথম ফোকাল দূরত্ব −17.3 mm | দ্বিতীয় ফোকাল দূরত্ব +22.4 mm |

উপরের তালিকা থেকে দেখা যাচ্ছে যে প্রথম ও দ্বিতীয় মুখ্য বিন্দুগুলি খুবই কাছাকাছি এবং প্রথম ও দ্বিতীয় নোডাল বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব অকিঞ্চিৎকর।

এরকম কাছাকাছি বিন্দুগুলিকে একটি বিন্দু বলে ধরলে যে সরলীকৃত চক্ষু পাওয়া যায় তাকে লিস্টিং এর চক্ষু (Listing's eye) বলা হয় (Fig. 6.2)।

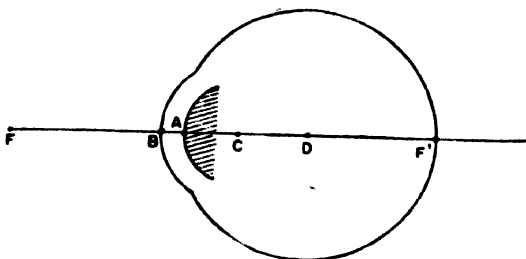



Fig. 6.2 লিস্টিং এর সরলীকৃত চক্ষু।

অচ্ছোদপটলের অক্ষবিন্দু *B* কে মূলবিন্দু হিসাবে গণ্য করলে এই চোখের (উপযোজন ছাড়া) মূল পরিমাপগুলি হল :—

ব্যাসার্ধ (*AC*) 5.6 mm
প্রতিসারী তলের অক্ষবিন্দু (*A*) +1.5 mm
প্রথম ফোকাস দৈর্ঘ্য (*AF*) − 17.5 mm
দ্বিতীয় ফোকাস দৈর্ঘ্য (*AF'*) + 22.5 mm
প্রতিসরাঙ্ক ~ 1.32

## 6.3 দৃষ্টির ক্ষেত্র (Field of vision)

অক্ষিগোলক অক্ষিকোটরের মধ্যে ঘুরতে পারে এবং সব সময়েই একই বিন্দু *D* এর চারিদিকে ঘোরে (*BD* ~ 13.5 mm)। চোখ এভাবে অনেকখানি ঘুরতে পারে বলে তার **দৃষ্টির ক্ষেত্রও** (Field of vision) অনেকখানি প্রসারিত। বীক্ষণ অক্ষকে নির্দিষ্ট রেখে দৃষ্টির ক্ষেত্র মাপবার চেষ্টা করলে দেখা যায় যে, সুস্পষ্ট বীক্ষণের ক্ষেত্র (field of distinct vision) আসলে খুবই সীমিত, মাত্র 2° কৌণিক পরিসরে সীমাবদ্ধ। এক্ষেত্রে প্রতিবিম্ব পড়ে ফোবিয়া সেন্ট্রালিসের উপরে। বীক্ষণ অক্ষের থেকে যত সরে যাওয়া যাবে ততই প্রতিবিম্ব অস্পষ্ট হয়ে আসবে। অস্পষ্ট বীক্ষণের ক্ষেত্র অনেকদূর পর্যন্ত প্রসারিত। অনুভূমিক দৃষ্টির ক্ষেত্র ( অস্পষ্ট ) 165°র মত, নাকের দিকে কম, কানের দিকে বেশী (Fig. 6.3)।

বীক্ষণ অক্ষকে যদি ঘোরান যায় তবে সুস্পষ্ট বীক্ষণের ব্যাপ্তি 60° থেকে

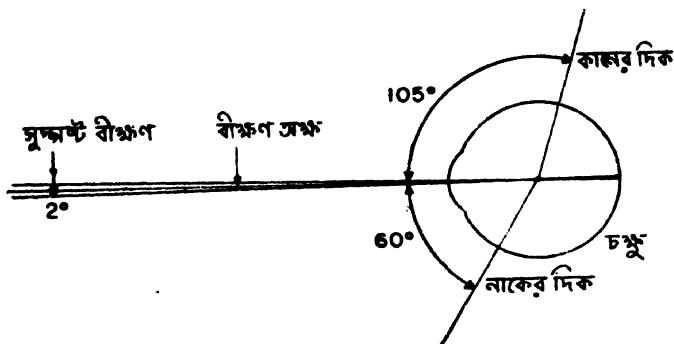



Fig. 6.3

লোকবিশেষে 100° পর্যন্ত হতে পারে। অনেকখানি জায়গার উপরে আমাদের চোখ অনবরত ঘুরে আসে। চোখের সামনে যে কোন বীক্ষণ যন্ত্র বসালেই দৃষ্টির ক্ষেত্র অনেকখানি সীমিত হয়ে পড়ে।

**6.4 চোখের উপযোজন (accomodation of the eye)**

সুস্থ চোখের লেন্সের ফোকাস বিন্দুটি অক্ষিপটের উপর অবস্থিত অর্থাৎ ফোকাস দৈর্ঘ্য লেন্স থেকে অক্ষিপট পর্যন্ত। স্বাভাবিক অবস্থায় সেজন্য বহুদূরের কোন বস্তুর প্রতিবিম্ব অক্ষিপটের উপর পড়ে এবং বস্তুটি স্পষ্ট দেখা যায়। অভিবিম্ব কাছে আনলে স্বভাবতই তার প্রতিবিম্ব অক্ষিপটের পিছনে পড়বার উপক্রম হয়। সিলিয়ারী মাংসপেশীর সংকোচনের সাহায্যে লেন্সের বেধ ও বক্রতা পরিবর্তন করে লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য আমরা অচেতন ভাবেই এমন বদ্‌লে দিই যে প্রতিবিম্ব অক্ষিপটের পিছনে না পড়ে অক্ষিপটের উপরেই পড়ে। কাজেই অভিবিম্ব কাছে আনলেও তাকে স্পষ্ট দেখা যায়। চোখের এই ক্ষমতার নাম **উপযোজন** (accomodation)। অবশ্য উপযোজন ছাড়াও অনেকটা কাছের জিনিষও আমাদের স্পষ্ট দেখার কথা। কারণ চোখের ক্ষেত্রের গভীরতা (depth of field) খুব কম নয়। সাধারণ আলোতে, সুস্থ দর্শকের বেলায় কোন রকম উপযোজন না করেই অসীম থেকে প্রায় 10 মিটার দূর পর্যন্ত সব জিনিষই স্পষ্ট বলে মনে হবে। কিন্তু অভ্যাসের বশে আমরা সবসময়েই কিছু না কিছু উপযোজন প্রয়োগ করে থাকি। সেজন্য উপযোজনের থেকে ক্ষেত্রের গভীরতার প্রভাব আলাদা করে পরিমাপ করা কঠিন।

আমাদের চোখের উপযোজন ক্ষমতা সীমিত। প্রত্যেক পেশী সঞ্চালনের মত উপযোজনের ফলেও চোখ শ্রান্ত (fatigued) হয়ে পড়ে। পূর্ণ উপযোজন

প্রয়োগ করে চোখ একনাগাড়ে অনেকক্ষণ কাজ করতে পারে না। চোখকে বেশী শ্রান্ত না করে যে ন্যূনতম দূরত্ব পর্যন্ত স্পষ্ট দেখা যায় সেই দূরত্বকে **স্পষ্ট দর্শনের নিম্নতম দূরত্ব** (least distance of distinct vision) বলে। এই দূরত্ব 25 cm বা 10 ইঞ্চির মত। এর কম দূরত্বে স্পষ্ট করে দেখবার চেষ্টা করলে চোখে খুবই অস্বস্তি হয়। চোখ থেকে স্পষ্ট দর্শনের নিম্নতম দূরত্বে যে বিন্দু থাকে তাকে **নিকট বিন্দু** (near point) বলে। সর্বাপেক্ষা দূরের যে বিন্দু বিনা শ্রান্তিতে দেখা যায় সেটাকে **দূর বিন্দু** (far point) বলে। দূর বিন্দু ও নিকট বিন্দুর মধ্যে দূরত্বকে **দৃষ্টির পাল্লা** (visual range) বলে। সুস্থ চোখের ক্ষেত্রে দূর বিন্দু অসীমে অবস্থিত। সাধারণত উপযোজনের ক্ষমতা প্রকাশ করা হয় **উপযোজনের মাত্রা** (amplitude of accomodation) দিয়ে। যে পাতলা লেন্স লিষ্টিং এর চোখের অক্ষবিন্দুতে রাখলে নিকট বিন্দুর ($\delta$) প্রতিবিম্ব দূর বিন্দুতে ($\triangle$) পড়ে সেই লেন্সের ক্ষমতা দিয়ে এই মাত্রা $A$ মাপা হয়। অর্থাৎ

$$A = \frac{1}{\triangle} - \frac{1}{\delta} \tag{6.1}$$

বয়সের সঙ্গে সঙ্গে $A$ পরিবর্তিত হয়। খুব ছোট বাচ্চার $A$ 16 থেকে 18 ডায়প্টার পর্যন্ত হয়। বয়স বাড়ার সঙ্গে সঙ্গে $A$ কমতে থাকে এবং 60—70 বৎসর বয়সে 1 ডায়প্টার থেকেও কমে যায় (Table 6.1)।

**প্রশ্ন ঃ** এক বৃদ্ধ ভদ্রলোকের দূরবিন্দু −400 cm এবং নিকটবিন্দু +100 cm ; তাঁর উপযোজনের মাত্রা কত ?

**Table 6.1**

ডণ্ডার (Donder) এর উপযোজন মাত্রা (A)-র তালিকা (স্বাভাবিক চোখের জন্য)

| বয়স (বৎসর) | দূরবিন্দু $\triangle$ metre | নিকট বিন্দু $\delta$ metre | A dioptre |
|---|---|---|---|
| 10 | ∞ | −0.071 | 14 |
| 20 | ∞ | −0.10 | 10 |
| 30 | ∞ | −0.14 | 7 |
| 40 | ∞ | −0.22 | 4.5 |
| 50 | ∞ | −0.40 | 2.5 |
| 60 | +2 | −2.00 | 1.0 |
| 70 | +0.8 | +1.00 | 0.25 |

## 6.5 চোখের অপেরণ (aberrations of the eye)

চোখের প্রায় সবরকম অপেরণই রয়েছে। গোলাপেরণ অল্পসল্প যা আছে তাও লেন্সের এবং অচ্ছোদপটলের বক্রতার তারতম্য হেতু অনেক কমে যায়। কোমাও খুব বেশী নয়, বিশেষতঃ আপতন কোণ যখন খুব কম। আপতন কোণ বেশী হলে প্রান্তিক অপেরণ (marginal)-গুলি আর অকিঞ্চিৎকর থাকে না এবং তখন প্রতিবিম্ব অস্পষ্ট হয়ে পড়ে। চোখের বেলায় এই দোষটা কার্যতঃ মারাত্মক নয় কারণ কোন বস্তুকে দেখতে গেলে আমরা চোখ ঘুরিয়ে বীক্ষণ অক্ষকে বস্তুর বরাবর নিয়ে আসি। ফলে আপতন কোণ কখনও বেশী হতে পারে না। চোখের লেন্সের বর্ণাপেরণ খুব কম নয়। সাধারণভাবে এজন্য আমাদের তত অসুবিধে হয় না। কারণ চোখ 5500A°-এ সবচেয়ে বেশী সুবেদী, এর কম বা বেশী তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দিকে চোখের সুবেদীতা দ্রুত হ্রাস পায় বলে লোহিত বা বেগ্‌নি অপেরণের প্রভাব খুবই অল্প হয়। কখনও কখনও চোখের বর্ণাপেরণের ফলে বেশ অসুবিধার সৃষ্টি হয়। যেমন নীল আলোতে আমরা বেশী দূরের জিনিস দেখতে পাইনা। কারণ নীল আলোতে দূরবিন্দু অনেক কাছে এসে পড়ে।

## 6.6 চোখের সুবেদীতা (sensitiveness of the eye)

তড়িৎ চুম্বকীয় বর্ণালীর খুব অল্প অংশেই চোখ সুবেদী। 3800A° অর্থাৎ বেগ্‌নী থেকে 7700A° অর্থাৎ লাল রঙ পর্যন্ত আমরা দেখতে পাই। এর সব অংশে চোখ সমান সুবেদী নয় (Fig. 6.4)। Fig. 6.4-এ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপর

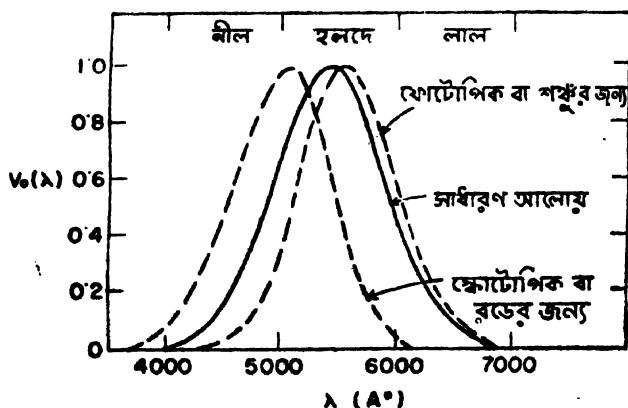



Fig. 6.4

সংবেদন (response) $V_0(\lambda)$-র নির্ভরতা দেখানো হয়েছে। কোন সমশক্তি

উৎস অর্থাৎ যে উৎসের বর্ণালীতে একক তরঙ্গদৈর্ঘ্য বিস্তারে (unit wavelength interval) শক্তির পরিমাণ (ধরা যাক, ওয়াট প্রতি আংষ্ট্রমে) ধ্রুব, এমন উৎস থেকে আলো পড়লে যে দর্শনের অনুভূতি (sensation) হয় তার আপেক্ষিক পরিমাপকে আমরা সংবেদন বলেছি। অবশ্য $V_0(\lambda)$ আলোর ঔজ্জ্বল্য এবং দৃষ্টির ক্ষেত্রের উপরও নির্ভর করে। সংবেদনের যে রেখাচিত্রটি Fig. 6.4-এ দেওয়া হয়েছে সেটা পর্যাপ্ত আলোয় স্বাভাবিক গড় চোখের জন্য।

অক্ষিপটের উপর পর্যাপ্ত আলো না পড়লে এই গড় রেখাচিত্র প্রয়োগ করা যাবে না। অক্ষিপটে দু'ধরনের আলোক সুবেদী কোষ আছে যাদের বলা হয় রড ও শঙ্কু (cone)। বেশী আলোয় (0.01 লুমেন/ফুট$^2$ এর বেশী) আমরা শঙ্কুর মাধ্যমে দেখি, আর কম আলোয় (0.001 লুমেন/ফুট$^2$ এর কম) আমরা রডের মাধ্যমে দেখি। এর মাঝামাঝি আলোয় রড ও শঙ্কু দুটিই কাজ করে। **সেজন্য আলোর মাত্রা বদলে গেলে আপাত ঔজ্জ্বল্যেরও তারতম্য ঘটে।** আলোর তীব্রতা কম হলে নীল প্রান্তের দিকে চোখের সুবেদীতা বেশী (Fig. 6.4-এ ফোটোপিক দৃষ্টির রেখাচিত্র দ্রষ্টব্য)। সেজন্য চাঁদের আলো এত স্নিগ্ধ বলে মনে হয়।

## 6.7 চোখের সূক্ষ্মাবেক্ষণ ক্ষমতা (visual acuity of eye)

কোন বস্তুকে চোখ কত বড় দেখবে তা মূলতঃ নির্ভর করে অক্ষিপটে উপস্থাপিত তার প্রতিবিম্বের আকারের উপর। লিষ্টিং এর চোখে উপযোজন প্রয়োগ করে বস্তুর প্রতিবিম্ব অক্ষিপটে ফেলা হল (Fig. 6.5)। এখানে বস্তুর যে

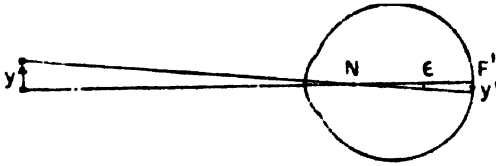



Fig. 6.5

কোন দুটি বিন্দু চোখের নোডাল বিন্দু $N$-এ যে কোণ উপস্থাপিত করবে তা ঐ দুই বিন্দুর **বীক্ষণ কোণ** (visual angle)। বস্তুটির উপরে দুটি পাশাপাশি বিন্দু চোখে যে বীক্ষণ কোণ $\epsilon$ উৎপন্ন করে, বস্তুর থেকে যত দূরে সরে যাওয়া যাবে তত সেটা কমতে থাকবে। এভাবে কমতে কমতে $\epsilon$ এমন একটি নিম্নসীমা $\epsilon_0$-তে পৌঁছাবে যখন ঐ দুই বিন্দুকে আর পৃথক বলে বোঝা সম্ভব হবে না। $\epsilon_0$ হচ্ছে বিশ্লেষণ সীমা (limit of resolution)। বিশ্লেষণ

ক্ষমতা (resolving power) বা সূক্ষ্মাবেক্ষণ ক্ষমতা (visual acuity) $S$-এর সংজ্ঞা হল

$$S = 1/\epsilon_0 \qquad (6.2)$$

সাধারণ সুস্থ মানুষের বেলায় $\epsilon_0$ প্রায় 0.00029 রেডিয়ান বা 1 মিনিটের মত। তাহলে অক্ষিপটে দুটি বিন্দুর প্রতিবিম্বের মধ্যে দূরত্ব হবে প্রায় 4.6 micron। এই দূরত্ব সূক্ষ্মতম রড ও শঙ্কুর আকারের (2 micron) কাছাকাছি। রড ও শঙ্কুর আকারের সঙ্গে তাই সূক্ষ্মাবেক্ষণ ক্ষমতার সম্পর্ক থাকা স্বাভাবিক।

সবচেয়ে সূক্ষ্ম রড ও শঙ্কু ফোবিয়া সেণ্ট্রালিসে রয়েছে। অবশ্য এখানে শঙ্কুরই আধিক্য, রড অল্পস্বল্প কয়েকটা আছে। সেজন্য ফোটোপিক ও স্কোটোপিক দর্শনের বেলায় সূক্ষ্মাবেক্ষণের ক্ষমতা ফোবিয়া সেণ্ট্রালিসের কাছাকাছি হয় কমে যায় (স্কোটোপিকের বেলায়), নয় বেড়ে যায় (ফোটোপিকের বেলায়) (Fig. 6.6)।

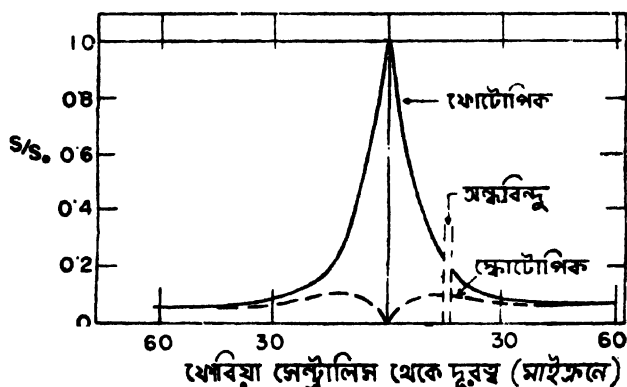



Fig. 6.6

সূক্ষ্মাবেক্ষণ ক্ষমতা বস্তুর ঔজ্জ্বল্য $B$, ঔজ্জ্বল্যের তারতম্য $\gamma$ (contrast), বর্ণ, মণির বিস্ফারণ $\rho$, চোখের শ্রান্ত অবস্থা ইত্যাদি বহু কারণের উপর নির্ভর করে। মোটামুটিভাবে আমরা বলতে পারি* (Fig. 6.7)

$$\epsilon_0 = f(\beta, \gamma, \rho) \qquad (6.3)$$

Fig. 6.7 এর রেখাচিত্রগুলি থেকে এটা বোঝা যাচ্ছে যে ঔজ্জ্বল্য বাড়লে

*বিস্তারিত আলোচনার জন্য Instrumental optics : G. A. Boutry, Interscience Publishers Inc. পৃষ্ঠা 254–260 দ্রষ্টব্য।

বা ঔজ্জ্বল্যের তারতম্য বাড়লে সূক্ষ্মাবেক্ষণ ক্ষমতাও বাড়বে। বেশী আলোতে যে খুঁটিনাটি সহজেই ধরা পড়ে কম আলোতে তা নাও বোঝা যেতে পারে।

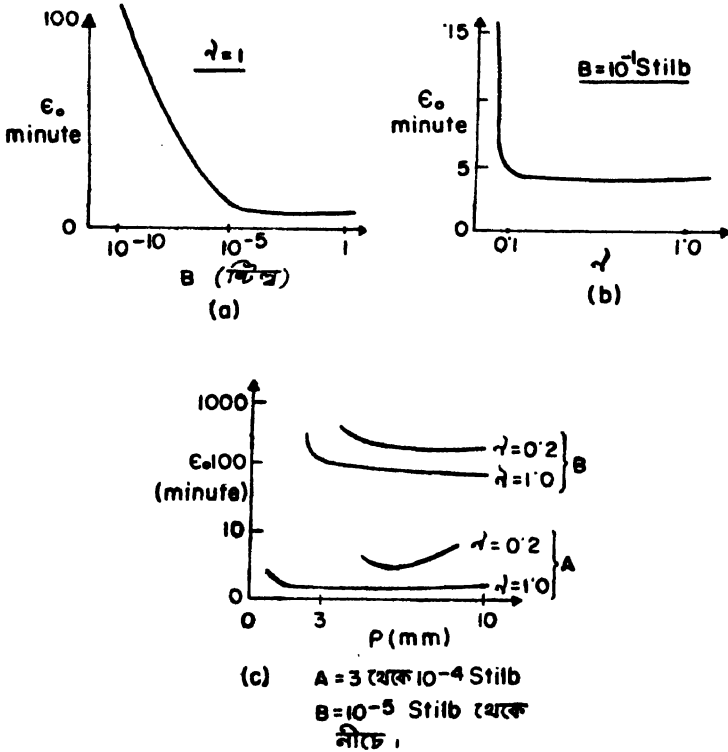



Fig. 6.7

অপবর্তন ও অপেরণের জন্যও সূক্ষ্মাবেক্ষণ ক্ষমতা সীমিত হয়ে পড়ে। সূক্ষ্মাবেক্ষণ ক্ষমতা মাপতে গেলে দেখা যায় এটা পরীক্ষাধীন (test) বস্তুর আকার ও প্রকারের উপর নির্ভর করে। এ জিনিষটা ঘটে অপবর্তনের জন্য।

আমরা জানি যে অপবর্তনের জন্য কোন বিন্দুর প্রতিবিম্ব বিন্দু হয় না। কেন্দ্রিক সমবায়ে (centered combination) গঠিত প্রতিবিম্ব হয় একটা ছোট থালির (disc) মত। এই থালির ব্যাস আগম নেত্রের ব্যাসের উপর নির্ভর করে। এই থালিতে আলোর বিন্যাস Fig. 6.8 এর মত।

দুটি বিন্দুর প্রতিবিম্বদ্বয় কাছাকাছি এলে কি হয় তা এবার দেখা যাক। এক্ষেত্রে যথেষ্ট কাছে এলে দুটো থালি অংশত একটা আর একটার উপর

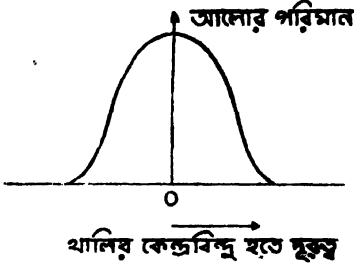
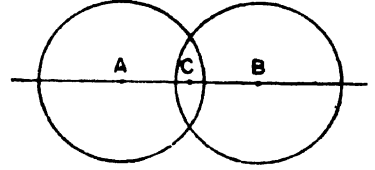



Fig. 6.8 এয়ারির বিন্যাস। Fig. 6.9

পড়বে। ধরা যাক Fig. 6.9 এর মত অবস্থাটা এবং *A*, *B* ও *C* বিন্দুগুলির ঔজ্জ্বল্য সমান। বিশ্লেষণের সাধারণ নিয়ম (র‍্যালের সূচক) অনুযায়ী বিন্দু দুটির পৃথক অস্তিত্ব বোঝার কথা নয়। কার্যতঃ প্রতিবিম্বে দুটি থালিকে পৃথক-ভাবে ধরা যাবে। এখানে প্রতিবিম্বের আকারের গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রয়েছে। কেন্দ্রিক সমবায় না হলে আকারের উপর সূক্ষ্মাবেক্ষণ ক্ষমতা অন্যভাবে নির্ভর করত। এজন্য পরীক্ষণীয় বস্তুর আকার নির্দিষ্ট করে দেওয়া দরকার। তাই কাছাকাছি কিছু না নিয়ে পাশাপাশি সমান্তরাল উজ্জ্বল সরলরেখা নেওয়া হয়ে থাকে। এক্ষেত্রে অপবর্তনজনিত অসুবিধা থেকে পরিত্রাণ পাওয়া গিয়েছে। কিন্তু প্রত্যেক লোকেরই কিছু না কিছু বিষমদৃষ্টি (astigmatism) থাকে। তাই এসব সরলরেখার বিভিন্ন দিকে হেলে থাকার উপর সূক্ষ্মাবেক্ষণ ক্ষমতা নির্ভর করবে। ফুকোর (Foucault) ছকে (Fig. 6.10) এ ত্রুটি নেই এবং সূক্ষ্মাবেক্ষণ ক্ষমতা মাপতে ফুকোর ছক (pattern) ব্যবহার করা হয়ে থাকে।

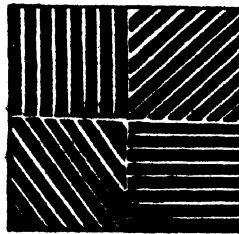



Fig. 6.10 ফুকোর ছক।

**প্রশ্ন:** একটি ফুকোর ছক দেওয়ালে টাঙানো আছে। এই ছকে পাশাপাশি দুটি উজ্জ্বল রেখার মধ্যে দূরত্ব 2 mm করে। একটি লোক দেখল

যে যদি ছকটি থেকে তার দূরত্ব 3.6 মিটারের বেশী হয় তবে সে রেখাগুলি আর পৃথক করে দেখতে পায় না। লোকটির সূক্ষ্মাবেক্ষণ ক্ষমতা কত ?

## 6.8 দ্বিনেত্র দৃষ্টি ও দূরত্বের ধারণা (Binocular vision & perception of depth)

আমাদের দুটি চোখ থাকলেও কোন বস্তু সম্বন্ধে আমাদের দুই প্রতিবিম্বের ধারণা না হয়ে শেষ পর্যন্ত একটি বস্তুরই ধারণা হয়। দুটি চোখের একটি যখন নড়ে তখন অন্যটি প্রথমটির নিরপেক্ষভাবে নড়তে পারে না। আমরা যখন কোন বস্তু (মনে করি কোন বিন্দু $P$) দেখ্‌তে চেষ্টা করি তখন মাংসপেশীর সাহায্যে দুটি চোখই এ মনভাবে ঘোরে যে তাদের বীক্ষণ অক্ষদ্বয় ঐ একই বিন্দুর মধ্য দিয়ে যায়। বিন্দুটি যত কাছে হবে বীক্ষণ অক্ষদ্বয়কে তত বেশী ঘোরাতে হবে। মাংসপেশীকেও তত বেশী কাজ করতে হবে। মাংসপেশীর কাজের পরিমাণ থেকে কোনটা কাছে আর কোনটা দূরে এই ধারণাটা হয়। কোন সসীম দূরত্বে অবস্থিত বস্তুর বেলায় দুটি চোখের ফোবিয়া সেণ্ট্রালিসে যে প্রতিবিম্বদ্বয় গঠিত হয় তারা স্বভাবতই এক রকম হয় না। ত্রিমাত্রিক বস্তুর বেলায় ডানচোখ ডানদিকে এবং বামচোখ বাঁদিকে বেশী দেখে। এই দুই প্রতিবিম্ব থেকে আমাদের মস্তিষ্কে যে ছবি সৃষ্টি হয় (constructed) তা থেকে আমাদের বস্তুর ত্রিমাত্রিক ধারণা হয় অর্থাৎ যে বস্তুটি দেখছি তার গভীরতা সম্বন্ধেও ধারণা হয়। একে বলে ঘন দৃক্‌বীক্ষণ (stereoscopic vision)।

অবশ্য দূরত্বের ধারণার জন্য দুটি চোখ থাকা অত্যাবশ্যক নয়। কেননা একচোখেও দূরত্বের ধারণা করা সম্ভব। বহু সাম্প্রতিক পরীক্ষা* থেকে এটা বোঝা গেছে যে দূরত্বের ধারণার পিছনে অনেকগুলি প্রক্রিয়া থাকতে পারে। চোখ যখন অক্ষিগোলকের মধ্যে ঘোরে তখন বিভিন্ন দূরত্বে অবস্থিত বস্তুর মধ্যে লম্বনের (parallax) জন্য কোনটা আগে কোনটা পিছে বোঝা যেতে পারে। কোন জিনিষ চোখের সামনে নড়চড়া করলে বা চলমান হলে তার সঙ্গে অন্যান্য বস্তুর দূরত্ব বোঝা যায় এবং বিভিন্ন সময়ে পরপর মস্তিষ্কে বস্তুটি সম্বন্ধে যে সংবাদ গিয়ে পৌঁছে তার থেকে বস্তুটির ত্রিমাত্রিক ধারণা সৃষ্টি হয় (Kinetic depth effect)। ওয়ালাক্ এবং ওকোনেলের (Hans Wallach & D. N. O'Conell) তারের পরীক্ষাটি উল্লেখযোগ্য। একটি ঈষদচ্ছ (translucent) পর্দার উপরে একটি তারের ছায়া ফেললে দেখা যায় যে যতক্ষণ তারটি স্থির

*The process of vision by Ulric Neisser, Scientific America, September, 1968 দ্রষ্টব্য।

থাকে ততক্ষণ তার ছায়া থেকে একটি দ্বিমাত্রিক বস্তুর ধারণা হয় কিন্তু যদি তারটিকে পর্যায়ক্রমে আগে পিছে করা হয় তবে তার ছায়া থেকে তারের ত্রিমাত্রিক রূপটি ধরা পড়ে।

### 6.9 দৃষ্টির ত্রুটি (Defects of vision)

এতক্ষণ পর্যন্ত আমরা সুস্থ, স্বাভাবিক চোখের কথা বলে এসেছি। কার্যতঃ দেখা যায় যে এরকম চোখ শতকরা খুব কম লোকেরই আছে। চোখের ডাক্তারদের মতে অধিকাংশ লোকেরই কিছু না কিছু দৃষ্টির ত্রুটি থাকে।

যখন অসীম দূরত্বে অবস্থিত কোন বস্তুর প্রতিবিম্ব কোন উপযোজন ছাড়াই অক্ষিপটের উপরে পড়ে তখন সে রকম চোখকে **স্বাভাবিক ও অক্ষুণ্ণদৃষ্টি সম্পন্ন** (emmetropic) চোখ বলা হয়। যখন দূরবিন্দুটি অসীমে না হয়ে অন্য কোথাও সসীম দূরত্বে থাকে তখন সে রকম চোখকে **ক্ষুণ্ণদৃষ্টি সম্পন্ন** (ametropic) চোখ বলে। ক্ষুণ্ণদৃষ্টি চার রকমের হয় যেমন (a) **দীর্ঘদৃষ্টি** (hypermetropia), (b) **স্বল্পদৃষ্টি** (myopia), (c) **ক্ষীণদৃষ্টি** বা **চালশে** (presbyopia) এবং (d) **বিষমদৃষ্টি** (astigmatism)।

#### 6.9.1 দীর্ঘদৃষ্টি, স্বল্পদৃষ্টি, চালশে ও বিষমদৃষ্টি :—

স্বাভাবিক চোখে শিথিলভাবে (relaxed) তাকালে চোখের দ্বিতীয় ফোকাস বিন্দুটি অক্ষিপটের উপরে পড়ে (Fig. 6.11)।

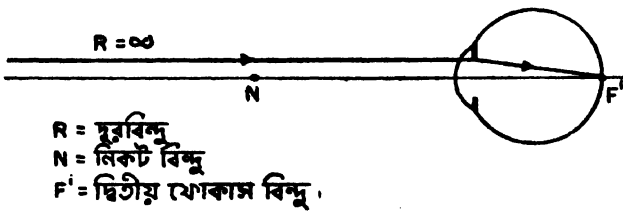



Fig. 6.11 স্বাভাবিক চোখ।

যদি দ্বিতীয় ফোকাস বিন্দুটি অক্ষিপটের উপরে না পড়ে পেছনে পড়ে তবে **দীর্ঘদৃষ্টি** হয়। এক্ষেত্রে দূরবিন্দুটি অসদ্ এবং অক্ষিপটের পেছনে অবস্থিত (Fig. 6.12)। খুব দূরের জিনিস দেখতেও এক্ষেত্রে উপযোজন লাগে। একই বয়সের লোকদের মধ্যে যেহেতু উপযোজন মাত্রার বেশী হেরফের হয় না সেহেতু এদের মধ্যে স্বাভাবিক চোখের চেয়ে দীর্ঘদৃষ্টি সম্পন্ন চোখের নিকট বিন্দু দূরে হয়। সম্পূর্ণ দৃষ্টির পাল্লাতেই তাই উপযোজন প্রয়োগ করতে

হয় এবং ফলে চোখ পরিশ্রান্ত হয়ে পড়ে। অল্পবয়সে প্রায় সব বাচ্চারই দীর্ঘ-দৃষ্টি থাকে যেটা বয়স বাড়লে (আট দশ বছর নাগাদ) চলে যায়। যখন দোষটা দশ বছরের পরেও থাকে তখন বুঝতে হবে দোষটা সুনির্দিষ্ট।

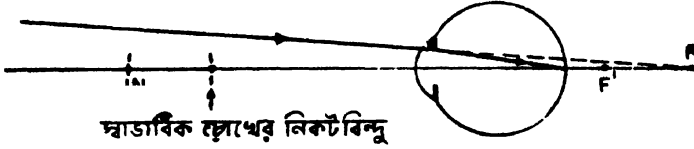



Fig. 6.12 দীর্ঘদৃষ্টির চোখ।

যখন চোখের সামনা পিছ বরাবর দূরত্ব চোখের লেন্সের দ্বিতীয় ফোকাস দৈর্ঘ্য থেকে বড় অর্থাৎ যখন **দ্বিতীয় ফোকাস বিন্দুটি অক্ষিপটের সামনে পড়ে তখন স্বল্পদৃষ্টি হয়।** এক্ষেত্রে দূরবিন্দু স্বাভাবিক চোখের দূরবিন্দু থেকে কাছে এবং সৎ (Fig. 6.13)। কাজে কাজেই নিকটবিন্দু স্বাভাবিক চোখের নিকটবিন্দু থেকে কাছে। অর্থাৎ 25 cm এর কম। এক্ষেত্রে স্বল্প-দৃষ্টি চোখ দূরের জিনিষ স্পষ্ট দেখতে পায় না। খুব কাছের জিনিষ দেখতে পায় বটে তবে অত্যধিক উপযোজনের জন্য চোখ সহজেই শ্রান্ত হয়ে পড়ে।

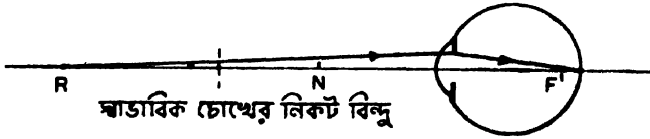



Fig. 6.13 স্বল্পদৃষ্টির চোখ।

স্বল্পদৃষ্টি দুটি কারণে হতে পারে। প্রথমতঃ সামনা পিছ বরাবর অক্ষ স্বাভাবিক চোখের অক্ষ থেকে বড় কিন্তু লেন্স স্বাভাবিক। দ্বিতীয়তঃ অক্ষবিন্দুর কাছে অচ্ছোদপটলের বক্রতা স্বাভাবিকের থেকে বেশী। বক্রতাজনিত স্বল্প-দৃষ্টি ক্রমশঃ বেড়েই যায়। যখন এই স্বল্পদৃষ্টি খুব বেশী হয় (প্রায় 20 ডায়প্টারের কাছাকাছি) তখন অক্ষিপট কৃষ্ণমণ্ডল থেকে আলগা হয়ে যাবার সম্ভাবনা থাকে। যারা চোখের অত্যধিক পরিশ্রম করে যেমন ছাত্র, ছাপাখানার লোক বা শিল্পী ইত্যাদি, বিশেষতঃ তারাই স্বল্পদৃষ্টিতে ভোগে। চোখের অত্যধিক শ্রান্তি স্বল্পদৃষ্টির অন্যতম প্রধান কারণ।

চাল্‌শে বা ক্ষীণদৃষ্টির উৎপত্তি অন্যভাবে। বয়স বাড়লে চোখের মাংসপেশী ক্রমশঃ শিথিল হতে থাকে। ফলে উপযোজন ক্ষমতা কমে যায়। উপযোজনের মাত্রাও হ্রাস পায় (ডণ্ডার এর তালিকা দ্রষ্টব্য)। বয়সের সঙ্গে নিকটবিন্দু দূরে সরতে থাকে। ফলে কাছের জিনিষ আর স্পষ্ট দেখা যায় না। যখন অবস্থাটা এমন হয় যে দৈনন্দিন কাজকর্ম, পড়াশুনা ইত্যাদি করতে অসুবিধা হয় তখন আমরা বলি চাল্‌শে হয়েছে। কাছের জিনিষ দেখতে অসুবিধা হলেও এসময়ে দূরের জিনিষ দেখতে তেমন অসুবিধা হয় না। যখন উপযোজন ক্ষমতা প্রায় শেষ হয়ে আসে (পঞ্চাশোর্ধে), তখন অবশ্য দূরের জিনিষও আর স্পষ্ট দেখা যায় না। অন্যান্য দেখার দোষ থাকা সত্ত্বেও বয়স বাড়লে চাল্‌শে দেখা দেয়।

দূরে কোন বিন্দুর দিকে তাকালাম। মনে করি বীক্ষণ অক্ষের সঙ্গে ঐ বিন্দুতে লম্বতলে দুটি পরস্পরছেদী রেখা টানা আছে। ধরা যাক দুটি রেখার মধ্যে একটি অনুভূমিক আর অন্যটি উল্লম্ব। সুস্থ চোখে এই দুটি রেখাকে একই সঙ্গে স্পষ্ট দেখা যাবে। যখন চোখের গঠন অক্ষের চারদিকে প্রতিসম থাকে না তখন ঐ রেখাদুটির একটিকে স্পষ্ট দেখা গেলে অন্যটি অস্পষ্ট হয়ে যায়। অর্থাৎ কোন বিন্দুকে স্পষ্ট দেখ্‌লে ঐ বিন্দুর চারদিকে সমদূরবর্তী সব বিন্দুকে সমান স্পষ্ট দেখা যায় না। এই দোষকে বিষমদৃষ্টি (astigmatism) বলে।

### 6.9.2 দৃষ্টির দোষ সংশোধন (Correction of the defects of vision)

চোখ খারাপ হলে চশমার দরকার পড়ে। চশমায় থাকে লেন্স। **এমন লেন্স যাতে চোখও লেন্সের সমবায়ের দ্বিতীয় ফোকাস বিন্দুটি অক্ষিপটের উপরে ঠিক জায়গায় এসে পড়ে,** অক্ষিপটের থেকে কাছেও নয়, দূরেও নয়। এতে অবশ্য উপযোজনের মাত্রার বিশেষ হেরফের হয় না। তাই চশমা দিয়ে চাল্‌শে সঠিকভাবে সংশোধন করা অসম্ভব। চোখের শিথিল মাংসপেশীকে আবার আগের অবস্থায় ফিরিয়ে নেবার কোন পদ্ধতি বা প্রক্রিয়া আজও আবিষ্কৃত হয় নি। আবার এমন লেন্সও তৈরী হয়নি যার ক্ষমতা চোখের মত কম বেশী করা যায়। স্বল্পদৃষ্টি আর দীর্ঘদৃষ্টি অবশ্য চশমা দিয়ে সংশোধন করা সম্ভব।

লেন্স (অর্থাৎ চশমা) দিয়ে যে কাজটি করতে হবে তাহল **চোখের দূরবিন্দুটিকে তার স্বাভাবিক অবস্থায় অর্থাৎ অসীমে নিয়ে যাওয়া।**

এটা তখনই হবে যখন লেন্সের দ্বিতীয় ফোকাস বিন্দুটি চোখের দূরবিন্দুতে গিয়ে পড়বে। চোখের উপযোজন মাত্রা যদি স্বাভাবিক হয় তবে নিকট বিন্দুটি কাজে কাজেই স্বাভাবিক জায়গায় অর্থাৎ 25 cm এর কাছে এসে যাবে। কি ধরণের লেন্স ব্যবহার করা যাবে? সদা সর্বদা পরতে হবে বলে **লেন্সকে অবশ্যই হাল্কা হতে হবে**। অপ্রত্যক্ষ দৃষ্টি (indirect vision) যাতে খুব বাধাপ্রাপ্ত না হয় সেজন্য **লেন্সকে পাতলা হতে হবে**। কাজেই লেন্সের গঠনে খুব বেশী এদিক ওদিক করবার অবকাশ নেই।

অতএব দাঁড়াচ্ছে এই যে,

(i) **স্বল্পদৃষ্টি** সংশোধনের জন্য চাই এমন পাতলা লেন্স যার দ্বিতীয় ফোকাস বিন্দুটি হচ্ছে **অসদ্** কেননা এক্ষেত্রে দূর বিন্দুটি সং এবং চোখের সামনে অবস্থিত। অর্থাৎ **লেন্সের ক্ষমতা হবে ঋণাত্মক** বা লেন্সটা হবে অপসারী (Fig. 6.14 a)।

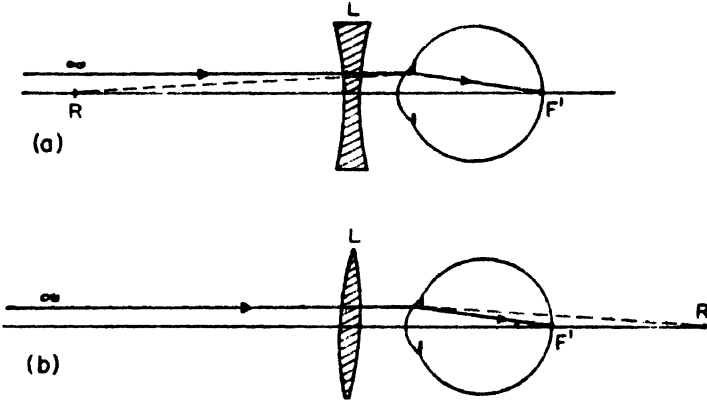



Fig. 6.14 (a) স্বল্পদৃষ্টি সংশোধিত।
(b) দীর্ঘদৃষ্টি সংশোধিত;
*R* লেন্স *L*-এর দ্বিতীয় ফোকাস্ বিন্দু এবং চোখের অসংশোধিত দূর বিন্দু।

(ii) দীর্ঘদৃষ্টি সংশোধনের জন্য লেন্সটির ফোকাস বিন্দুটিকে হতে হবে সদ্ কেননা এখানে দূর বিন্দুটি অসদ্ এবং চোখের পিছনে অবস্থিত। অতএব চাই **ধনাত্মক ক্ষমতা বিশিষ্ট** বা অভিসারী (convergent) লেন্স (Fig. 6.14 b)।

**উদাহরণ 1.** কোন স্বল্পদৃষ্টি লোকের দূর বিন্দু 4 মিটার দূরে অবস্থিত। তার চশমার লেন্সের ক্ষমতা কত হবে?

অতএব দ্বিতীয় ফোকাস দৈর্ঘ্য = $-4$ মিটার।

সুতরাং লেন্সের ক্ষমতা $K = \frac{1}{-4} D = -0.25\ D$

**উদাহরণ 2.** কোন প্রৌঢ় ব্যক্তির নিকট বিন্দু 2 মিটার দূরে হলে তার চশমার লেন্সের ক্ষমতা কত হওয়া প্রয়োজন?

দেখা যাচ্ছে যে প্রৌঢ় ব্যক্তিটি দীর্ঘদৃষ্টি সম্পন্ন। এখানে দূর বিন্দু সম্পর্কে কিছুই বলা হয় নি। নিকট বিন্দুকে 2 মিটার থেকে স্বাভাবিক চোখের নিকট বিন্দু 25 cm-এ আনতে হবে।

$$\frac{1}{0.25} - \frac{1}{2} = \frac{1}{f'} \quad \text{অর্থাৎ } f' = \tfrac{2}{7} \text{ মিটার।}$$

অর্থাৎ লেন্সের ক্ষমতা হচ্ছে $= \frac{1}{2/7} = 3.5\ D$

লেন্সটি হতে হবে উত্তল।

এখানে একটা কথা খেয়াল করতে হবে। চোখের ত্রুটি সংশোধন করতে বিশেষ ক্ষমতার লেন্স দরকার। এর থেকেও দরকারী কথা হল—লেন্সটিকে চোখের সামনে এমনভাবে রাখতে হবে যে লেন্সের দ্বিতীয় ফোকাসবিন্দুটি অসংশোধিত চোখের দূর বিন্দুর উপর পড়বে। তার মানে হল, অচ্ছোদ-পটলের অক্ষবিন্দু $O$ থেকে লেন্সের দ্বিতীয় ফোকাস বিন্দুটির দূরত্ব নির্দিষ্ট হয়ে গেল। কাজে কাজেই $O$ থেকে লেন্স $L$ এর দূরত্বও নির্দিষ্ট হল। লেন্স চোখের সামনে বসাতে গেলে তার দূরত্ব কোন অধিগম্য (accessible) বিন্দু থেকে মাপ্‌তে হবে। $OL$ দূরত্বটা মাপা যায়, কাজেই $OL$ দূরত্বটা আমাদের নির্দিষ্ট

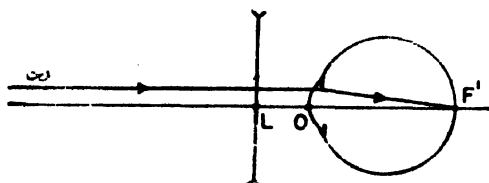



Fig. 6.15

করে দিতে হবে (Fig. 6.15)। কারো কারো দুচোখের দোষের মাত্রা দুরকম হতে পারে। যেমন বাঁচোখে $-1.5\ D$ ও ডানচোখে $-0.25\ D$। কিন্তু

দ্বিনেত্র দর্শনের ক্ষমতা নষ্ট হয়ে যায় নি। এখন চোখের সামনে যে কোন দূরত্বে লেন্স বসালে দুই চোখের মধ্যে সংশোধিত প্রতিবিম্বের আকার আর এক থাকবে না। দ্বিনেত্র দর্শনের ক্ষমতা নষ্ট হয়ে যাবে। সংশোধনের পরও সেজন্য অক্ষিপটে প্রতিবিম্বের আকার দুচোখে সমান হতে হবে। অর্থাৎ **লেন্স শুধু দ্বিতীয় ফোকাস বিন্দু এবং ফোকাস তলকে এমনভাবে সরিয়ে দেবে যাতে দ্বিতীয় ফোকাস বিন্দুটি (সংশোধিত) অক্ষিপটের উপর পড়ে, কিন্তু লেন্স ও চোখের সমবায়ের ক্ষমতা অসংশোধিত চোখের ক্ষমতার সমান থাকে।** এর ফলে $OL$ নির্দিষ্ট হয়ে গেল।

যদি $K_1$ চোখের ক্ষমতা, $K_2$ লেন্সের ক্ষমতা এবং $K$ সমবায়ের ক্ষমতা হয় তবে

$$K_1 + K_2 - d\, K_1 K_2 = K$$

এখানে $d$ হচ্ছে লেন্স ও চোখের প্রধান বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব, অর্থাৎ $OL$। উপরের যুক্তি অনুসারে $K = K_1$ অর্থাৎ

$$K_1 + K_2 - d\, K_1 K_2 = K_1$$

অথবা $dK_1 = 1$ অতএব $d = \frac{1}{K_1} = f_1$

কাজেই দেখা যাচ্ছে যে **লেন্সকে চোখের ফোকাস বিন্দুতে রাখতে হবে।** অচ্ছোদপটলের অক্ষবিন্দু থেকে এই দূরত্বটা **প্রায় 16 mm**। ব্যবসার খাতিরে নানা রকম কায়দা করতে গিয়ে অনেক সময় এ দূরত্বটা অনেক কম করার চেষ্টা হয়। চোখের পক্ষে এটা মোটেই স্বাস্থ্যকর নয়। চোখের পাতায় লেগে যায় বলে অবশ্য এই দূরত্বটা কার্যতঃ খুব কম করা যায় না।

চাল্‌শেদের বেলায় একটিমাত্র ক্ষমতার লেন্সে দৃষ্টিকে স্বাভাবিক করা যায় না। **যখন উপযোজন ক্ষমতা বর্তমান,** শুধু নিকট বিন্দু দূরে সরে গেছে, সে ক্ষেত্রে দীর্ঘদৃষ্টির বেলায় যেভাবে করা হয়ে থাকে ঠিক সেভাবে চশমার ব্যবহার করে নিকট বিন্দু সংশোধন করা হয়। এরকম চশমা কেবলমাত্র কাছের জিনিষ দেখবার বেলায়, যেমন পড়াশুনা ইত্যাদির জন্য ব্যবহার করা যায়। দূরের জিনিষ দেখতে এ চশমা কোন কাজে আসে না। এজন্য আমরা অনেক সময়েই দেখি বয়স্ক লোকরা সাধারণ অবস্থায় চশমা ব্যবহার না করলেও কাগজপত্র পড়বার সময় ব্যবহার করেন। **যখন উপযোজন ক্ষমতা নিঃশেষিত হয়ে আসে,** তখন দূরের জিনিষ দেখতেও সংশোধনের প্রয়োজন হয়। **দূরের জিনিষ দেখতে অবতল লেন্স লাগে আর কাছের জিনিষ দেখতে**

উত্তল লেন্স। একই ফ্রেমে উপর-নীচে এরকম দুধরণের লেন্স লাগিয়ে বা একই কাঁচের বিভিন্ন অংশে বিভিন্ন রকম বক্রতা দিয়ে (Fig. 6.16.) যে চশমা তৈরী হয় তাকে **বাইফোকাল** (bifocal) চশমা বলে। খুব ভালোভাবে না হলেও বাইফোকাল চশমাতেই সাধারণতঃ চালশেদের দেখার কাজ মোটামুটি-ভাবে চলে যায়।

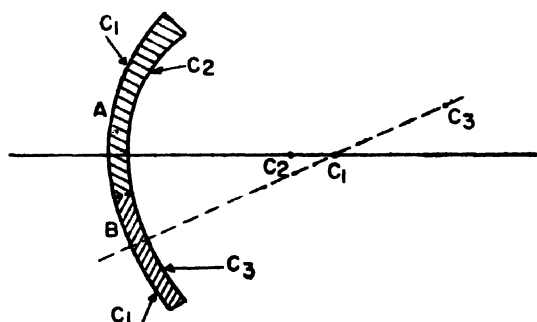



Fig. 6.16
বাইফোকাল লেন্স। *A* অংশ অপসারী। *B* অংশ অভিসারী।
$C_1, C_2, C_3$ বিভিন্ন তলের বক্রতাকেন্দ্র।

বিষমদৃষ্টি সংশোধনের ব্যাপারটা জটিল। নিয়মিত বিষমদৃষ্টি হলে **বেলুন লেন্স** (cylindrical lens) বা **টরিক লেন্স** (toric lens)এর সাহায্যে তা দূর করা যায়। **টরিক লেন্সের** এক তল গোলীয় এবং অপরতল বেলনাকৃতি।

সাধারণ চশমার লেন্স চোখের সামনে না রেখে আর একভাবেও চোখের দোষ দূর করা যায়। তা হল অচ্ছোদপটলের বক্রতা পাল্‌টে দিয়ে। **সংস্পর্শ**

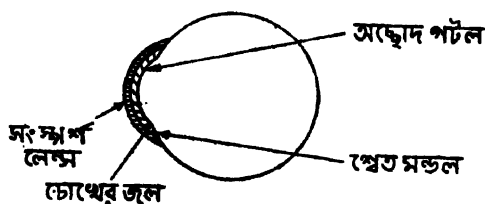



Fig. 6.17 সংস্পর্শ লেন্স।

**লেন্স** (contact lens) দিয়ে তা করা যায়। সংস্পর্শ লেন্স হল খুব হাল্কা, পাতলা, স্বচ্ছ প্লাষ্টিকের বা কাঁচের একটা বাটি যার বাইরের তলের বক্রতা

সংশোধনের জন্য যতটুকু বক্রতা হওয়া উচিত ঠিক ততখানি। এই লেন্সের ব্যাস অচ্ছোদপটলের ব্যাস থেকে সামান্য বড়। এবার অচ্ছোদপটলের উপর এই লেন্স রাখলে এর প্রান্তদেশ অচ্ছোদপটলকে স্পর্শ করবে না, শ্বেতমণ্ডলের গায়ে লেগে থাকবে। সংস্পর্শ লেন্স ও অচ্ছোদপটলের মাঝের জায়গা চোখের জলে ভরে যাবে। চোখের জলের প্রতিসরাঙ্ক অ্যাকুয়াস্ হিউমার এর প্রায় সমান। কাজেই সমস্তটা মিলে একটি প্রতিসারী মাধ্যম হয়ে যাবে যার বাইরের বক্রতা সংস্পর্শ লেন্সের বাইরের বক্রতার সমান।

অনিয়মিত বিষমদৃষ্টি অচ্ছোদপটলের অনিয়মিত (irregular) বক্রতার জন্য হয়। কোন সাধারণ চশমা দিয়ে এ দোষ দূর করা সম্ভব নয়। সংস্পর্শ লেন্সই হচ্ছে এর একমাত্র প্রতিকার। এক্ষেত্রে অচ্ছোদপটল চোখের জলে নিমজ্জিত থাকে বলে অচ্ছোদপটলের অনিয়মিত বক্রতার কোন প্রভাবই থাকে না। সংস্পর্শ লেন্সের প্রধান ত্রুটি হল এটাকে বহুক্ষণ ধরে চোখে ধারণ করা অনেক লোকের পক্ষেই সম্ভব হয় না। এই অসুবিধেটা কাটিয়ে উঠবার বহু চেষ্টা হচ্ছে।

**চুম্বক (Summary) :**

1. চোখ একটি অন্ধকার ক্যামেরার মত। অচ্ছোদপটলের ছিদ্র (মণি) দিয়ে আলো ঢুকে লেন্সের মধ্য দিয়ে গিয়ে চোখের পর্দায় (অক্ষিপটে) পড়ে। অক্ষিপটে কোন বস্তুর যে প্রতিবিম্ব পড়ে তার থেকে আমাদের মস্তিষ্কে বস্তুটি সম্বন্ধে ধারণা হয়।

2. চোখ একসঙ্গে খুব কম জায়গা স্পষ্ট দেখতে পায়। কিন্তু অপ্রত্যক্ষ বীক্ষণের ক্ষেত্র যথেষ্ট বড় প্রায় 165°-র মত। অবশ্য চোখ ঘুরিয়ে 60° থেকে প্রায় 100° পর্যন্ত বিস্তৃত জায়গা স্পষ্ট দেখা যায়।

3. উপযোজন ক্ষমতা প্রয়োগ করে, দৃষ্টির পাল্লার মধ্যে সব জিনিষই স্পষ্ট দেখা যায়। স্বাভাবিক চোখে দৃষ্টির পাল্লার নিকট বিন্দু 25 cm এর মত এবং দূর বিন্দু অসীমে অবস্থিত। বয়স বাড়লে মাংসপেশী শিথিল হওয়ার দরুণ উপযোজন ক্ষমতা হ্রাস পায়।

4. চোখের সবরকম অপেরণই রয়েছে। তবে এদের জন্য স্বাভাবিক অবস্থায় স্পষ্ট দেখতে বিশেষ কোন অসুবিধে হয় না।

5. 3800 $A°$ থেকে 700 $A°$ পর্যন্ত বর্ণালীর ছোট্ট অংশেই চোখ সুবেদী। এই সুবেদীতা 5500 $A°$এ সর্বোচ্চ এবং এর দুদিকেই দ্রুত হ্রাস পায়। সেজন্য সব রঙের আলোয় কোন বস্তু সমান স্পষ্ট দেখা যায় না।

6. একটি বস্তুর খুঁটিনাটি দেখার ক্ষমতা সূক্ষ্মাবেক্ষণ ক্ষমতার উপর নির্ভর করে। চোখের সূক্ষ্মাবেক্ষণ ক্ষমতা খুব কম নয় (বীক্ষণ কোণ প্রায় 0.00029 রেডিয়ানের মত)। এটা বস্তুর ঔজ্জ্বল্য, ঔজ্জ্বল্যের তারতম্য ইত্যাদির উপর নির্ভর করে। কম আলোয় যে খুঁটিনাটি ধরা পড়ে না, বেশী আলোয় তা সহজেই বোঝা যেতে পারে।

7. কোনটা কাছে, কোনটা দূরে তা বুঝবার ক্ষমতা চোখের আছে। প্রধানতঃ দুটি চোখ থাকার দরুণ আমাদের দ্বিনেত্র দৃষ্টি ও ঘন দৃক্‌বীক্ষণ সম্ভব।

8. স্বাভাবিক চোখ খুব কম লোকেরই আছে। চোখের দৃষ্টির দোষ নানা রকম হয়। দীর্ঘদৃষ্টিতে নিকট বিন্দু 25 cm থেকে দূরে এবং স্বল্প-দৃষ্টিতে নিকট বিন্দু 25 cm থেকে কাছে হয়। চালশেতে উপযোজন ক্ষমতা হ্রাস পেতে থাকে। ফলে নিকট বিন্দু দূরে এবং দূর বিন্দু কাছে আসতে থাকে। বিষমদৃষ্টিতে কোন বিন্দুর চারদিকে সমদূরবর্তী অন্য বিন্দুদের সমান স্পষ্ট দেখা যায় না। চোখ খারাপ হলে চশমা ব্যবহার করে এসব দোষ অনেক-ক্ষেত্রেই মোটামুটি সংশোধন করা যায়। দীর্ঘদৃষ্টিতে উত্তল লেন্স, স্বল্পদৃষ্টিতে অবতল লেন্স, চালশেতে উত্তল-অবতল সমষ্টি বা বাইফোকাল লেন্স এবং বিষম-দৃষ্টিতে বেলন অথবা টরিক লেন্সের চশমা ব্যবহার করা হয়। আজকাল সংস্পর্শ লেন্সও ব্যবহার করা হচ্ছে।

## পরিচ্ছেদ 7

# অপটিক্যাল তন্ত্রের কার্যকারিতার বিচার
# (Analysis of the performance of optical systems)

7.1 সবরকম অপটিক্যাল তন্ত্রের কাজই হচ্ছে প্রত্যক্ষ বা পরোক্ষভাবে দেখার ব্যাপারে চোখকে সাহায্য করা। কিছু কিছু অপটিক্যাল তন্ত্রে প্রতিবিম্ব সদ্ এবং সেটা পর্দায় ফেলা হয়। পর্দায় প্রক্ষিপ্ত সদ্‌বিম্ব চোখে দেখা যায়। এইসব অপটিক্যাল তন্ত্র প্রক্ষেপণ ধর্মী (projection type systems)। সিনেমার পর্দায় প্রক্ষিপ্ত ছবি আমরা সঙ্গে সঙ্গে দেখি। ক্যামেরার পর্দায় প্রক্ষিপ্ত ছবি ফটোগ্রাফিক প্লেটে ধরে রেখে পরে অবসর সময়ে দেখা যায়। কিছু কিছু অপটিক্যাল তন্ত্রে নির্দিষ্ট জায়গায় চোখ রেখে যন্ত্রের মাধ্যমে উপস্থাপিত অসদ্‌বিম্ব দেখতে হয়। এরা বীক্ষণ তন্ত্র (visual systems)। সব বীক্ষণতন্ত্রেই অবশ্য আজকাল ফটোগ্রাফিক প্লেটের উপর ছবি তোলার ব্যবস্থা থাকে। সুতরাং প্রক্ষেপণ ধর্মী তন্ত্র ও বীক্ষণ তন্ত্রের মধ্যে পার্থক্য আজকাল আর তেমন স্পষ্ট নয়। তবু যে সব অপটিক্যাল তন্ত্রের সামগ্রিক ব্যবহারে চোখ একটি অবিচ্ছেদ্য (inseparable) অঙ্গ তাদেরই আমরা **বীক্ষণ যন্ত্র** (visual instruments) বলব। আর যে সব তন্ত্রে চূড়ান্ত প্রতিবিম্ব পর্দায় ফেলা হয় এবং যাদের কার্যকারিতায় চোখের কোন অপরিহার্য প্রত্যক্ষ ভূমিকা নেই তাদের আমরা **প্রক্ষেপণ যন্ত্র** (projection instruments) বলব।

প্রত্যেকটি অপটিক্যাল তন্ত্রই বিশেষ কিছু কাজের জন্য পরিকল্পিত। একই অপটিক্যাল তন্ত্রে সবরকম কাজ চলে না। দূরবীক্ষণে দূরের জিনিষ ভালো দেখা যায় কিন্তু তা দিয়ে অণুবীক্ষণের কাজ চলে না। আবার খুব ছোট জিনিষ দেখতে অণুবীক্ষণ লাগে, দূরবীক্ষণে হয় না। সেজন্য যে বিশেষ কাজের জন্য অপটিক্যাল তন্ত্রটি পরিকল্পিত হয়েছে সে কাজে এটা কতখানি উপযোগী তা জানা দরকার। বীক্ষণ যন্ত্রের কথাই প্রথমে ধরা যাক। কোন বীক্ষণ যন্ত্র ভালো কি মন্দ তা কি করে বিচার করব? ভালো বা মন্দ বলতে গেলে একটা তুলনার কথা এসে যায়—খালি চোখে যেমনটি দেখা যায় বীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে দেখলে তার তুলনায় কতটুকু ভালো বা মন্দ।

খালি চোখে যখন আমরা কোন দিকে তাকাই তখন অনেকটা জায়গা জুড়ে একসঙ্গে দেখি। চোখ ঘুরিয়ে দেখার ক্ষেত্র আরোও বিস্তৃত করা যায়। কাছের জিনিষ থেকে অনেকদূর পর্যন্ত দেখি। সব দূরত্বের এবং সবদিকের জিনিষ আমরা সমান স্পষ্ট, সমান উজ্জ্বল দেখি না। দূরের জিনিষ ছোট দেখি। কাছাকাছি দুটি বিন্দুকে অনেক সময়েই পৃথক বলে বুঝতে পারি না। বীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে দেখলে এই সব বিষয়ে চূড়ান্ত প্রতিবিম্বে কি ধরনের হেরফের ঘটে সেটাই আমাদের বিচার্য।

এই তুলনামূলক বিচার করতে গেলে আমাদের কয়েকটি জিনিষ জানতে হবে।

(A) **ক্ষেত্র** (field): প্রত্যক্ষ দর্শনে উপস্থাপিত দৃশ্যপটের ব্যাপ্তি, অথবা, খালি চোখে ও বীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে চোখে উপস্থাপিত দৃশ্যপটের ব্যাপ্তির অনুপাত।

(B) **বিবর্ধন ক্ষমতা** (magnifying power) M: বীক্ষণ যন্ত্রের মধ্য দিয়ে দেখলে এবং খালি চোখে দেখ্‌লে অক্ষিপটে যে প্রতিবিম্ব পড়ে তাদের আকারের অনুপাত।

(C) **আলোক প্রেরণের ক্ষমতা** (light transmitting power) C: একই অভিবিম্ব বীক্ষণ যন্ত্রের মধ্য দিয়ে দেখলে এবং খালি চোখে দেখলে অক্ষিপটে তার যে প্রতিবিম্ব পড়ে তাদের দীপনমাত্রার (illumination) অনুপাত।

(D) **বিশ্লেষণ পারঙ্গমতা** (resolution efficiency) E: বীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে দেখলে যে বিশ্লেষণের সীমায় পৌঁছান যায় তার সঙ্গে খালি চোখের বিশ্লেষণ সীমার অনুপাত।

দেখার ব্যাপারে বীক্ষণ যন্ত্র কতটুকু সুবিধা করে দিল উপরোক্ত রাশিগুলির মাধ্যমে তা সোজাসুজিই মাপা যায়। এই চারিটি রাশিই অনুপাতমূলক। প্রথম তিনটি রাশি অপটিক্যাল তন্ত্রের গঠন থেকে নির্ণয় করা যায়। চতুর্থ রাশিটি অনেকটা নির্ভর করে চোখের সূক্ষ্মাবেক্ষণ ক্ষমতার (visual acuity) উপর। আর সূক্ষ্মাবেক্ষণ ক্ষমতা বাড়ে কমে বিবিধ কারণে।

প্রক্ষেপণ যন্ত্রের ক্ষেত্রেও যন্ত্রের কার্যকারিতা বিচার করতে গেলে এই কয়টি রাশির সাহায্যেই তা করা যায়।

আমাদের এই আলোচনায় আমরা ধরে নেব যে অপটিক্যাল তন্ত্রে অপেরণ হয় অনুপস্থিত নয়ত ন্যূনতম ও নগণ্য।

## 7.2 অপটিক্যাল তন্ত্রের উন্মেষ (Apertures of optical systems)

**7.2.1** সব অপটিক্যাল তন্ত্রেরই উন্মেষ সীমিত। একটি অপটিক্যাল তন্ত্রের মধ্য দিয়ে যে আলোকরশ্মিগুচ্ছ যেতে পারে তার কৌণিক উন্মেষ কতখানি তারই উপর প্রধানতঃ নির্ভর করে তন্ত্রের মধ্য দিয়ে কতখানি আলো যাবে এবং কতখানি জায়গা এর মধ্য দিয়ে দেখা যাবে। আলোক রশ্মির কৌণিক উন্মেষ সীমিত হয় অনেক ভাবে, লেন্স, দর্পণ বা প্রিজমের ধারগুলিতে (rims), তাদের ধারকে (mountings) বা এই উদ্দেশ্যে ব্যবহৃত বিশেষ **প্রনেত্রে** (windows)। যে সব প্রনেত্রে আলোর উন্মেষ সীমিত হয় তাদের **রোধক** (stops) বা **মধ্যচ্ছদা** (diaphragms) বলে।

একটি অপটিক্যাল তন্ত্রে একাধিক রোধক থাকতে পারে। ধরা যাক, অপটিক্যাল তন্ত্রের আলোক অক্ষের উপর $P$ কোন একটি বিন্দু। $P$ বিন্দু হতে অপটিক্যাল তন্ত্রে যে আলো এসে পড়েছে তার কৌণিক উন্মেষ অপটিক্যাল তন্ত্রের রোধকগুলির মধ্যে কোন একটিতে সবচেয়ে বেশী সীমিত হবে। এই রোধকটিকে **উন্মেষ রোধক** (aperture stop) বলে। রোধকদের মধ্যে কোনটি উন্মেষ রোধক হিসাবে কাজ করবে তা অবশ্য অভিবিম্বের অবস্থানের উপর নির্ভর করবে। Fig. 7.1 এ অভিবিম্ব যখন $P_1$ বিন্দুতে তখন উন্মেষ রোধক হল $S_1$ রোধকটি, যখন $P_2$ বিন্দুতে তখন $S_2$ রোধকটি এবং যখন $P_3$ বিন্দুতে তখন লেন্স $L$ নিজেই উন্মেষ রোধক।

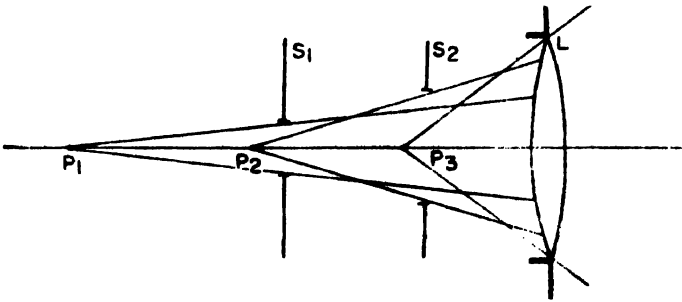



Fig. 7.1

অক্ষের উপর অবস্থিত কোন বিন্দুর সাপেক্ষে অপটিক্যাল তন্ত্রের রোধকদের মধ্যে কোনটি উন্মেষ রোধক হিসাবে কাজ করবে তা কি করে নির্ণয় করা যাবে? ধরা যাক যে, অপটিক্যাল তন্ত্রে $S_1, S_2, S_3$......ইত্যাদি অনেকগুলি রোধক আছে (Fig. 7.2)। $S_1$ রোধকটির বাঁ-দিকে অপটিক্যাল তন্ত্রের যে অংশটি

রয়েছে তার জন্য $S_1$-এর প্রতিবিম্ব হল $S_1'$। এভাবে $S_2$-র প্রতিবিম্ব হল $S_2'$, $S_3$-র প্রতিবিম্ব $S_3'$ ইত্যাদি। $P$ বিন্দু থেকে দেখলে $S_1$, $S_2$, $S_3$ ইত্যাদির বদলে $S_1'$, $S_2'$, $S_3'$ ইত্যাদি নেত্রগুলি দেখা যাবে। এই সব প্রতিবিম্বের মধ্যে যে নেত্রটি $P$ বিন্দুতে সবচেয়ে কম কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় করা হল। এটিকে **আগম নেত্র** (entrance pupil) বলা হয়। $P$ বিন্দু থেকে যে আলোক শঙ্কু আপাতদৃষ্টিতে $S_i'$ নেত্র দিয়ে সীমিত (limited) হয়েছে তা বস্তুতঃ $S_i'$-এর অনুবন্ধী $S_i$ রোধক দিয়েই সীমিত হচ্ছে। যেহেতু $P$ বিন্দুতে আগম নেত্র সবচেয়ে কম কোণ উৎপন্ন করে অতএব অপটিক্যাল তন্ত্রের মধ্য দিয়ে $P$ বিন্দু থেকে যে আলো যেতে পারবে তা সবচেয়ে বেশী সীমিত হবে আগম নেত্রের অনুবন্ধী রোধকটি দিয়ে। অতএব আগম নেত্রটি যে বাস্তব (real) রোধকের অনুবন্ধী সেটিই হল **উন্মেষ রোধক**। আগম নেত্র অভিবিম্বে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ঐ অভিবিম্বে অপটিক্যাল তন্ত্রের **কৌণিক উন্মেষ** (angular aperture) বলে। Fig. 7.2-তে আগম নেত্র $S_3'$, উন্মেষ রোধক $S_3$ এবং কৌণিক উন্মেষ $\theta$। প্রতিবিম্ব কতটা আলোকিত হবে এই কৌণিক উন্মেষই তা স্থির করে।

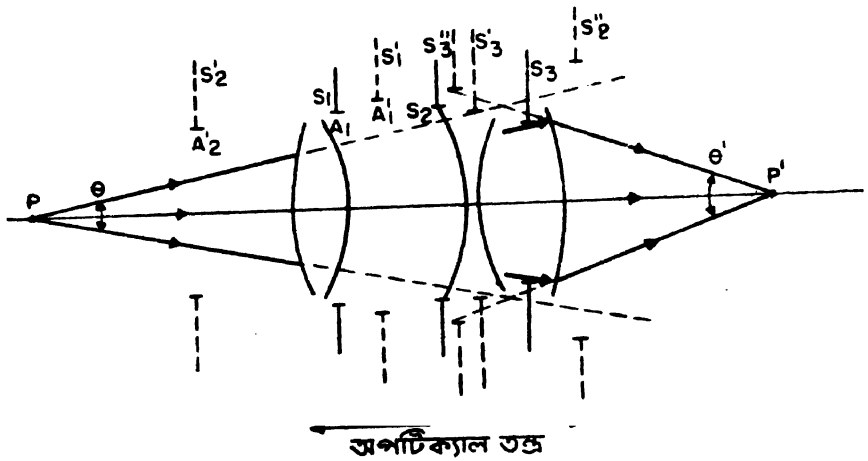



Fig. 7.2

উন্মেষ রোধকের পরবর্তী অপটিক্যাল তন্ত্রের অংশে উন্মেষ রোধকের প্রতিবিম্বকে **নির্গম নেত্র** (exit pupil) বলা হয়। ধরা যাক $P$ বিন্দুর প্রতিবিম্ব হয়েছে $P'$ বিন্দুতে। $P'$ বিন্দু থেকে যে সমস্ত রোধক বা প্রতিবিম্ব রোধক (image stops) দেখা যাবে তার মধ্যে নির্গম নেত্র $P'$ বিন্দুতে সবচেয়ে কম কোণ উৎপন্ন করবে। উন্মেষ রোধক আপতিত রশ্মিগুচ্ছকে সবচেয়ে বেশী

সীমিত করে। কাজে কাজেই উন্মেষ রোধকই নির্গত রশ্মিকে (emergent rays) সবচেয়ে বেশী সীমিত করবে। যেহেতু নির্গম নেত্র উন্মেষ রোধকের

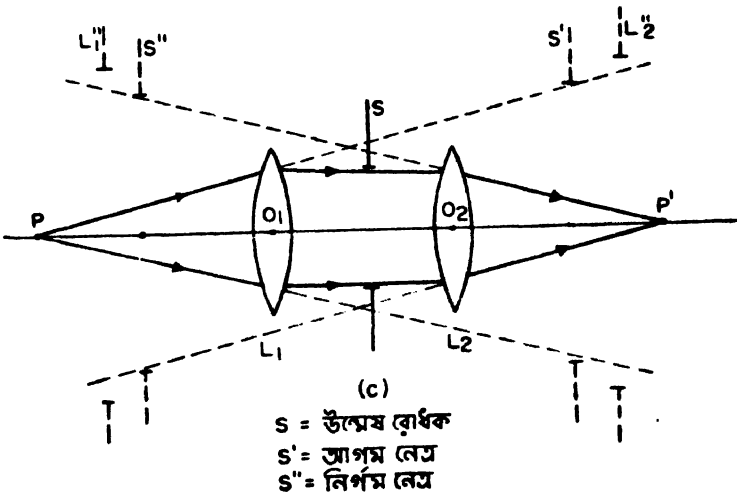
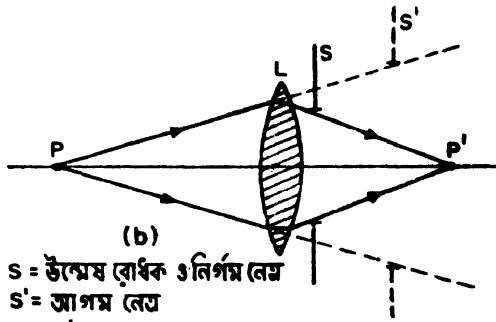
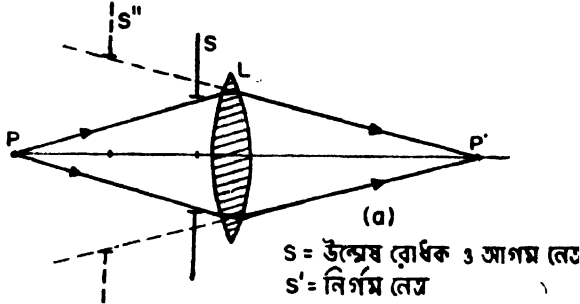



Fig. 7.3

অনুবন্ধী অতএব $P'$ বিন্দুতে নির্গম নেত্রের কৌণিক উন্মেষ সবচেয়ে কম হবে।

এই কোণকে **প্রক্ষেপ কোণ** (angle of projection) বলে। Fig. 7.2-তে নির্গম নেত্র $S_2''$ এবং প্রক্ষেপ কোণ $\theta'$ ।

Fig. 7.3-তে কয়েকটি উদাহরণ দেখানো হয়েছে। (*a*)-তে উন্মেষ রোধক এবং আগম নেত্র এক, (*b*)-তে উন্মেষ রোধকই নির্গম নেত্র এবং (*c*)-তে উন্মেষ রোধক, আগম নেত্র এবং নির্গম নেত্র পৃথক।

**উদাহরণ** 1 : 10 cm এবং 20 cm ফোকাস দৈর্ঘ্যের দুটি অভিসারী লেন্সের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 2 cm এবং 3 cm। লেন্স দুটির অক্ষ এক, অক্ষ বরাবর দূরত্ব 4 cm এবং লেন্স দুটির ঠিক মাঝখানে একটি 2 cm ব্যাসার্ধ উন্মেষের মধ্যচ্ছদা রাখা আছে। প্রথম লেন্স থেকে বাঁ-দিকে 20 cm দূরে অক্ষের উপর একটি বিন্দুতে উন্মেষ রোধক, আগম নেত্র এবং নির্গম নেত্র নির্ণয় করতে হবে।

$P$ অভিবিম্ব, $L_1$ ও $L_2$ লেন্সদ্বয়, এবং $S$ মধ্যচ্ছদা (Fig. 7.3*c*)। $\overline{O_1P} = -20$ cm, $\overline{O_1S} = 2$ cm।

প্রথমে আগম নেত্র কোনটি নির্ণয় করা যাক। **সম্ভাব্য আগম নেত্র :**

(i) লেন্স $L_1$, ব্যাসার্ধ 2 cm। $P$ বিন্দু থেকে দূরত্ব 20 cm ; $P$ বিন্দুতে উৎপন্ন অর্ধকোণ $\theta_1$ হলে, $\tan\theta_1 = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ ।

(ii) লেন্স $L_1$ এ মধ্যচ্ছদা $S$ এর প্রতিবিম্ব $S'$ । $L_1$ থেকে $S'$ এর দূরত্ব $v_1$ হলে $\frac{1}{v_1} = \frac{1}{2} - \frac{1}{10} = \frac{2}{5}$। $P$ বিন্দু থেকে $S'$ এর দূরত্ব $= 20 + \frac{5}{2}$ $= 22.5$ cm

$S'$ এর ব্যাসার্ধ $= \frac{5}{2\times 2}\ 2 = \frac{5}{2}$ cm।

$P$ বিন্দুতে $S'$ এর জন্য উৎপন্ন অর্ধকোণ $\theta_2$ হলে, $\tan\theta_2 = \frac{5/2}{45/2} = \frac{1}{9}$।

(iii) লেন্স $L_1$ এ লেন্স $L_2$ র প্রতিবিম্ব $L_2'$। $L_1$ থেকে $L'_2$ এর দূরত্ব $v_2$ হলে,

$\frac{1}{v_2} - \frac{1}{4} \quad \frac{1}{10} \quad \frac{3}{20}$ । $P$ বিন্দু থেকে $L_2'$ এর দূরত্ব $= 20 + \frac{20}{3} = \frac{80}{3}$ cm

$L_2'$ এর ব্যাসার্ধ $= \frac{20/3 \times 3}{4} = 5$ cm। অতএব $P$ বিন্দুতে $L_2'$ এর জন্য উৎপন্ন অর্ধকোণ $\theta_3$ হলে, $\tan\theta_3 = \frac{5}{80/3} = \frac{3}{16}$।

অতএব $\tan\theta_1 < \tan\theta_2 < \tan\theta_3$

অর্থাৎ $\theta_1 < \theta_2 < \theta_3$

কাজেই লেন্স $L_1$ ই এক্ষেত্রে আগম নেত্র এবং উন্মেষ রোধক। $L_2$ লেন্সে $L_1$ এর প্রতিবিম্ব $L_1''$ হল নির্গম নেত্র। $L_2$ লেন্স থেকে $L_1''$ এর দূরত্ব $v_3$ হলে

$$\frac{1}{v_3} = \frac{1}{-4} + \frac{1}{20} = -\frac{1}{5} \text{ অর্থাৎ } v_3 = -5 \text{ cm}।$$

$L_1''$, প্রথম লেন্স $L_1$ এর বাঁ-দিকে 1 cm দূরে অবস্থিত এবং তার ব্যাসার্ধ হল $= \frac{-5}{-4} \times 2 = 2.5$ cm।

### 7.2.2 আগম ও নির্গম নেত্রের সাপেক্ষে অনুবন্ধী দূরত্বের সম্বন্ধ (Conjugate distance relations with respect to the entrance and exit pupils)

আমরা দেখেছি যে সাধারণতঃ আগম নেত্র ও নির্গম নেত্রের অবস্থান ও আকার অভিবিম্বের অবস্থানের উপর নির্ভর করে। কিন্তু একটি সুপরিকল্পিত অপটিক্যাল তন্ত্রে **আগম ও নির্গম নেত্রের অবস্থান ও আকার সুনির্দিষ্ট**।

অপটিক্যাল তন্ত্রে এই প্রনেত্রগুলির গুরুত্ব অপরিসীম। অপটিক্যাল তন্ত্রের মধ্য দিয়ে কতটুকু আলো যাবে, কতখানি অপবর্তন হবে এবং তার ফলে বিশ্লেষণ পারঙ্গমতাই বা কতটুকু হ্রাস পাবে তা অনেকাংশেই নির্ভর করে এ দুটি প্রনেত্রর উপর। সুতরাং অনুবন্ধী দূরত্বের সম্বন্ধগুলিতে এই প্রনেত্রদ্বয়ের উল্লেখ থাকা উচিত।

ধরা যাক, অপটিক্যাল তন্ত্রের আগম ও নির্গম নেত্রদ্বয় যথাক্রমে $\pi$ ও $\pi'$ বিন্দুদ্বয়ে অবস্থিত (Fig. 7.4)। $\overline{HF} = f$, $\overline{H'F'} = f'$। $P$ অভিবিম্বের অক্ষবিন্দু এবং $P'$ তার অনুবন্ধী বিন্দু। $\overline{FP} = x$, $\overline{F'P'} = x'$, $\overline{F\pi} = \omega$, $\overline{F'\pi'} = \omega'$, $\overline{\pi P} = \xi$, $\overline{\pi' P'} = \xi'$। আগম ও নির্গম নেত্রের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $\rho$ ও $\rho'$।

নিউটনের সমীকরণ অনুসারে, দুটি অনুবন্ধী বিন্দুর ক্ষেত্রে,

$$-\frac{y'}{y} = \frac{f}{x} = \frac{x'}{f'} \tag{7.1}$$

সুতরাং অনুবন্ধী নেত্রদ্বয়ের বেলায়

$$-\frac{\rho'}{\rho}=\frac{f}{\omega}=\frac{\omega'}{f'} \tag{7.2}$$

এখন $\overline{FP}=\overline{F\pi}+\overline{\pi P}$ অথবা $x=\omega+\xi$

এবং $\overline{F'P'}=\overline{F'\pi'}+\overline{\pi'P'}$ বা $x'=\omega'+\xi'$

যেহেতু $xx'=ff'$

অতএব $\frac{(\omega+\xi)}{f}\frac{(\omega'+\xi')}{f'}=1$

বা $\left(\frac{\omega}{f}+\frac{\xi}{f}\right)\left(\frac{\omega'}{f'}+\frac{\xi'}{f'}\right)=1$

বা $$\left(\frac{\xi}{f}-\frac{\rho}{\rho'}\right)\left(\frac{\xi'}{f'}-\frac{\rho'}{\rho}\right)=1 \tag{7.3}$$

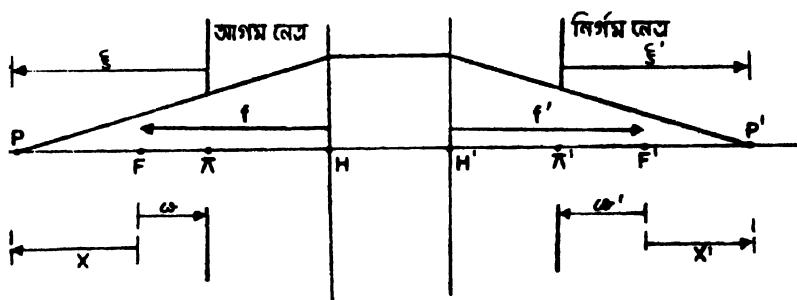



Fig. 7.4

$\frac{\rho'}{\rho}=\Gamma_0=$ অনুলম্ব নেত্র-বিবর্ধন (transverse pupil magnification)

সুতরাং (7.3) থেকে

$$\frac{\xi\xi'}{ff'}-\Gamma_0\frac{\xi}{f}-\frac{1}{\Gamma_0}\frac{\xi'}{f'}=0$$

এবং $$\Gamma_0\frac{f'}{\xi'}+\frac{1}{\Gamma_0}\frac{f}{\xi}=1 \tag{7.4}$$

কিন্তু $\frac{n'}{f'}=-\frac{n}{f}=K$ (ক্ষমতা) বা $f'=\frac{n'}{K}$ এবং $f=-\frac{n}{K}$

সুতরাং $$\Gamma_0\frac{n'}{\xi'}-\frac{1}{\Gamma_0}\frac{n}{\xi}=K \tag{7.5}$$

আবার, প্রতিবিম্বের অনুলম্ব বিবর্ধন (transverse magnification)

$$m=\frac{y'}{y}=-\frac{x'}{f'}=-\frac{\omega'+\xi'}{f'}=-\frac{\omega'}{f'}\left(1+\frac{\xi'}{\omega'}\right)$$

$$=\Gamma_0\left(1-\frac{\xi'}{\Gamma_0 f'}\right)=\Gamma_0\left(1-\frac{1}{1-\frac{1}{\Gamma_0}\frac{f}{\xi}}\right) \quad \text{(7.4) থেকে}$$

$$=\Gamma_0\frac{-\frac{1}{\Gamma_0}f/\xi}{\Gamma_0 f'/\xi'}=-\frac{1}{\Gamma_0}\frac{f}{f'}\frac{\xi'}{\xi}=\frac{1}{\Gamma_0}\frac{n}{n'}\frac{\xi'}{\xi} \tag{7.6}$$

যখন প্রাথমিক ও চূড়ান্ত মাধ্যম বায়ু, তখন

$$\frac{\Gamma_0}{\xi'}-\frac{1}{\Gamma_0\xi}=K$$

এবং $m\Gamma_0=\frac{\xi'}{\xi}$

এই দুটি সমীকরণ থেকে

$$\Gamma_0-\frac{1}{\Gamma_0}\frac{\xi'}{\xi}=K\xi'$$

বা $\Gamma_0-m=K\xi'$ (7.7)

এবং $\Gamma_0\frac{\xi}{\xi'}-\frac{1}{\Gamma_0}=K\xi$

বা $\frac{1}{m}-\frac{1}{\Gamma_0}=K\xi$ (7.8)

$m$ ও $\Gamma_0$ জানা থাকলে নির্দিষ্ট ক্ষমতার ($K$) অপটিক্যাল তন্ত্রে $\xi$ ও $\xi'$ অর্থাৎ আগম ও নির্গম নেত্রের সাপেক্ষে অভিবিম্ব ও প্রতিবিম্বের দূরত্ব নির্ণয় করা সম্ভব।

উদাহরণ 1এ আগম ও নির্গম নেত্রের ব্যাসার্দ্ধ যথাক্রমে 2 ও 2.5 cm

অতএব $\Gamma_0=\frac{\rho'}{\rho}=\frac{2.5}{2}=1.25$

লেন্স সমবায়ের ক্ষমতা $K=K_1+K_2-dK_1K_2$

$=10+5-\frac{4}{100}\times10\times5$ ডায়প্টার

$=15-2=13$ ডায়প্টার বা 0.13

আগম নেত্র হতে অভিবিম্বের দূরত্ব $\xi = -20$ cm

তাহলে প্রতিবিম্বের অনুলম্ব বিবর্ধন হবে

$$1/m = \frac{1}{\Gamma_0} + K\,\xi = \frac{2}{2.5} - 0.13 \times 20 = -\frac{9}{5}$$

$$m = -\frac{5}{9},$$ প্রতিবিম্ব অবশীর্ষ ও ছোট।

এই অনুচ্ছেদের প্রথমেই আমরা যে মন্তব্য করেছি আবার তা স্মরণ করা যাক। প্রতিটি সুপরিকল্পিত অপটিক্যাল তন্ত্রেই অভিবিম্বের সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ দূরত্ব নির্দিষ্ট করে দেওয়া হয়। এই কার্যকরী দূরত্বের পাল্লার (working range) মধ্যে অভিবিম্ব থাকলে আগম নেত্র ও নির্গম নেত্রের আকার ও অবস্থান সুনির্দিষ্ট। কিভাবে এটা করা হয়?

যে সমস্ত বীক্ষণযন্ত্র নিয়ে আমাদের বেশী কাজ করতে হয়, যেমন দূরবীক্ষণ বা অনুবীক্ষণ যন্ত্র, তাদের প্রায় সবগুলিতেই দুটি প্রতিসারক অংশ থাকে। এই প্রতিসারক অংশগুলির মধ্যে দূরত্ব প্রতিটি অংশের বেধ থেকে অনেক বড়। এসব বীক্ষণযন্ত্রে চোখকে রাখতে হয়, যন্ত্রের নির্গম নেত্রের কাছে। বীক্ষণ যন্ত্র ও চোখের এই সম্মিলিত তন্ত্রে চোখের মণিটি একটি বাস্তব (real) প্রনেত্র।

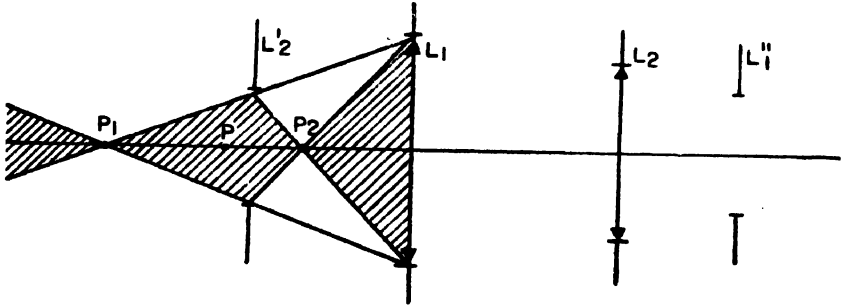



Fig. 7.5

ধরা যাক (Fig. 7.5) $L_1$ ও $L_2$ হল এই প্রতিসারক অংশ দুটির প্রনেত্র। $L_1$ অংশে $L_2$ প্রনেত্রর অনুবন্ধী $L_2'$ এবং $L_2$ অংশে $L_1$ প্রনেত্রর অনুবন্ধী $L_1''$। এক্ষেত্রে আগম নেত্র হবে $L_1$ ও $L_2'$ এর মধ্যে কোন একটি। কোনটি হবে তা নির্ভর করবে $P$ বিন্দুটি কোথায় তার উপর। অক্ষের উপরে দুটি বিন্দু $P_1$ ও $P_2$ তে $L_1$ ও $L_2'$ একই কোণ উৎপন্ন করে। $P$ বিন্দুটি $P_1 P_2$ র মধ্যে থাকলে, $L_1$, $P$ বিন্দুতে কম কোণ উৎপন্ন করবে অর্থাৎ তখন

$L_1$ ই আগম নেত্র। $P_1P_2$ র বাইরে অক্ষের উপর যে কোন বিন্দুতে $L_2'$ হল আগম নেত্র। যে কোন বিক্ষণযন্ত্র এমনভাবে তৈরী করা হয় যাতে তার কার্যকর পাল্লা (working range) হয় পুরোপুরি $P_1P_2$ র মধ্যে পড়ে নয়ত পুরোপুরি $P_1P_2$র বাইরে পড়ে। যদি $L_1''$ বাস্তব হয় তবে চোখটি $L_1''$-এ রাখা যাবে। $L_1''$ নির্গম নেত্র হলে, $L_1$ আগম নেত্র হবে অর্থাৎ কার্যকর পাল্লা $P_1$ $P_2$ র মধ্যে রাখতে হবে। নভোবীক্ষণে (astronomical telescope) বা অনুবীক্ষণে ঠিক এইটিই করা হয়। $L_1''$ যদি অসদ্ হয় তবে চোখ $L_1''$ পর্যন্ত পৌঁছাবে না। সেক্ষেত্রে চোখকে রাখতে হবে $L_2$ র ঠিক পিছনে। তাহলে নির্গম নেত্রটি কার্যতঃ, $L_2$র ঠিক পিছনে হল। $L_2'$ এস্থলে. আগম নেত্র। কাজেই কার্যকর পাল্লা $P_1$ $P_2$ র বাইরে রাখতে হবে। গ্যালিলিওর দূরবীক্ষণ যন্ত্র এভাবেই ব্যবহার করা হয়।

### 7.2.3 দৃষ্টির ক্ষেত্র (Field of view)

অপটিক্যাল তন্ত্রটি দিয়ে কতটুকু জায়গা জুড়ে দেখা যাবে এ প্রশ্নটির আলোচনা এবার করা যেতে পারে। ধরা যাক Fig. 7.6 এ $S$, $S'$ ও $S''$ হল যথাক্রমে উন্মেষ রোধক, আগম নেত্র ও নির্গম নেত্র। কার্যকর পাল্লার মধ্যে $P$ $P_1$ কোন অভিবিম্ব তল। $P$ অভিবিম্ব তলে অক্ষের উপর অবস্থিত। $P$ এর অনুবন্ধী $P'$ ও অক্ষের উপর অবস্থিত। $P'$ $P_1'$ প্রতিবিম্ব তল।

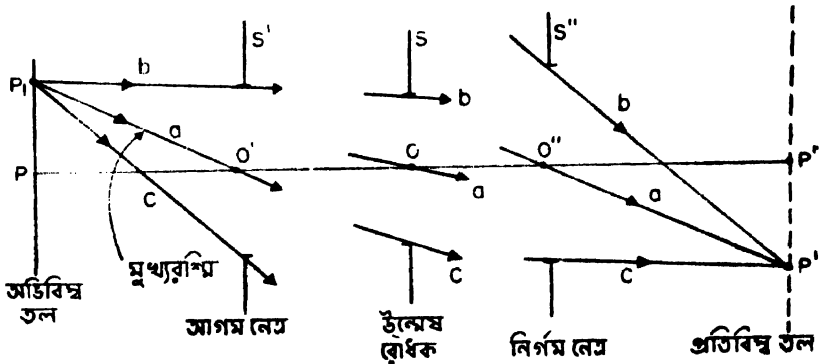



Fig. 7.6

অভিবিম্ব তলে অক্ষের বাইরের কোন বিন্দু $P_1$ থেকে অপটিক্যাল তন্ত্রের মধ্য দিয়ে যে আলোক রশ্মি গুচ্ছ যাবে তাকে **তির্যক রশ্মিগুচ্ছ** (oblique pencil) বলে। এই তির্যক রশ্মিগুচ্ছের যে রশ্মিটি আগম নেত্রের কেন্দ্রবিন্দু

$O'$ দিয়ে যায় তাকে ঐ রশ্মিগুচ্ছের **মুখ্য রশ্মি** (principal ray or chief ray) বলে। এই মুখ্যরশ্মি $a$ অবশ্যই উন্মেষ রোধক ও নির্গম নেত্রের কেন্দ্রদ্বয় যথাক্রমে $O$ ও $O''$ দিয়েও যাবে এবং অবশেষে $P_1$ বিন্দুর অনুবন্ধী $P_1'$ বিন্দুতে যাবে। তির্যক রশ্মিগুচ্ছ যতই বেশী তির্যক হবে ততই অপটিক্যাল তন্ত্রের অন্যান্য সব রোধকে এই তির্যক আলোক রশ্মিগুচ্ছ প্রথমে আংশিকভাবে এবং পরে পুরোপুরিভাবে বাধাপ্রাপ্ত হবে। এর ফলে প্রতিবিম্বে অভিবিম্বের সবটা পাওয়া যাবে না এবং দৃষ্টির ক্ষেত্র সীমিত হয়ে পড়বে।

Fig. 7.7 এ $S'$ আগম নেত্র এবং $D$ অন্যান্য রোধক ( কিম্বা প্রতিবিম্ব রোধক ) দের মধ্যে একটি। $S'$ ও $D$ উভয়কেই স্পর্শ করেছে এমন দুটি শঙ্কু হল $P_1P_1'$ ও $C_1C_1'$ যাদের শীর্ষবিন্দুদ্বয় যথাক্রমে $A_1$ ও $A_2$।

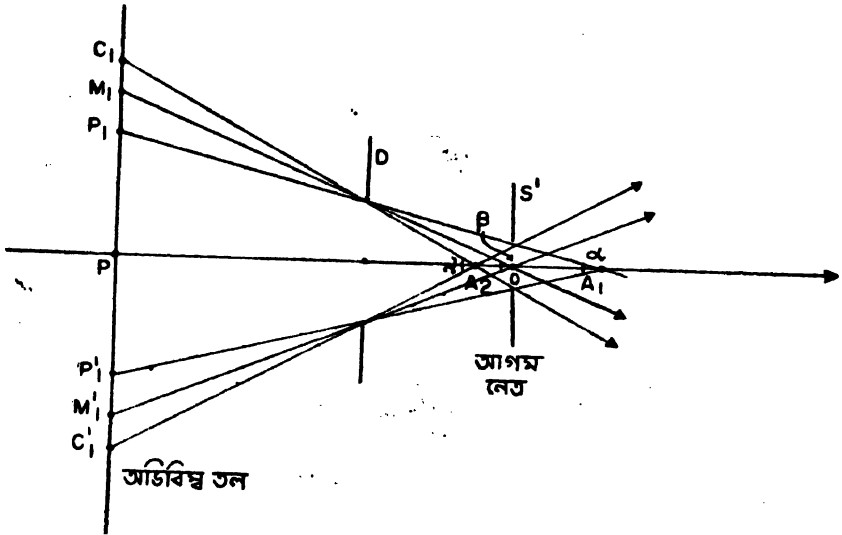



Fig. 7.7

$P_1P_1'$ শঙ্কুর মধ্যস্থিত অভিবিম্ব তলের উপর যে কোন বিন্দু থেকে যে আলোক রশ্মিগুচ্ছ আগম নেত্রের মধ্য দিয়ে যেতে পারবে তারা $D$ রোধকে কিছুমাত্র বাধাপ্রাপ্ত হবে না। অর্থাৎ আগম নেত্রের মধ্য দিয়ে যে আলো প্রবেশ করেছে তার পুরোটাই $D$ রোধকের মধ্যদিয়ে চলে যাবে। $P_1\,P_1'$ শঙ্কুটি **পূর্ণ আলোকিত ক্ষেত্র** (field of full illumination) নির্ধারিত করছে। আবার $C_1C_1'$ শঙ্কুর বাইরের কোন বিন্দু থেকে কোন আলোই অপটিক্যাল তন্ত্রের মধ্য দিয়ে যেতে পারবে না, $D$ রোধকে বাধাপ্রাপ্ত হবে। $C_1C_1'$ শঙ্কু **সম্পূর্ণ ক্ষেত্র** (total field) নির্ধারিত করছে। $P_1C_1$ ও $P_1'C_1'$ বেধের

বলয়টির মধ্যে যে সব বিন্দু রয়েছে তাদের থেকে যে আলোক রশ্মিগুচ্ছ আগম নেত্র দিয়ে প্রবেশ করবে তার কিছুটা $D$ রোধকে বাধাপ্রাপ্ত হবে এবং কিছু অংশ $D$ রোধকের মধ্য দিয়ে চলে যেতে পারবে ; এই অংশটি **আংশিকভাবে আলোকিত ক্ষেত্র** (field of partial illumination) নির্দিষ্ট করছে। প্রতিবিম্ব তল থেকে দেখলে দেখা যাবে মাঝখানে কিছুটা অংশ ( $P_1P_1'$ ) পূর্ণ আলোকিত এবং তারপরে কিছুটা অংশে ( $P_1C_1$, $P_1'C_1'$ বলয় ) আলো আস্তে আস্তে কমেছে। এটাকে **ভিনিয়েটিং** (Vignetting) বলে। যে দিক থেকে আলো আসছে সে দিকে তাকিয়ে চোখ $P$ থেকে বাইরের দিকে $C_1$ পর্যন্ত সরালে দৃষ্টির ক্ষেত্রকে কি রকম দেখা যাবে তা Fig. 7.8 এ দেখানো হয়েছে।

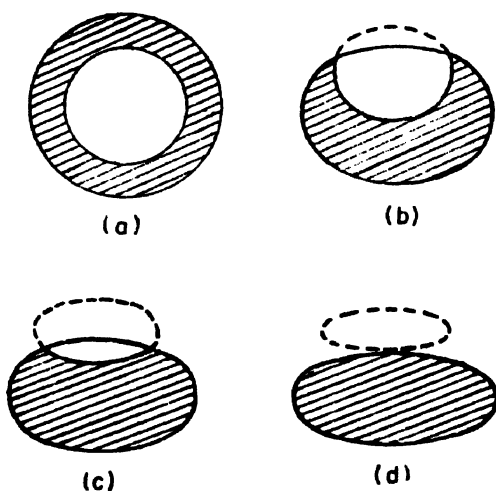



Fig. 7.8 ভিনিয়েটিং

অপটিক্যাল তন্ত্রে একাধিক রোধক থাকতে পারে। এদের প্রতিবিম্ব রোধকদের মধ্যে যেটি আগম নেত্রের কেন্দ্রে সবচেয়ে কম কোণ উৎপন্ন করে তাকে **আগম প্রনেত্র** (entrance window) বলা হয়। আগম প্রনেত্র যে বাস্তব রোধকের প্রতিবিম্ব তাকে **ক্ষেত্র রোধক** (Field stop) বলা হয়। ক্ষেত্র রোধকের পরবর্তী অপটিক্যাল তন্ত্রের অংশে ক্ষেত্র রোধকের প্রতিবিম্বকে **নির্গম প্রনেত্র** (exit window) বলে। আগম নেত্রের কেন্দ্রবিন্দুকে শীর্ষবিন্দু এবং আগম প্রনেত্রর কিনারা ছুঁয়ে গিয়েছে এই বিশেষ শঙ্কুটি একটি **গড় ক্ষেত্র** (mean field) নির্দিষ্ট করে। আগম নেত্রের ব্যাস কমতে কমতে আগম নেত্রটি একটি বিন্দুতে পরিণত হলে পূর্ণ আলোকিত ক্ষেত্র, সম্পূর্ণ ক্ষেত্র

এবং গড় ক্ষেত্র এক হয়ে যায়। আগম প্রনেত্র আগম নেত্রের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে, অর্থাৎ গড় ক্ষেত্রের কৌণিক উন্মেষকে **কৌণিক দৃষ্টির ক্ষেত্র** (angular field of view) বলা হয়। নির্গম নেত্রের কেন্দ্রে নির্গম প্রনেত্র যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে **প্রতিবিম্বের কৌণিক বিস্তৃতি** (angle of the image) বলে। অভিবিম্ব লোকের দৃষ্টির ক্ষেত্রকে **বাস্তব ক্ষেত্র** (real field) বলা হয়। প্রতিবিম্ব লোকে নির্গম নেত্রের কেন্দ্রে নির্গম প্রনেত্র দিয়ে যে গড় ক্ষেত্র নির্দিষ্ট হয় তাকে **আপাত ( দৃশ্যমান ) ক্ষেত্র** (apparent field) বলা হয়।

দৃষ্টির ক্ষেত্রে ভিনিয়েটিং থাকা বাঞ্ছনীয় নয় কেননা এই স্বল্প আলোকিত অংশে কিছুই স্পষ্ট দেখা যায় না এবং চোখে অস্বস্তিকর বলে মনে হয়। রোধকগুলি যদি অভিবিম্ব তলে থাকে তবে ভিনিয়েটিং থাকবে না। **অপটিক্যাল তন্ত্রের ভিতরে কোথাও যদি অভিবিম্ব তলের একটি মধ্যবর্তী (intermediate) বাস্তব প্রতিবিম্ব গঠিত হয় তবে সেখানে ক্ষেত্র-রোধকটি বসাতে পারলেই শুধু এ জিনিষটি সম্ভব।** নভোবীক্ষণে এভাবে ক্ষেত্ররোধক বসিয়ে ভিনিয়েটিং দূর করা সম্ভব হলেও গ্যালিলিওর দূরবীক্ষণে তা সম্ভব নয়।

**উদাহরণ** 2 : একটি নভোবীক্ষণে অভিলক্ষ্যটি একটি অভিসারী লেন্স, ফোকাস দৈর্ঘ্য 20 cm এবং ব্যাস 4 cm, অভিনেত্রটি একটি একক অভিসারী লেন্স, ফোকাস দৈর্ঘ্য 2 cm এবং ব্যাস 1 cm, অভিলক্ষ্য ও অভিনেত্রের মধ্যে মোট দূরত্ব 22 cm। অভিলক্ষ্যের ফোকাস তলে একটি 0.6 cm ব্যাসের রোধক আছে। দর্শকের চোখ রাখা হয়েছে নভোবীক্ষণের নির্গম নেত্রে। চোখের মণির ব্যাস 0.6 cm। যখন বহু দূরের জিনিষ দেখা হচ্ছে তখন কোন্ রোধকটি ক্ষেত্র রোধক হিসাবে কাজ করবে ? দৃষ্টির ক্ষেত্রে কৌণিক

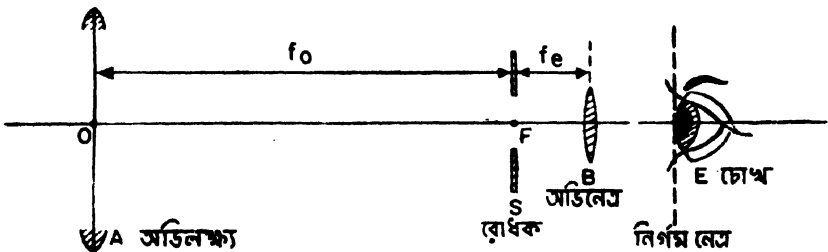



Fig. 7.9

উন্মেষ কত ? ভিনিয়েটিং থাকবে কি থাকবে না ? চোখের মণির ব্যাস 0.2 cm হলে আগম ও নির্গম প্রনেত্র কোথায় হবে ?

এক্ষেত্রে দূরবীক্ষণ যন্ত্রটিকে অসীম দূরত্বে ফোকাস করা হয়েছে। প্রথমে আগম নেত্রটি কোথায় তা নির্ণয় করা যাক। সম্ভাব্য আগম নেত্র হল

$A_1$ অভিলক্ষ্যের উন্মেষ

$S_1$ রোধক $S$ এর অভিলক্ষ্যে প্রতিবিম্ব

$B_1$ অভিনেত্র $B$ এর অভিলক্ষ্যে প্রতিবিম্ব

$E_1$ চোখের মণির দূরবীক্ষণে প্রতিবিম্ব

$S$ অভিলক্ষ্যের ফোকাস বিন্দুতে, অতএব $S_1$ অসীমে। সুতরাং $S_1$ আগম নেত্র হতে পারবে না।

$B_1$ এর অভিলক্ষ্য থেকে দূরত্ব $v_1$ হলে

$$\frac{1}{22}-\frac{1}{20} \quad \frac{1}{110} \quad \text{অর্থাৎ } v_1 = -110 \text{ cm}$$

$$\text{এর উন্মেষ হল} \quad b_1 = \frac{110}{22} \times 1 \quad 5 \text{ cm}$$

দেখা যাচ্ছে যে কোন দূরের বিন্দুতে $A_1$ ও $B_1$ এর মধ্যে $A_1$ এর কৌণিক উন্মেষ কম। অতএব $A_1$ আগম নেত্র এবং উন্মেষ রোধক। $B$ লেন্সে $A_1$ এর প্রতিবিম্ব হল নির্গম নেত্র বা বীক্ষণ রিং (eye ring)। $B$ লেন্স থেকে নির্গম নেত্রের দূরত্ব $v_2$ হলে

$$1 \quad -\frac{1}{22}+\frac{1}{2} \quad \frac{10}{22} \quad \text{অর্থাৎ} \quad \frac{11}{5} \quad 2.2 \text{ cm.}$$

$$\text{নির্গম নেত্রের উন্মেষ} = \frac{2.2}{22} \times 4 = 0.4 \text{ cm}$$

চোখ নির্গম নেত্রে অবস্থিত। চোখের মণির উন্মেষ (0.6 cm) নির্গম নেত্রের উন্মেষ থেকে বড়। এখানে চোখ একটি অতিরিক্ত রোধক হিসাবে কাজ করছে না। চোখের মণির প্রতিবিম্ব $E_1$ অভিলক্ষ্যের তলে হয়েছে। অভিলক্ষ্যের কেন্দ্র $O$ তে

$$S_1 \text{ দ্বারা উৎপন্ন কোণ } \theta_1 \text{ হলে, } \tan\theta_1 = \frac{0.6}{20}$$

$$B_1 \text{ দ্বারা উৎপন্ন কোণ } \theta_2 \text{ হলে, } \tan\theta_2 \quad \overline{110} - \overline{22}$$

$$\tan\theta_2 > \tan\theta_1 \quad \text{বা} \quad \theta_2 > \theta_1$$

অতএব $S_1$ হল আগম প্রনেত্র। $S$ হল ক্ষেত্র রোধক।

কৌণিক দৃষ্টির ক্ষেত্র $\theta_1 = \tan^{-1}\frac{0.6}{20} \quad \tan^{-1} 0.03 = 1°43'$

বহুদূরে অবস্থিত অভিবিম্বের একটি মধ্যবর্তী প্রতিবিম্ব তৈরী হবে অভিলক্ষ্যের ফোকাল তলে। এখানেই ক্ষেত্র রোধকটি রাখা আছে। সুতরাং কোন ভিনিয়েটিং হবে না।

যখন চোখের মণির ব্যাস 0.2 cm অর্থাৎ নভোবীক্ষণের নির্গম নেত্রের উন্মেষের থেকে ছোট তখন নভোবীক্ষণ ও চোখের সম্মিলিত অপটিক্যাল তন্ত্রে চোখের মণি একটি অতিরিক্ত রোধকের ভূমিকা গ্রহণ করবে।

$B$ লেন্সে চোখের মণির প্রতিবিম্ব $E_1$ হবে অভিলক্ষ্যের তলে। $E_1$ এর ব্যাস $= \frac{22}{2.2} \times 0.2 = 2$ cm। কাজেই এক্ষেত্রে $E_1$ হল আগম নেত্র, চোখের মণি $E$ উন্মেষ রোধক ও নির্গম নেত্র। ক্ষেত্র রোধক $S$ ই থাকবে। ফলে উন্মেষ কোণ কমে যাবে অর্থাৎ চোখের মণির ভিতর দিয়ে কম আলো যাবে। কিন্তু কৌণিক দৃষ্টির ক্ষেত্র ঠিকই থাকবে। এক্ষেত্রেও কোন ভিনিয়েটিং হবে না।

### 7.2.4 ক্ষেত্রের গভীরতা (Depth of field)

অপটিক্যাল তন্ত্রে চূড়ান্ত প্রতিবিম্বটি গঠিত হয় কোন পর্দার উপরে। বীক্ষণ যন্ত্রে পর্দাটি চোখের অক্ষিপট আর প্রক্ষেপন যন্ত্রে ফটোগ্রাফিক প্লেট বা অন্য কোন পর্দা। পর্দা যদি অপটিক্যাল তন্ত্রের নির্গম নেত্র থেকে একটি নির্দিষ্ট দূরত্বে অবস্থিত হয়, তবে অপটিক্যাল তন্ত্রের আগম নেত্র থেকে একটি নির্দিষ্ট দূরত্বে অবস্থিত একটি সমতলের বিন্দুগুলিরই স্পষ্ট প্রতিবিম্ব পর্দায় পড়বে। এই সমতলের সামনের বা পিছনের কোন তলের বিন্দুগুলির প্রতিবিম্ব স্পষ্ট হবে না, আলোর চাকতির মত হবে। আলোর চাকৃতি খুব বড় না হলে এবং তাদের ব্যাস একটা নির্দিষ্ট সীমার কম হলে চোখে বা ফটোগ্রাফিক প্লেটে এই অস্পষ্টতা ধরা পড়বে না এবং মনে হবে প্রতিবিম্ব স্পষ্টই হয়েছে। স্পষ্ট প্রতিবিম্বের দূরত্ব থেকে অনেক কাছে বা অনেক দূরে অভিবিম্ব থাকলে প্রতিবিম্বে অস্পষ্টতা দেখা দেয়। যে দূরত্বের সীমার মধ্যে অভিবিম্ব থাকলে কার্যতঃ প্রতিবিম্বটি অস্পষ্ট হয়েছে বলে মনে হয় না, তাকে **ক্ষেত্রের গভীরতা** (depth of field) বলে।

Fig. 7.9 এ $S'$ ও $S''$ যথাক্রমে আগম ও নির্গম নেত্র। $P'$ বিন্দুতে প্রতিবিম্ব তল অবস্থিত। $P$ বিন্দু $P'$ বিন্দুর অনুবন্ধী। সুতরাং $P$ বিন্দুতে অনুলম্ব তলের বিন্দুগুলির প্রতিবিম্ব প্রতিবিম্বতলে স্পষ্ট হবে। $P$ বিন্দুর কাছে $P_1$ আর একটি বিন্দু। $P_1$ বিন্দুর অনুবন্ধী $P_1'$। $P_1'$ প্রতিবিম্ব তলে অবস্থিত

নয়। $P_1$ বিন্দু থেকে যে আলোকরশ্মি অপটিক্যাল তন্ত্র দিয়ে যাবে তার জন্য প্রতিবিম্ব তলে একটি আলোক চাকতির সৃষ্টি হবে যার ব্যাস $2\delta'$ (Fig. 7.9)।

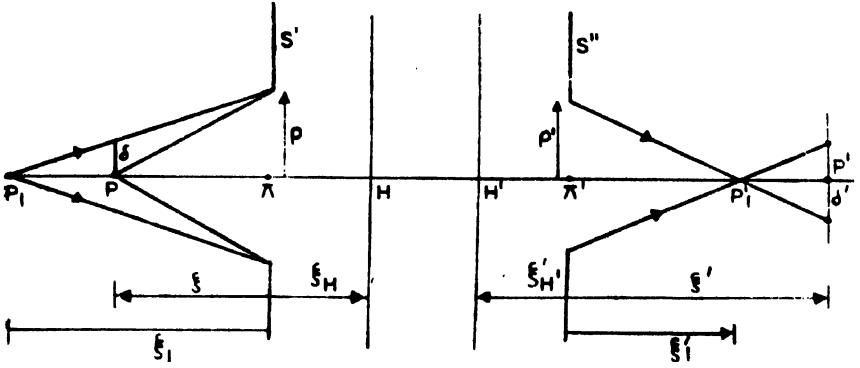



Fig. 7.9

$P$ বিন্দুতে ঐ আলোক শঙ্কুর ব্যাস $2\delta$। ধরা যাক, $\pi$ ও $\pi'$ যথাক্রমে আগম ও নির্গম নেত্রের কেন্দ্রবিন্দু এবং $\rho$ ও $\rho'$ তাদের ব্যাসার্ধ। $\overline{\pi P}=\xi$, $\overline{\pi P_1}=\xi_1$, $\overline{\pi' P'}=\xi'$, $\overline{\pi' P_1'}=\xi_1'$।

অতএব $\quad \dfrac{\rho}{\delta}=\dfrac{\xi_1}{\xi_1-\xi}$

বা $\quad \dfrac{\delta}{\rho}=1-\dfrac{\xi}{\xi_1}$

কাজেই $\quad \dfrac{\xi}{\xi_1}=1-\dfrac{\delta}{\rho}$ $\quad$ অর্থাৎ $\quad \xi_1=\dfrac{\xi}{1-\delta/\rho}$

কিন্তু প্রতিবিম্ব তলে বিবর্ধন $m=\dfrac{\delta'}{\delta}$ $\quad$ বা $\delta=\delta'/m$

সুতরাং
$$\xi_1=\frac{\xi}{1-\dfrac{\delta'}{m\rho}} \tag{7.9a}$$

ধরা যাক অস্পষ্টতার অনুমোদনসীমা $2\delta'$ দ্বারা নির্দিষ্ট হচ্ছে। তাহলে $P_1$ হবে **দূরতম বিন্দু** (far point) যেটাকে দেখা যাবে। যদি **নিকটতম বিন্দু** (near point) যেটাকে স্পষ্ট দেখা যাবে সেটা $P_2$ হয় এবং আগম নেত্র থেকে তার দূরত্ব $\xi_2$ হয় তবে, একই রকম ভাবে

$$\xi_2=\frac{\xi}{1+\dfrac{\delta'}{m\rho}} \tag{7.9b}$$

সুতরাং ক্ষেত্রের গভীরতা

$$= \xi_1 - \xi_2 = \xi\left[\frac{1}{1-\frac{\delta'}{m\rho}} - \frac{1}{1+\frac{\delta'}{m\rho}}\right]$$

$$= 2\frac{\delta'\xi}{m\rho} \Big/ \left[1 - \left(\frac{\delta'}{m\rho}\right)^2\right] \qquad (7.10)$$

দেখা যাচ্ছে যে, $\xi$ যত বাড়বে ক্ষেত্রের গভীরতাও তত বাড়বে। সবচেয়ে বেশী হবে যখন,

$$\frac{\delta'}{m\rho} = 1 \quad \text{বা} \quad m = \frac{\delta'}{\rho}$$

$$\text{তখন} \quad \xi_1 = \infty \quad \text{এবং} \quad \xi_2 = \xi/2$$

কিন্তু সমীকরণ (7.8) থেকে $\frac{1}{m} \quad 1 \quad = K\xi$

$$\text{অতএব} \quad \xi = \frac{1}{K}\left[\frac{\delta'}{\rho} - \frac{1}{\Gamma_0}\right] \qquad (7.11)$$

এই দূরত্বের অভিবিম্ব তলে যদি অপটিক্যাল তন্ত্রটি ফোকাস করা হয় তবে অসীম দূরত্ব থেকে $\xi/2$ পর্যন্ত সমস্ত বিন্দুই স্পষ্টভাবে দেখা যাবে। এই দূরত্বকে **হাইপার ফোকাল দূরত্ব** (hyperfocal distance) বলা হয়। সাধারণতঃ এই বিন্দুর দূরত্ব মুখ্য তল থেকে মাপা হয়। প্রথম মুখ্য বিন্দু $H$ থেকে হাইপার ফোকাল বিন্দুর দূরত্ব $U_h = \overline{HP}$

$$\text{কিন্তু} \quad \overline{\pi P} = \overline{\pi H} + \overline{HP} \quad \text{বা} \quad \xi = \xi_H + U_h \quad \text{অর্থাৎ} \quad U_h = \xi - \xi_H$$

$$\text{কিন্তু } H \text{ তলের জন্য} \quad m = 1 \quad \text{অর্থাৎ} \quad 1 - \frac{1}{\Gamma_0} = K\xi_H$$

$$\text{সুতরাং} \quad U_h = \frac{1}{K}\left[\frac{\delta'}{\rho} - \frac{1}{\Gamma_0}\right] - \frac{1}{K}\left[1 - \frac{1}{\Gamma_0}\right]$$

$$\frac{\delta'}{K\rho} \quad \frac{1}{K} \qquad (7.12)$$

$\delta'$ এর মান বীক্ষণ যন্ত্রের বেলায় একরকম প্রক্ষেপন যন্ত্রের বেলায় আর এক রকম। বীক্ষণ যন্ত্রে চোখই হল চূড়ান্ত নির্ধারক। সাধারণ চোখের বিশ্লেষণ সীমা 2' মিনিট কোণ ধরা যেতে পারে। তাহলে অক্ষিপটে 10 মাইক্রন ব্যাস পর্যন্ত থালি একটি মাত্র বিন্দু বলে মনে হবে। অর্থাৎ $\delta' = 0.0005$ cm এর মত। ফটোগ্রাফিক প্লেটের বেলায় ফটো তুলবার পর শেষ পর্যন্ত চোখেই

দেখতে হবে। এক্ষেত্রে ফটো মোটামুটি স্পষ্ট-দর্শনের দূরত্ব অর্থাৎ 25 cm দূরে রাখা হবে। 150 মাইক্রন দূরের দুটি বিন্দু এই দূরত্বে চোখে 2′ মিনিট কোণ করে। সুতরাং ফটোগ্রাফিক প্লেটে অস্পষ্টতার ব্যাস 150 মাইক্রন হলেও চোখে একটি বিন্দু বলেই মনে হবে। অতএব সাধারণ ক্যামেরার জন্য $\delta'$ মোটামুটিভাবে 75 মাইক্রন বা 0.0075 cm। উৎকৃষ্ট মিনিয়েচার (Miniature) ক্যামেরাতে বা 35 mm ক্যামেরাতে তোলা প্রাথমিক ছবিকে পরে অনেক বড় (enlarged) করে নিতে হয়। সেজন্য এক্ষেত্রে আরোও কড়াকড়ি করার প্রয়োজন হয়ে পড়ে এবং $\delta'$, 0.001 cm বা তার চেয়েও কম ধরে ক্যামেরার পরিকল্পনা করা হয়।

চোখ দিয়ে দেখবার সময় কিছু না কিছু উপযোজন সব সময়েই প্রয়োগ করা হয়ে থাকে সুতরাং ক্ষেত্রের গভীরতা অনেকাংশে উপযোজন মাত্রার উপরও নির্ভর করে।

### 7.2.5 ফোকাসের গভীরতা (Depth of focus)

কোন অভিবিম্বের প্রতিবিম্ব পর্দায় স্পষ্ট করে ফেলা হল। পর্দা সরালে প্রতিবিম্বের বিন্দুগুলি আর বিন্দু থাকবে না। চূড়ান্ত প্রতিবিম্ব তলকে আগেপিছে **যতখানি** সরালেও এই অস্পষ্টতা একটা নির্দিষ্ট অনুমোদনসীমার মধ্যে থাকবে সেই দূরত্বকে **ফোকাসের গভীরতা** বলে। এই অনুমোদন-সীমার কথা আমরা ইতিপূর্বে § 7.2.4-এ আলোচনা করেছি।

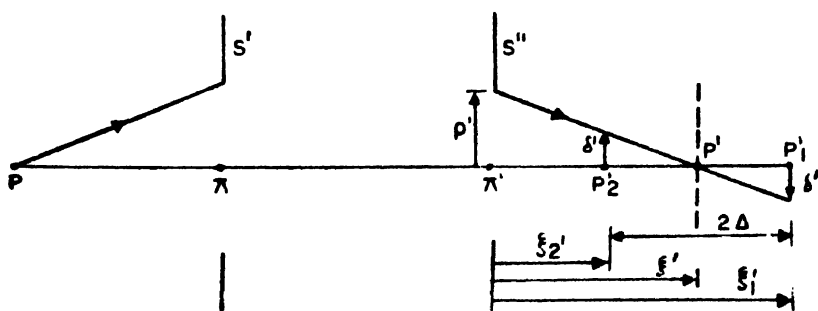



Fig. 7.10

ধরা যাক $P'$ বিন্দুতে (Fig. 7.10) স্পষ্ট প্রতিবিম্ব হয়েছে এবং $P_1'$ ও $P_2'$ এর মধ্যে অস্পষ্টতা অনুমোদনসীমার মধ্যে রয়েছে। $P_1'$ দূরবিন্দু, $P_2'$ নিকটবিন্দু। $\overline{P_2'P_1'}$ = ফোকাসের গভীরতা = $2\Delta$।

নিকট বিন্দুর ক্ষেত্রে,

$$\frac{\rho'}{\xi'} = \frac{\delta'}{\xi' - \xi_2'}, \quad \text{বা } \xi' - \xi_2' = \frac{\delta'}{\rho'}\, \xi'$$

অনুরূপভাবে, দূর বিন্দুর ক্ষেত্রে,

$$\xi_1' - \xi' = \frac{\delta'}{\rho'}\, \xi'$$

$$\text{সুতরাং } 2\Delta = \xi_1' - \xi_2 \qquad 2\frac{\delta'}{\rho'}\xi' \tag{7.13}$$

বীক্ষণ যন্ত্রের ক্ষেত্রে ফোকাসের গভীরতার ব্যাপারটি তত গুরুত্বপূর্ণ নয় কেননা এখানে চূড়ান্ত পর্দা অক্ষিপট এবং চোখ সব সময়েই উপযোজন ক্ষমতা প্রয়োগ করে অক্ষিপটকে স্পষ্ট প্রতিবিম্বের তলে নিয়ে আসে।

প্রক্ষেপন যন্ত্র মূলতঃ দু'রকমভাবে ব্যবহৃত হয়। কোন কোন ক্ষেত্রে, প্রক্ষেপণ যন্ত্রের মূল অংশ অভিলক্ষ্যের সাহায্যে বিশেষ পর্দার উপর অভিবিম্বের একটা প্রতিবিম্ব ফেলা হয়। যেমন, ক্যামেরায় প্রতিবিম্ব ফেলা হয় ফটোগ্রাফিক প্লেটে। আবার কোন কোন ক্ষেত্রে, ফটোগ্রাফে তোলা ছবিকে অভিলক্ষ্যের সাহায্যে আবার কোন বিশেষ বিক্ষেপক পর্দায় প্রতিবিম্বিত করা হয় যাতে অনেকে একসঙ্গে দেখতে পায় যেমন সিনেমায়। এক্ষেত্রে পর্দা সাধারণতঃ সমতলীয় এবং পাতলা। এই দ্বিতীয় পদ্ধতিতে পর্দা এবং মূল ছবি দুটিই দ্বিমাত্রিক এবং প্রক্ষেপণ যন্ত্রের সাপেক্ষে তাদের বিশেষ অবস্থানও সুনির্দিষ্ট। এস্থলে ফোকাসের গভীরতা নিয়ে মাথা ঘামাবার কোন প্রয়োজন নেই। কাজেই শুধুমাত্র প্রথম ধরনের প্রক্ষেপণ যন্ত্রেই ফোকাসের গভীরতার ব্যাপারটি প্রাসঙ্গিক এবং সে সম্বন্ধে সঠিক আন্দাজ থাকা প্রয়োজন।

**উদাহরণ** 3. একটি ক্যামেরার অভিলক্ষ্যটি পাতলা অভিসারী লেন্স, ফোকাস দৈর্ঘ্য 10 cm এবং উন্মেষ $f/10$। ক্যামেরাটিতে 5 মিটার দূরে অবস্থিত একটি বস্তুকে ফোকাস করা হয়েছে। অস্পষ্টতার অনুমোদনসীমা যদি 0.02 cm হয় তবে ক্ষেত্রের গভীরতা কত? যদি পিছনের পর্দা আগে পিছে সরাবার বন্দোবস্ত থাকত তবে এক্ষেত্রে ফোকাসের গভীরতা কত পাওয়া যেত?

এক্ষেত্রে লেন্সের কিনারাই একমাত্র রোধক এবং লেন্স প্রনেত্রই আগম নেত্র, নির্গম নেত্র ও উন্মেষ রোধক। লেন্সের তলেই মুখ্য তলদ্বয় সমাপতিত। যখন 5 m দূরের বস্তুটিকে পর্দায় ফোকাস করা হয়েছে তখন লেন্স থেকে পর্দার দূরত্ব $l$ হলে,

$$\frac{1}{l}=-\frac{1}{500}+\frac{1}{10}=\frac{49}{500} \quad \text{বা} \quad l=\frac{500}{49}\text{ cm}$$

এক্ষেত্রে, $\xi=-500\text{ cm},\ \xi'=\frac{500}{49}\text{ cm},\ \delta'=0.01\text{ cm}$

$$m=\frac{500}{49}\Big/\left(-500\right)=-\frac{1}{49};\quad 2\rho=\frac{f}{10}=\frac{10}{10}=1\text{ cm}$$

কাজেই $\rho=0.5$ cm এবং $\rho'=0.5$ cm

$$\xi_1=\frac{-500}{1-\dfrac{0.01\times 49}{0.5}}=\frac{-500}{1-0.98}=-\frac{500}{0.02}\text{cm}=-250\text{ metre.}$$

$$\xi_2=\frac{-500}{1+0.98}=\frac{-500}{1.98}\text{ cm}\simeq-2.53\text{ metre}$$

ক্ষেত্রের গভীরতা $=250-2.53=247.47$ মিটার

ফোকাসের গভীরতা $2\Delta=\frac{2\times 0.01}{0.5}\times\frac{500}{49}=\frac{20}{49}\text{cm}\simeq 0.408\text{ cm}$

### 7.3 বিবর্ধন ও বিবর্ধন ক্ষমতা (magnification and magnifying power)

কোন বীক্ষণ যন্ত্রের বিবর্ধন ক্ষমতা $M$ এর সংজ্ঞা আগেই (§ 7.1) নির্দিষ্ট করা হয়েছে।

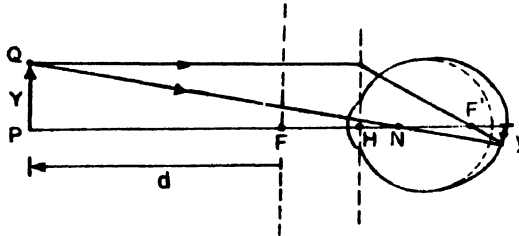
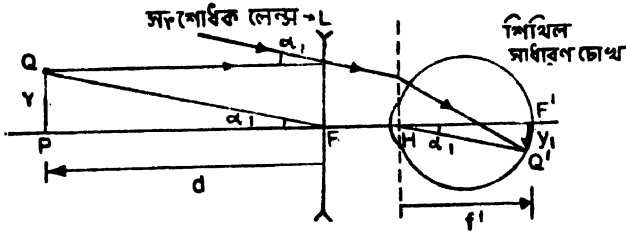
$$M=\frac{\text{বীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে দেখলে অক্ষিপটে প্রতিবিম্বের আকার}}{\text{খালি চোখে দেখলে অক্ষিপটে প্রতিবিম্বের আকার}}$$

কোন বস্তুকে খালি চোখে যে জায়গায় দেখা যায় যন্ত্রের সাহায্যে দেখলে তার থেকে কাছে বা দূরে দেখা যেতে পারে। সেজন্য এই দুই ক্ষেত্রে চোখের উপযোজন দু'রকম হতে পারে। সুতরাং $M$ উপযোজনের মাত্রার উপর নির্ভরশীল হয়ে পড়বে। এটা বাঞ্ছনীয় নয়।

ধরা যাক্, চোখে কোন উপযোজন ক্ষমতা প্রয়োগ করা হয়নি। শিথিল চোখে প্রথম মুখ্য ফোকাস্ বিন্দু থেকে $d$ দূরত্বে অভিবিম্ব অবস্থিত। সাধারণভাবে উপযোজন ক্ষমতা প্রয়োগ না করলে এই অভিবিম্বের প্রতিবিম্ব অক্ষিপটে পড়বে না। উপযোজন ক্ষমতা প্রয়োগ করে তবে প্রতিবিম্ব অক্ষিপটে ফেলা যাবে (Fig. 7.11*a*)। উপযোজন ক্ষমতা যাতে প্রয়োগ না করতে হয় সেজন্য শিথিল চোখের মুখ্য ফোকাস্ বিন্দুতে এমন একটি সংশোধক লেন্স (correcting lens) $L$ দেওয়া হল যার প্রথম মুখ্য ফোকাস বিন্দুতে অভিবিম্ব অবস্থিত। ফলে

অভিবিম্বের (লেন্স $L$-এতে) প্রতিবিম্বটি হবে অসীমে এবং এই প্রতিবিম্বকে উপযোজন ছাড়াই চোখে দেখা যাবে (Fig. 7.11$b$)। চোখের ক্ষমতা যা, চোখ ও সংশোধক লেন্সের সম্মিলিত ক্ষমতাও ঐ একই থাকবে। ধরা যাক্ এক্ষেত্রে অক্ষিপটের প্রতিবিম্বের আকার $y_1$। তাহলে

$$y_1 = \frac{Y}{d} f' \tag{7.14}$$

এখানে $f'$ = চোখের ফোকাস দৈর্ঘ্য।

(a) উপযোজন ক্ষমতা প্রয়োগ করে

(b) উপযোজন ক্ষমতা প্রয়োগ না করে।

L সংশোধক লেন্স

Fig. 7.11

এবার বীক্ষণ যন্ত্রটি চোখ ও অভিবিম্বের মাঝে আনা হল। $S'$ ও $S''$ যথাক্রমে বীক্ষণ যন্ত্রের আগম ও নির্গম নেত্র (Fig. 7.12)। বীক্ষণ যন্ত্রে অভিবিম্বের প্রতিবিম্ব হয়েছে $P'$ বিন্দুতে। তার আকার $Y'$। $\overline{\pi P} = \xi$, $\overline{\pi' P'} = \xi'$। চোখের মুখ্য ফোকাস তল থেকে নির্গম নেত্রের দূরত্ব $e$। অর্থাৎ $\overline{F\pi'} = e$। সুতরাং $\overline{Fp'} = \overline{F\pi'} + \overline{\pi' P'} = e + \xi'$। $F$ বিন্দুতে এমন একটি সংশোধক লেন্স $L'$ বসানো হল যাতে $P'Q'$ প্রতিবিম্বের প্রতিবিম্ব অসীমে হয়। চোখে এই প্রতিবিম্ব উপযোজন ছাড়াই দেখা যাবে। অক্ষিপটে চূড়ান্ত প্রতিবিম্বের আকার, ধরা যাক, $y_2$।

অতএব,

$$y_2 = \frac{Y'}{e+\xi'} f' \qquad (7.15)$$

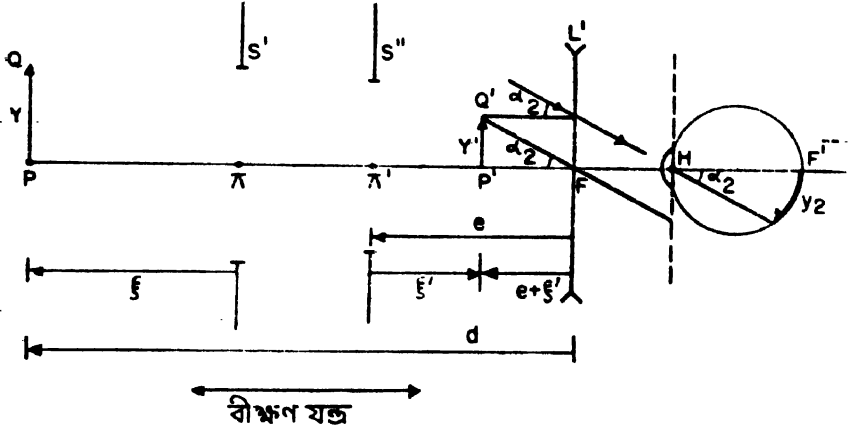



Fig. 7.12

(7.14) ও (7.15) থেকে

$$M = \frac{y_2}{y_1} = \frac{Y'}{e+\xi'} \Big/ \frac{Y}{d} = \frac{Y'}{Y} \frac{d}{e+\xi'} = m \frac{d}{e+\xi'}$$

এখানে $m=$ আলোচ্য অভিবিম্ব দূরত্বে বীক্ষণযন্ত্রে বিবর্ধন।

(7.6) থেকে $m = \frac{1}{\Gamma_0} \frac{n}{n'} \frac{\xi'}{\xi}$

চোখ প্রায় সব সময়েই বায়ুতে থাকে ; কাজেই $n'=1$। অভিবিম্ব যে মাধ্যমে অবস্থিত তার প্রতিসরাঙ্ক $n$।

$$M = \frac{n}{\Gamma_0} \frac{\xi'}{\xi} \frac{d}{e+\xi'} \qquad (7.16)$$

(7.16) থেকে দেখা যাচ্ছে যে $M$ কেবলমাত্র বীক্ষণযন্ত্রের গুণাবলীর উপরেই নির্ভর করে না, $d$ এবং $(e+\xi')$-এর উপরও নির্ভর করে। $d$-কে অবশ্যই নির্দিষ্ট করে দেওয়া যেতে পারে। যে সব বীক্ষণযন্ত্রে অভিবিম্বকে যে কোন দূরত্বে রাখা যায় সেখানে $d$ নেওয়া হয় স্বাভাবিক চোখের নিকট বিন্দুতে।

বীক্ষণযন্ত্র থেকে নির্গত সবটুকু আলোই যাতে চোখে প্রবেশ করতে পারে সেজন্য চোখের আগম নেত্রকে সাধারণতঃ বীক্ষণযন্ত্রের নির্গম নেত্রের খুব কাছে রাখা হয়। কাজেই সাধারণতঃ $e$ ছোট এবং $e << \xi'$। ফলে

$$M = \frac{n}{\Gamma_0} \frac{d}{\xi} \tag{7.17}$$

যে সমস্ত বীক্ষণযন্ত্র আমরা সাধারণতঃ ব্যবহার করি তাদের মোটামুটিভাবে দুই শ্রেণীতে ফেলা যায় ঃ—

(i) প্রথম শ্রেণীর বীক্ষণযন্ত্রে ঃ—বীক্ষণযন্ত্র থেকে যে কোন দূরত্বে অভিবিম্বকে রাখা যায় এবং অভিবিম্ব যে দূরত্বেই থাকুক না কেন যন্ত্র ফোকাস ক'রে সবসময়েই প্রতিবিম্বকে অসীম দূরত্বে নিয়ে যাওয়া হয় এবং সেই প্রতিবিম্ব চোখে উপযোজন ছাড়াই দেখা হয়। এই শ্রেণীতে রয়েছে অনুবীক্ষণ যন্ত্র, স্বল্পদূরত্বের জন্য উপযোগী দূরবীক্ষণ যন্ত্র ইত্যাদি।

(ii) দ্বিতীয় শ্রেণীর বীক্ষণযন্ত্রে ঃ—বীক্ষণযন্ত্র থেকে অভিবিম্ব অসীম দূরত্বে অবস্থিত। যন্ত্র ফোকাস ক'রে প্রতিবিম্বও অসীম দূরত্বে নিয়ে যাওয়া হয় এবং এই প্রতিবিম্ব চোখে উপযোজন ছাড়াই দেখা যায়। এই শ্রেণীতে রয়েছে নভোবীক্ষণ প্রভৃতি।

দ্বিতীয় শ্রেণীর ক্ষেত্রে, $d = \infty$, $\xi = \infty$, $e << \xi'$, ফলে

$$M = \frac{n}{\Gamma_0}$$

এই শ্রেণীতে প্রায় সবক্ষেত্রেই $n = 1$, কাজেই

$$M = \frac{1}{\Gamma_0} \quad \text{বা} \quad M\Gamma_0 = 1$$

$$M = \frac{\text{বীক্ষণ যন্ত্রের আগম নেত্রের ব্যাস}}{\text{বীক্ষণ যন্ত্রের নির্গম নেত্রের ব্যাস}} \tag{7.18}$$

প্রথম শ্রেণীর ক্ষেত্রে $\xi' = \infty$

$$M = \left(\frac{n}{\Gamma_0 \xi}\right) d$$

সমীকরণ (7.5) থেকে $\left(-\frac{n}{\Gamma_0 \xi}\right) = K =$ বীক্ষণ যন্ত্রের ক্ষমতা।

সুতরাং $M = -Kd$ (7.19)

প্রচলিত প্রথানুযায়ী $d = 0.25$ মিটার

কাজেই $|M| = \frac{K}{4}$ (7.20)

এখানে ক্ষমতার একক ডায়প্টারে নেওয়া হয়েছে।

বিবর্ধন ক্ষমতার যে সংজ্ঞা দেওয়া হয়েছে তাকে অন্যভাবেও বলা যায়। Fig. 7.11 (*b*) ও Fig. 7.12 থেকে

$\alpha_1 = \frac{y_1}{f'}$ = চোখের মুখ্য বিন্দুতে $y_1$ দ্বারা উৎপন্ন কোণ।

ও $\alpha_2 = \frac{y_2}{f'}$ = চোখের মুখ্য বিন্দুতে $y_2$ দ্বারা উৎপন্ন কোণ।

অতএব $$M = y_2/y_1 = \frac{y_2/f'}{y_1/f'} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \qquad (7.21)$$

এই দুই চিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে,

$\alpha_1$ = চোখের প্রথম ফোকাস বিন্দুতে অভিবিম্ব যে কোণ উৎপন্ন করেছে।

$\alpha_2$ = বীক্ষণ যন্ত্রের মধ্য দিয়ে দৃষ্ট প্রতিবিম্ব চোখের প্রথম ফোকাস বিন্দুতে যে কোণ উৎপন্ন করেছে।

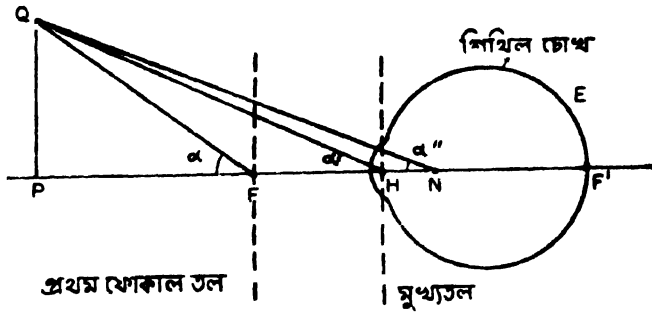



Fig. 7.13

Fig. 7.13-এ *E* হল লিস্টিং এর সরলীকৃত চোখ। *F*, *H* ও *N* যথাক্রমে চোখের মুখ্য ফোকাস বিন্দু, মুখ্য বিন্দু ও নোডাল বিন্দু। ধরা যাক চোখ *PQ*-কে দেখছে। *F*, *H* ও *N* বিন্দুতে *PQ* যথাক্রমে $\alpha$, $\alpha'$ ও $\alpha''$ কোণ উৎপন্ন করেছে। § 6.2 তে আমরা দেখেছি যে $FH = 17.5$ mm এবং $HN = 5.6$ mm। *PF* কোনক্রমেই 0.25 মিটারের কম নয়। যখন *PF* যথেষ্ট বড় তখন সঙ্গতভাবেই,

$$\alpha = \alpha' = \alpha''$$

এবং এই কোণকে আমরা *PQ* দ্বারা চোখে উৎপন্ন কোণ বলব। সুতরাং,

$$M = \frac{\text{বীক্ষণ যন্ত্রের মধ্য দিয়ে দৃষ্ট প্রতিবিম্ব কর্তৃক চোখে উৎপন্ন কোণ}}{\text{বিশেষ অবস্থায় অবস্থিত অভিবিম্ব কর্তৃক চোখে উৎপন্ন কোণ}} \qquad (7.22)$$

## 7.4 আলোর সঞ্চলন : অপটিক্যাল যন্ত্রের আলোকমিতি (Transmission of light : Photometry of optical instruments)

অভিবিম্বের প্রতিটি বিন্দু থেকেই আলো বিকীরিত হচ্ছে। খালি চোখে অভিবিম্বের দিকে তাকালে ঐ আলোর কিছুটা চোখে প্রবেশ করবে। কতটা প্রবেশ করবে তা অভিবিম্বের দূরত্ব, চোখের উন্মেষ ইত্যাদির উপর নির্ভরশীল। বীক্ষণ যন্ত্রের মধ্য দিয়ে তাকালে বীক্ষণযন্ত্র ও চোখের সম্মিলিত তন্ত্রের দৃষ্টির ক্ষেত্রের মধ্যে অবস্থিত অভিবিম্বই দেখা যাবে। এই বাস্তব ক্ষেত্রে অবস্থিত অভিবিম্বের প্রতিটি বিন্দু থেকে যে আলো বিকীরিত হচ্ছে তার কিছুটা অংশ আগম নেত্র দিয়ে বীক্ষণযন্ত্রে প্রবেশ করবে। এই আলোর কিছু অংশ নির্গম নেত্র দিয়ে নির্গত হবে এবং আপাত (দৃশ্যমান) ক্ষেত্রের প্রতিটি বিন্দুই চোখের সামনে আলোর উৎস বলে প্রতিভাত হবে। এই আলো চোখে প্রবেশ করবে।

অভিবিম্বের প্রতিটি বিন্দু থেকে কতটুকু আলো অক্ষিপটে চূড়ান্ত প্রতিবিম্বের প্রতিটি বিন্দুতে পৌঁছাবে তার উপরেই নির্ভর করবে অভিবিম্বের প্রতিটি বিন্দু কত উজ্জ্বল দেখাবে। খালি চোখে দেখলে এবং যন্ত্রের সাহায্যে দেখলে সাধারণতঃ সমান উজ্জ্বল দেখাবে না।

কতটুকু আলো পৌঁছাল, বা কতখানি উজ্জ্বল দেখাল তার বিচার করতে গেলে আলোর পরিমাণ, ঔজ্জ্বল্য ইত্যাদি ধারণাগুলিকে সুনির্দিষ্ট করতে হবে যথাযথ সংজ্ঞা নির্দেশ করে, এবং এদের পরিমাপ করবার উপায়ও নির্দিষ্ট করে দিতে হবে। আলোক শক্তির প্রবাহ ইত্যাদি পরিমাপের বিজ্ঞানই হল **আলোকমিতি** (photometry)। আলোক বলতে শুধু দৃশ্যমান আলো না বুঝিয়ে যদি ব্যাপক অর্থে বিকীরিত শক্তি বোঝায় তবে তার পরিমাপ ইত্যাদির বিজ্ঞান হল **বিকিরণমিতি** (radiometry)। আজকের বীক্ষণ-যন্ত্রে চোখ ছাড়াও অন্যান্য বহুরকম অম্বেক্ষক (detector) ব্যবহার করা হয়। বর্ণালীর যে সব অংশে চোখ সংবেদনশীল (sensitive) নয়, সে সব অংশেও অনেক অম্বেক্ষকই সংবেদনশীল (§ 1.1)। কাজেই আলোর ব্যাপক অর্থেই অর্থাৎ বিকিরণমিতির দৃষ্টিকোণ থেকেই আলোক শক্তির প্রবাহ সংক্রান্ত যাবতীয় সংজ্ঞা নির্দেশ করা বাঞ্ছনীয়।

### 7.4.1 আলোকশক্তির প্রবাহ সংক্রান্ত মূলরাশি সমূহ (Fundamental quantities relating to the flow of light energy)

(i) **আলোকপ্রবাহ (Luminous flux)** :

ধরা যাক, কোন বাস্তব তলের উপর আলো পড়ছে বা কোন প্রনেত্রের মধ্য

দিয়ে প্রনেত্রর তলকে অতিক্রম করে আলো প্রবাহিত হচ্ছে। যে হারে আলোক-শক্তি ঐ তলের উপরে পড়ছে বা ঐ তলকে অতিক্রম করছে তাকে ঐ তলের উপর বা ঐ তলের মধ্য দিয়ে **আলোকপ্রবহ** বলা হয়। আলোকপ্রবহের মাত্রা হল ক্ষমতার ($ML^2T^{-3}$) এবং একে $F$ দিয়ে সূচিত করা হয়। $F$-কে মাপবার ব্যবহারিক একক হল ওয়াট (watt)। আলোকশক্তি সংক্রান্ত সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ রাশি হল আলোকপ্রবহ।

(ii) **দীপনশক্তি (Luminous intensity) :**

আলোকপ্রবহের কারণ হল আলোক উৎস (light sources)। সব আলোক উৎস সমান আলো দেয় না। সূর্য যত আলো দেয় প্রদীপ তত দেয় না। উৎস থেকে মোট আলোকপ্রবহের পরিমাণ আলোক উৎসের আলো প্রদান করার ক্ষমতার পরিমাপক।

কোন বিন্দু উৎস (ছোট উৎস বা বড় উৎসের খুব ছোট অংশকে যথেষ্ট দূর থেকে দেখলে একটা বিন্দু উৎস বলে ধরা যেতে পারে) থেকে **কোন দিকে, একক ঘন কোণে,** যে আলোকপ্রবহ নির্গত হয় তাকে **ঐ উৎসের ঐ দিকে দীপনশক্তি** (luminous intensity) বলে। দীপনশক্তিকে $I$ দিয়ে সূচিত করা হয়। এর ব্যবহারিক একক হল ওয়াট প্রতি স্টেরেডিয়ানে (steradian)।

[স্টেরেডিয়ান হল ঘন কোণের একক। $R$ ব্যাসার্ধের কোন গোলকের তলে যে কোন আকারের $R^2$ বর্গক্ষেত্রের কোন অংশ নিলে তা কেন্দ্রে যে ঘন কোণ উৎপন্ন করে তা একক ঘন কোণ বা এক স্টেরেডিয়ান। গোলকের তল কেন্দ্রে $4\pi$ স্টেরেডিয়ান ঘনকোণ উৎপন্ন করে। ঘনকোণকে $\Omega$ দ্বারা সূচিত করা হয়।]

আলোকপ্রবহ দীপনশক্তির সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত। যে দিক বরাবর বিন্দুউৎস $P$-এর দীপনশক্তি মাপা হবে, ধরা যাক $\delta S$ সেই দিকের সঙ্গে $\theta$ কোণে অবস্থিত,

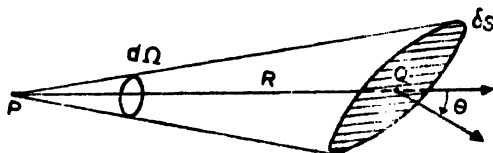



Fig. 7.14

$P$ বিন্দু হতে $R$ দূরত্বে একটি ক্ষুদ্রতল (Fig. 7.14)। $\delta S$, $P$ বিন্দুতে $\delta\Omega$ ঘনকোণ উৎপন্ন করেছে।

$$\delta\Omega = \frac{\delta S \cos\theta}{R^2}$$

যদি $\delta S$ এর মধ্য দিয়ে আলোকপ্রবহের পরিমাণ $\delta F$ হয়, তবে

দীপনশক্তি $$I = \underset{\delta\Omega \to 0}{Lt} \frac{\delta F}{\delta\Omega} = \frac{dF}{d\Omega} \tag{7.23}$$

যদি কোনও বিন্দু উৎসের দীপনশক্তি সব দিকেই সমান হয়, তবে বিন্দু উৎসটি থেকে চারদিকে আলোকপ্রবহের পরিমাণ হবে

$$F = \int_{4\pi} I d\Omega = I \int_{4\pi} d\Omega = 4\pi I \tag{7.24}$$

(iii) **দীপনমাত্রা** (illumination)

কোন তলের দীপনমাত্রা হল ঐ তলের একক বর্গক্ষেত্রে আলোকপ্রবহের পরিমাণ। দীপনমাত্রার ব্যবহারিক একক হল ওয়াট প্রতি বর্গমিটারে। $E$ দিয়ে দীপনমাত্রাকে সূচিত করা হয়। অতএব

$$E = \underset{\delta S \to 0}{Lt} \frac{\delta F}{\delta S} = \frac{dF}{dS} \tag{7.25}$$

Fig. 7.14-এ $Q$ বিন্দুতে $\delta F = I\delta\Omega$

এবং $$\delta\Omega = \frac{\delta S \cos\theta}{R^2}$$

সুতরাং বিন্দু উৎস $P$ এর জন্য $Q$ বিন্দুতে দীপনমাত্রা

$$E = \underset{\delta S \to 0}{Lt} \frac{I\,\delta\Omega}{\delta S} = \frac{I \cos\theta}{R^2} \tag{7.26}$$

সুতরাং উৎস ক্ষুদ্র হলে কোন তলের দীপনমাত্রা দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক ( **ব্যস্তবর্গের সূত্র** বা inverse square law), দীপনশক্তির সমানুপাতিক এবং আলো ঐ তলের লম্বের সঙ্গে যে কোণে তলের উপর পড়েছে তার কোসাইনের সমানুপাতিক ( **ল্যাম্বার্টের দীপনের কোসাইনের সূত্র** বা Lambert's cosine law of illumination)।

(iv) **স্বভাব ঔজ্জ্বল্য বা দীপ্তি** (Intrinsic brightness বা Luminance)

কোন তলে আপতিত আলোর পরিমাণ ঐ তলের দীপনমাত্রা নির্ধারিত করে। একটি কালো রঙের ও একটি সাদা রঙের তল যদি একই উৎস থেকে একই দূরত্বে একই জায়গায় রাখা হয় তবে ঐ তল দুটির দীপনমাত্রা একই হবে কিন্তু দু'টি তলকে দু'রকম উজ্জ্বল বলে মনে হবে। এর কারণ হল কালো তল

প্রায় সমস্ত আলোকশক্তিই শোষণ করে নেয় আর সাদা তল থেকে বেশীর ভাগ আলোকশক্তিই প্রতিফলিত হয়। দীপনমাত্রা আর ঔজ্জ্বল্য এক নয় একথাটা মনে রাখা প্রয়োজন। একটি তল যতখানি আলো বিকিরণ করে তার উপরেই তলের ঔজ্জ্বল্য নির্ভর করে।

কোন তলের (স্বয়ংপ্রভ বা অন্যপ্রভ) নির্দিষ্ট দিকে স্বভাব ঔজ্জ্বল্য বা দীপ্তি হল, নির্দিষ্ট দিকের লম্বতলে উৎসতলের প্রক্ষিপ্ত অংশের প্রতি একক বর্গক্ষেত্র (per unit area of the projected part) থেকে ঐ দিকে একক ঘনকোণে নির্গত আলোকপ্রবহের পরিমাণ। দীপ্তির ব্যবহারিক একক হল ওয়াট প্রতি বর্গমিটারে প্রতি স্টেরেডিয়ানে। দীপ্তিকে সূচিত করা হয় $B$ দিয়ে।

যদি $\delta S$ উৎসতলটির অভিলম্বের সঙ্গে কোন নির্দিষ্ট কোণ $\theta$-র দিকে উৎসের দীপ্তি $B_\theta$ হয় (Fig. 7.15) তবে,

$$B_\theta = \underset{\delta S \to 0}{Lt} \frac{1}{\cos\theta} \frac{\delta I(\theta)}{\delta S} \tag{7.27}$$

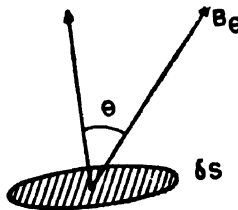



Fig. 7.15

এখানে $\delta I(\theta)$, $\theta$ কোণের দিকে $\delta S$ উৎসের দীপনশক্তি।

অর্থাৎ $$B_\theta = \frac{J_\theta}{\cos\theta}$$

$J_\theta$ হল $\theta$ কোণের দিকে উৎসের একক বর্গক্ষেত্রের দীপনশক্তি। বহু উৎসের ক্ষেত্রেই পরীক্ষা করে দেখা দেখা গেছে যে $B_\theta$, $\theta$-র উপর নির্ভর করে না অর্থাৎ যে দিক থেকেই দেখা যাক না কেন উৎসকে একই রকম উজ্জ্বল দেখায়। এরকম তলের ক্ষেত্রে

$$B_\theta = \text{ধ্রুব} = \frac{J_\theta}{\cos\theta} = J_0$$

$J_0$ = উৎসতলের অভিলম্বের দিকে একক বর্গক্ষেত্রের দীপনশক্তি।

অর্থাৎ $$J_\theta = J_0 \cos\theta \tag{7.28}$$

সমীকরণ (7.28)-কে ল্যাম্বার্টের বিকিরণ সংক্রান্ত কোসাইনের সূত্র (Lambert's cosine law of emission) বলে এবং যে সব উৎসতল এই সূত্র মোটামুটিভাবে মেনে চলে তাদের **সুষম বিক্ষেপক** (uniform diffusers) বা **ল্যাম্বার্টীয় বিকিরক** (Lambertian emitters) বলা হয়।

### 7.4.2 আলোকমিতিতে ব্যবহৃত এককসমূহ (units used in photometry)

আলোকমিতির চারিটি মূল রাশি আলোকপ্রবহ, দীপনশক্তি, দীপনমাত্রা ও দীপ্তি ইত্যাদি মাপতে গেলে *MKS* পদ্ধতিতে ওয়াট, ওয়াট প্রতি স্টেরেডিয়ানে, ওয়াট প্রতি বর্গমিটারে এবং ওয়াট প্রতি বর্গ মিটারে প্রতি স্টেরেডিয়ানে এই এককগুলি ব্যবহার করতে হবে। এই বিশুদ্ধভৌত এককগুলি সব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলোর ক্ষেত্রেই ব্যবহার করা চলে। কার্যতঃ কিন্তু আলোকমিতিতে এই সাধারণ (general) এককগুলি ব্যবহার করা হয় না। আলোকমিতির জন্য একটি বিশেষ একক পদ্ধতি সাধারণতঃ ব্যবহার করা হয়ে থাকে।

আলোক শক্তির পরিমাপের জন্য যে সমস্ত অন্বেক্ষক ব্যবহৃত হয় যেমন চোখ, ফটোগ্রাফিক প্লেট, বা ফটোইলেকট্রিক যন্ত্রাদি, সবগুলির ক্ষেত্রেই বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোতে সুবেদীতা (sensitiveness) বিভিন্ন। সেজন্য বহুবর্ণ আলো ব্যবহার করলে এই সব অন্বেক্ষকের প্রতিক্রিয়া থেকে আলোক শক্তির পরিমাণ সোজাসুজিভাবে পাওয়া সম্ভব নয়।

ধরা যাক তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda$-তে অন্বেক্ষকের সংবেদন হল $V(\lambda)$ (§ 6.6) দ্রষ্টব্য)। কোন উৎস থেকে যে আলো এসে পড়ছে সেটা এই অন্বেক্ষকের সাহায্যে মাপতে হবে। উৎস হতে তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda$ থেকে $\lambda+d\lambda$-এর মধ্যে যে আলোকপ্রবহ অন্বেক্ষকে এসে পৌঁছাচ্ছে মনে করা যাক তার পরিমাণ $F(\lambda)d\lambda$। এই আলোকপ্রবহের জন্য অন্বেক্ষকের সংবেদন হবে $F(\lambda)\,V(\lambda)\,d\lambda$-এর সমানুপাতিক। যদি অন্বেক্ষকের সংবেদন রৈখিক (linear) হয় তবে উৎস থেকে যে বহুবর্ণের আলো আসছে তার জন্য মোট সংবেদন হবে

$$k \int F(\lambda)\,V(\lambda)\,d\lambda \tag{7.29}$$

যেখানে $k$ একটি ধ্রুবক (বিভিন্ন অন্বেক্ষকে $k$-এর মান বিভিন্ন হতে পারে)। সমীকরণ (7.29) এর সাহায্যে আলোকমিতির নূতন একক সহজেই নির্দিষ্ট করা যায়। যেমন, $\int F(\lambda)\,d\lambda$ ওয়াটের জন্য সংবেদন হবে $k \int F(\lambda)\,V(\lambda)\,d\lambda$ এবং আমরা বলতে পারি $\int F(\lambda)\,d\lambda$ ওয়াট হল $k \int F(\lambda)\,V(\lambda)\,d\lambda$ নূতন একক এবং এভাবেই নূতন এককের সংজ্ঞা নির্দেশ করা সম্ভব।

যে বিশেষ একক পদ্ধতি **প্রত্যক্ষ আলোকমিতিতে** (visual photometry) ব্যবহার করা হয়ে থাকে সেটা কিন্তু এত সব বিচার বিবেচনার ফলশ্রুতি নয়। প্রত্যক্ষ আলোকমিতিতে অন্বেক্ষক হচ্ছে চোখ। চোখের যেমন ঔজ্জ্বল্যের অনুভূতি রয়েছে তেমনই রয়েছে বর্ণানুভূতি। আলোর মাত্রা কম বেশী যাই হোক না কেন চোখ ঠিক মানিয়ে নিতে পারে এবং স্বচ্ছন্দভাবে দেখতে চোখের অসুবিধা হয় না। এই অভিযোজন (adaptation) ক্ষমতার ফলে চোখ ঔজ্জ্বল্য বা দীপনশক্তির পরিপূর্ণ পরিমাপ করতে সক্ষম নয়। বস্তুতঃ এরকম পরম (absolute) পরিমাপের ব্যাপারে চোখ একটি অপকৃষ্ট অন্বেক্ষক। কিন্তু দু'টি উৎসকে পাশাপাশি একই সঙ্গে দেখলে তাদের দীপনশক্তি অথবা ঔজ্জ্বল্য সমান কিনা এটা চোখ যথেষ্ট ভালভাবে বুঝতে পারে এবং তাদের মধ্যে পার্থক্য খুব কম হলেও তা ধরতে পারে। এ ব্যাপারে চোখ যথেষ্ট সুবেদী। এইসব কারণে প্রত্যক্ষ আলোকমিতির সবকটি পদ্ধতিতেই তুলনামূলক পরিমাপে চোখের সুবেদীতার সাহায্য নেওয়া হয়।

গোড়ার দিকে, কোন উৎসের দীপনশক্তি মাপা হত বিশেষভাবে প্রস্তুত প্রমাণ দীপের (standard candle) সঙ্গে তুলনা করে। স্পার্ম অ্যাসেটিক (sperm acetic) মোমের এই প্রমাণ দীপের ব্যাস 7/8 ইঞ্চি, ওজন 1/6 lb এবং জ্বলনের হার ঘণ্টায় 120 গ্রেন। এই প্রমাণ দীপের দীপনশক্তি 1 **ক্যাণ্ডেল পাওয়ার** (candle power) ধরা হয়। এই প্রমাণ দীপ হতে নির্গত সামগ্রিক আলোক প্রবাহকে $4\pi$ **লুমেন** (Lumen) ধরে আলোকপ্রবহের একক লুমেনকে নির্দিষ্ট করা হয়। সুতরাং একটি প্রমাণ দীপের দীপনশক্তি হল এক ক্যাণ্ডেল পাওয়ার বা এক লুমেন প্রতি স্টেরেডিয়ানে। স্পারম্ অ্যাসেটিক মোমের থেকে নির্ভরশীল, উন্নততর প্রমাণদীপ নির্মাণের অনেক প্রচেষ্টার পর 1948 সালে একটি আন্তর্জাতিক সভায় স্থির করা হয় যে প্রমাণ উৎস হিসাবে একটি **কৃষ্ণকায় ধর্মী বিকিরক** (Black body radiator) নেওয়া হবে। এই বিকিরকটি কাজ করবে প্লাটিনাম ধাতুর গলনাঙ্কে (melting point) অর্থাৎ $2041°K$ এতে। এই উৎসের এক বর্গ সেণ্টিমিটার পরিমিত ক্ষেত্রের দীপন শক্তিকে ধরা হয় 60 ক্যাণ্ডেলা (candela) এবং এই উৎসের দীপ্তি ধরা হয় 60 লুমেন প্রতি একক বর্গ সেণ্টিমিটারে একক স্টেরেডিয়ানে। এভাবে আলোক-প্রবহের একক লুমেনকেও নির্দিষ্ট করা হয়। এইভাবে নির্দিষ্ট লুমেন ও ক্যাণ্ডেলা পুরাতন পদ্ধতিতে নির্দিষ্ট লুমেন ও ক্যাণ্ডেল পাওয়ার এর প্রায় সমান। cgs পদ্ধতিতে দীপ্তির একক হল 1 লুমেন প্রতি বর্গ সেণ্টিমিটারে প্রতি স্টেরেডিয়ানে বা 1 স্টিল্ব (stilb) এবং দীপনমাত্রার একক হল 1 লুমেন প্রতি

বর্গ সেণ্টিমিটারে বা 1 ফোট (phot)। MKS পদ্ধতিতে দীপনমাত্রার একক হল 1 লুমেন প্রতি বর্গ মিটারে বা 1 লাক্স (lux)।

**7.4.3 অপটিক্যাল তন্ত্রে আলোকশক্তির প্রবাহ (light energy flow in optical instruments)**

(*a*) একটি বিস্তৃত প্রতিবিম্ব থেকে কোন অপটিক্যাল তন্ত্রে কতখানি আলো প্রবেশ করতে পারে দেখা যাক। অপটিক্যাল তন্ত্রটি কোন বীক্ষণযন্ত্র হতে পারে আবার চোখও হতে পারে।

ধরা যাক অপটিক্যাল তন্ত্রের অক্ষের উপর অভিবিম্বের $A$ বিন্দুটি অবস্থিত। অপটিক্যাল তন্ত্রের আগম নেত্র হল $S$। আগম নেত্রের ব্যাসার্ধ $\rho$। ধরা যাক অভিবিম্বটি সমতলীয়, অক্ষের উপর লম্বভাবে অবস্থিত এবং একটি ল্যাম্বার্টীয় বিকিরক। ধরা যাক $A$ বিন্দুটি অভিবিম্বের $d\sigma$ অংশটির কেন্দ্রে অবস্থিত (Fig. 7.16) এবং অভিবিম্বের $A$ বিন্দুর কাছে দীপ্তি হল $B$।

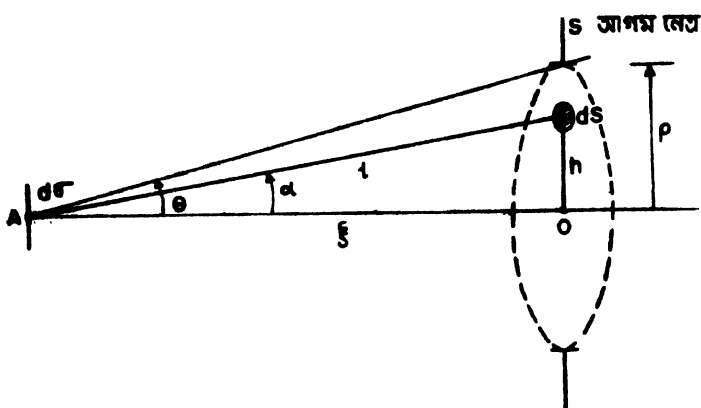



Fig. 7.16

আগম নেত্রের $dS$ ক্ষেত্রাংশে $d\sigma$ তল থেকে আপতিত আলোকপ্রবাহ

$$dF = (B\, d\sigma \cos\alpha)\frac{dS\cos\alpha}{l^2} = B\, d\sigma\, dS\frac{\cos^2\alpha}{l^2}$$

$$= B\, d\sigma\, dS\,\frac{\cos^4\alpha}{\xi^2} \quad \text{কেননা } \xi/l = \cos\alpha$$

$h$ ব্যাসার্ধের এবং $dh$ বেধের একটি বৃত্তাকার পটীর কথা বিবেচনা করলে

$$dS = 2\pi h\, dh$$

কিন্তু $h = \xi \tan\alpha$

$$dh = \xi \sec^2\alpha \, d\alpha$$

বা $dS = 2\pi \xi^2 \tan\alpha \sec^2\alpha \, d\alpha$

এই পটীতে আপতিত আলোকপ্রবহ

$$\delta F = 2\pi B \, d\sigma \sin\alpha \cos\alpha \, d\alpha = 2\pi B \, d\sigma \sin\alpha \, d(\sin\alpha) \tag{7.30}$$

সুতরাং $d\sigma$ থেকে আগম নেত্রে আপতিত আলোকপ্রবহ

$$F = \int_0^\theta \delta F = \pi B \, d\sigma \sin^2\theta \tag{7.31}$$

অর্থাৎ আলোকপ্রবহ $\sin^2\theta$-র সমানুপাতী।

অণুবীক্ষণ যন্ত্রের ক্ষেত্রে উন্মেষ খুব বড় ($\sin\theta \rightarrow 1$)

$$F \text{ (অণুবীক্ষণ যন্ত্র)} = \pi B \, d\sigma \tag{7.32}$$

যখন $\xi \rightarrow \infty$ ( যেমন দূরবীক্ষণ যন্ত্রে ) তখন এভাবে আলোকপ্রবহের পরিমাণ নির্ণয় করলে ভুল হবে।

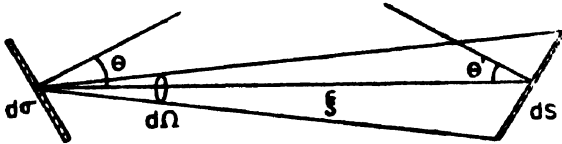



Fig. 7.17

$d\sigma$ ও $dS$ দু'টি তল। $d\sigma$ থেকে $dS$-এ আপতিত আলোকপ্রবহ

$$F = (B d\sigma \cos\theta) \, d\Omega$$

$$= B \, d\sigma \cos\theta \, \frac{dS \cos\theta'}{\xi^2}$$

দূরবীক্ষণ যন্ত্রের ক্ষেত্রে অক্ষের উপর বিন্দু $A$-তে $\theta = 0$, $\theta' = 0$, $dS = \pi\rho^2$ এবং $\xi \rightarrow \infty$, সেজন্য $d\sigma$ এবং $dS$-কে খুবই ছোট বলে ধরা যেতে পারে। [$dS$ ছোট বলে (7.31)-এ যে সমাকলন (integration) করা হয়েছে তার প্রয়োজন পড়বে না।]

অর্থাৎ $F = B \dfrac{d\sigma}{\xi^2} \pi\rho^2$

$d\sigma$ তলটি যদি দূরবীক্ষণ যন্ত্রের আগম নেত্রের ক্ষেত্রে $d\omega$ ঘন কোণ উৎপন্ন করে তবে, $d\omega = \frac{d\sigma}{\xi^2}$, এবং

$$F = B\, d\omega\, (\pi\rho^2) \tag{7.33}$$

এক্ষেত্রে আলোকপ্রবহ আগমনেত্রের উন্মেষ $(\pi\rho^2)$-এর সমানুপাতী।

(*b*) অপটিক্যাল তন্ত্র হতে নির্গত আলোকপ্রবহ $F'$ সব সময়েই $< F$। অপটিক্যাল তন্ত্রে আপতিত আলোকশক্তির কিছু অংশ শোষিত হয়, কিছু অংশ প্রতিফলিত হয় এবং বাকীটা নির্গত হয়। অপটিক্যাল তন্ত্রের **সঞ্চলন সূচক** (transmission factor) $T$ হলে

$$F' = TF \tag{7.34}$$

সবক্ষেত্রেই $\quad T < 1$

$T$ এর মান কি রকম হতে পারে একটা উদাহরণ থেকে তার কিছুটা আন্দাজ পাওয়া যেতে পারে।

ধরা যাক একটা নভোবীক্ষণে,

অভিলক্ষ্য একটি সংলগ্ন যুগ্ম ($n = 1.5$ ও $1.7$) এবং অভিনেত্র দুটি আলাদা লেন্সের সমবায় (প্রতিটির $n = 1.5$)। অভিলক্ষ্য ও অভিনেত্রে ব্যবহৃত কাঁচের মোট বেধ 2.5 cm। সাধারণ আলোয় লম্ব-আপতন হলে প্রতিফলন হবে $n = 1.5$ এর ক্ষেত্রে 4% এবং $n = 1.7$ এর ক্ষেত্রে 6.7%।

তাহলে অভিলক্ষ্যে $T_1 = 0.96 \times 0.933 = 0.8954$

অভিনেত্রে $T_2 = 0.92 \times 0.92 = 0.8465$

(প্রতিটি লেন্সের দুই তলের জন্য প্রতিফলন 8%)

কাঁচে শোষণের জন্য (প্রতি 25 mm এ 2% হারে) $T_3 = 0.98$

অতএব অক্ষ বরাবর $T = T_1 T_2 T_3 = 0.7413 = 74.13\%$

দেখা যাচ্ছে যে নভোবীক্ষণটিতে মাত্র তিনটি লেন্সের জন্য প্রায় এক-চতুর্থাংশ আলো নষ্ট হচ্ছে। অণুবীক্ষণ বা অন্যান্য যন্ত্রে যেখানে অনেকগুলি লেন্স (এবং কখনও কখনও প্রিজম) ব্যবহার করা হয়ে থাকে সেখানে $T$ এর মান 0.5 থেকেও কম হতে পারে।

(*c*) এবার নির্গত আলোকপ্রবাহের কথা বিবেচনা করা যাক। নির্গত আলোকগুচ্ছকে আপাত ক্ষেত্র থেকে আসছে বলে মনে হবে। ধরা যাক $d\sigma'$

অক্ষের উপর $d\sigma$-র অনুবন্ধী (Fig. 7.18)। যদি $d\sigma'$ ল্যাম্বার্টের কোসাইনের সূত্রানুযায়ী বিকিরণ করে, তবে

$$F' = \pi B' \, d\sigma' \sin^2 \theta' \tag{7.35}$$

এখানে $B'$ হল $A'$ বিন্দুতে আপাত ক্ষেত্রের দীপ্তি।

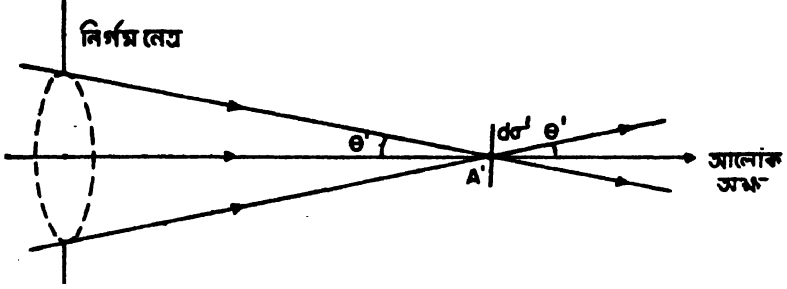



Fig. 7.18

যখন অভিবিম্ব অপটিক্যাল তন্ত্র হতে সসীম দূরত্বে অবস্থিত তখন (7.31), (7.34) ও (7.35) থেকে

$$T_0 \pi B \, d\sigma \sin^2 \theta = \pi B' \, d\sigma' \sin^2 \theta' \tag{7.36}$$

যেখানে $T_0$ হল অক্ষ বরাবর সঞ্চলন সূচক।

ধরা যাক অ্যাবের সাইন সর্তটি কার্যতঃ খাটে। অর্থাৎ

$$n^2 d\sigma \sin^2 \theta = n'^2 \, d\sigma' \sin^2 \theta' \tag{7.37}$$

এখানে $n$ ও $n'$ যথাক্রমে বাস্তব ও আপাত ক্ষেত্রে মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক।

অতএব, $$B' = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 T_0 B \tag{7.38}$$

প্রায় সব বীক্ষণ যন্ত্রের ক্ষেত্রেই দ্বিতীয় মাধ্যমটি বায়ু (অর্থাৎ $n' = 1$) এবং যন্ত্রটি যদি সমসত্ত্ব নিমজ্জন (homogeneous immersion) জাতীয় কিছু না হয় তবে $n = 1$। সেক্ষেত্রে

$$B' = T_0 B \tag{7.39}$$

তাহলে দেখা যাচ্ছে যে **অপটিক্যাল তন্ত্রটি যে রকমেরই হোক না কেন প্রতিবিম্বের দীপ্তি সব সময়েই অভিবিম্বের দীপ্তি থেকে কম।**

(d) কোন বিস্তৃত অভিবিম্বকে খালি চোখে দেখলে অক্ষিপটে যে প্রতিবিম্ব পড়ে তার দীপ্তি হল

$$B_e' = T_e n^2 B \tag{7.40}$$

এখানে $T_e$ = চোখের সঞ্চলন সূচক

$n$ = চোখের অ্যাকুয়াস হিউমার এর প্রতিসরাঙ্ক।

$B$ = অভিবিম্বের দীপ্তি।

কোন বস্তু চোখে কি রকম উজ্জ্বল বলে প্রতিভাত হবে তা কিন্তু প্রতিবিম্বের দীপ্তির (luminance) উপর সরাসরি নির্ভর করে না। অক্ষিপটের প্রতিটি অংশে যতখানি আলো এসে পৌঁছায় তার উপরেই ঐ অংশের প্রতিক্রিয়া (reaction) নির্ভর করে এবং এই প্রতিক্রিয়ার উপরেই বস্তুটি কত উজ্জ্বল এই ধারণা নির্ভর করে। অর্থাৎ চোখে বস্তুর আপাত ঔজ্জ্বল্য (apparent brightness) অক্ষিপটে প্রতিবিম্বের দীপনমাত্রার উপর নির্ভর করে। যদি চোখে সারণ কোণ (convergence angle) $\theta_e$ হয় তবে প্রতিবিম্বের $d\sigma'$ অংশে আলোকপ্রবহ

$$dF' = \pi(T_e n^2 B)\, d\sigma' \sin^2 \theta_e$$

অতএব দীপনমাত্রা

$$E' = \frac{dF'}{d\sigma'} = \pi(T_e n^2 B) \sin^2 \theta_e$$

$$\simeq \pi T_e n^2 B \theta_e^2 \text{ (যেহেতু চোখের উন্মেষ খুবই ছোট)}$$

যদি $\rho_e$ চোখের নির্গম নেত্রের ব্যাসার্ধ হয়, তবে

$$\theta_e = \frac{\rho_e}{f}$$

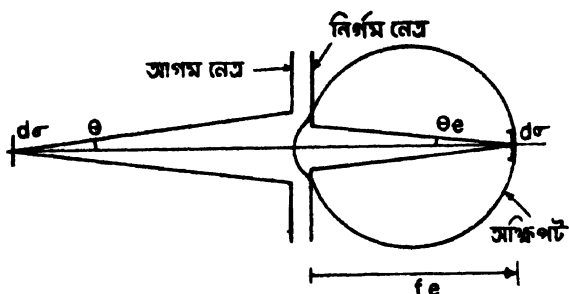



Fig. 7.19

অতএব

$$E' = \frac{\pi(T_e n^2 B)}{f_e^2} \rho_e^2 \qquad (7.41)$$

উপযোজনের জন্য $f_e$ না বদ্‌লালে, (7.41) থেকে দেখা যাচ্ছে যে, **বিস্তৃত অভিবিম্ব যে দূরত্বেই থাকুক না কেন তার আপাত ঔজ্জ্বল্য একই থাকে, অর্থাৎ সব দূরত্বেই কোন বিস্তৃত অভিবিম্বকে চোখে সমান উজ্জ্বল বলে মনে হয়।** আপাত ঔজ্জ্বল্য মণির উন্মেষের উপর নির্ভরশীল। যখন আলো বেশী তখন মণি সঙ্কুচিত হয় এবং যখন আলো খুব কম তখন মণি বিস্ফারিত হয়। দেখা যায়, অন্ধকার ঘরে ঢুকলে প্রথমে ভালো দেখা না গেলেও আস্তে আস্তে দেখার উন্নতি হয়। এর কারণ হল কম আলোতে ধীরে ধীরে মণির বিস্ফারণ (dilation)।

(e) কোন **বিন্দু অভিবিম্বকে** খালি চোখে দেখলে, চোখে আপতিত আলোকপ্রবহ

$$F = I\frac{\pi\rho_e^2}{\xi^2}$$

$I$ = অভিবিম্বের দীপনশক্তি।

অক্ষিপটে বিন্দুর যে প্রতিবিম্ব হয় তা ঠিক বিন্দু নয়, অপবর্তনজাত থালি (diffraction disc)। এই থালির ব্যাস চোখের মণির উন্মেষের উপর নির্ভর করে, চোখ থেকে বিন্দুর দূরত্বের উপর নয়। এই থালির ক্ষেত্রফল যদি $d\sigma_0$ হয় তবে চোখে প্রতিবিম্বের দীপনমাত্রা

$$E' = T_e I\ \frac{\pi\rho_e^2}{d\sigma_0}\frac{1}{\xi^2} \qquad (7.42)$$

অতএব **খালি চোখে বিন্দুটির আপাত ঔজ্জ্বল্য, দূরত্ব যত বাড়বে তত কমবে।** দূরত্ব যত বাড়বে তত কম আলোক প্রবহ চোখে প্রবেশ করবে। এই আলোক প্রবহ যেহেতু একই ক্ষেত্র $d\sigma_0$ কে আলোকিত করছে অতএব দীপনমাত্রা কমবে। কাজেই আপাত ঔজ্জ্বল্যও কমে যাবে।

**(f) বীক্ষণযন্ত্রের আলোক প্রেরণের ক্ষমতা, C**

এই পরিচ্ছেদের প্রথমেই আমরা আলোক প্রেরণ ক্ষমতার সংজ্ঞা নির্দেশ করেছি।

$$C = \frac{\text{বীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে দেখ্‌লে অক্ষিপটে প্রতিবিম্বের দীপনমাত্রা}}{\text{খালি চোখে দেখ্‌লে অক্ষিপটে প্রতিবিম্বের দীপনমাত্রা}}$$

খালি চোখে দেখলে যে কোন বিস্তৃত অভিবিম্বের জন্য অক্ষিপটে প্রতিবিম্বের দীপনমাত্রা $E' = \pi T_e \frac{n_e^2}{n^2} B \sin^2\theta_e$ (7.43)

চোখের সামনে কোন বীক্ষণ যন্ত্র বসালে তার নির্গম নেত্র চোখের আগম নেত্র (মণি) থেকে বড় কি ছোট তার উপরে অক্ষিপটে প্রতিবিম্বের দীপনমাত্রা নির্ভর করবে। এখানে তিনটি সম্ভাবনা রয়েছে।

(i) বীক্ষণ যন্ত্রের নির্গম নেত্র সদ্। $\rho' < \rho_e$। বীক্ষণ যন্ত্রের নির্গম নেত্র সম্মিলিত যন্ত্রের নির্গম নেত্র।

(ii) বীক্ষণ যন্ত্রের নির্গম নেত্র সদ্ বা অসদ্। $\rho' \geqslant \rho_e$। এখানে চোখের নির্গম নেত্র সম্মিলিত তন্ত্রের নির্গম নেত্র।

(iii) বীক্ষণ যন্ত্রের নির্গম নেত্র অসদ্। $\rho' < \rho_e$। কোন বীক্ষণ যন্ত্রই এ অবস্থায় কাজ করে না।

এবার আমরা কয়েকটি বিশেষ অবস্থার কথা বিবেচনা করব।

**(A) বিস্তৃত অভিবিম্বের ক্ষেত্রে**

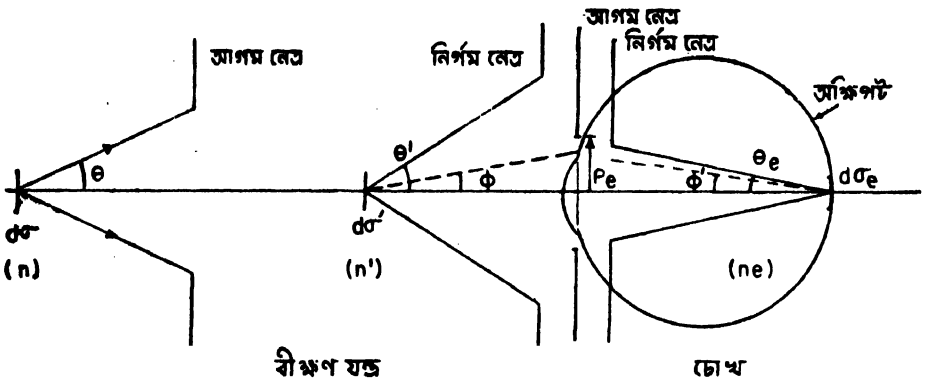



Fig. 7.20

Fig. (7.20) তে,

$d\sigma$ = অভিবিম্বের আকার

$d\sigma'$ = বীক্ষণ যন্ত্রে প্রতিবিম্বের আকার

$d\sigma_e$ = অক্ষিপটে চূড়ান্ত প্রতিবিম্বের আকার

অ্যাবের সাইনের সর্তানুযায়ী,

$$d\sigma\, n^2 \sin^2\theta = d\sigma'\, n'^2 \sin^2\theta' \tag{7.44}$$

এবং $$d\sigma'\, n'^2 \sin^2\phi = d\sigma_e\, n_e^2 \sin^2\phi' \tag{7.45}$$

$\phi$ ও $\phi'$ অনুবন্ধী সারণ কোণ।

যদি অভিবিম্বের দীপ্তি $B$ হয় তবে বীক্ষণ যন্ত্রের প্রতিবিম্বের দীপ্তি $B'$

$$B' = T_o \left(\frac{n'}{n}\right)^2 B \tag{7.38}$$

$T_o$ = অক্ষ বরাবর বীক্ষণ যন্ত্রের সঞ্চলন সূচক।

**(i) যদি বীক্ষণ যন্ত্রের নির্গম নেত্র চোখের আগম নেত্র অপেক্ষা বড় বা সমান হয়**

অর্থাৎ $\rho' \leqslant \rho_e$, তখন চোখের মণিই নির্গম নেত্র হিসাবে কাজ করবে। চোখের মধ্যে যে শঙ্কু দিয়ে আলো অক্ষিপটে পড়বে তার অর্ধকোণ হবে $\theta_e$। যদি চোখের আগম নেত্র, $d\sigma'$ এতে $\phi_1$ অর্ধকোণ করে, তবে চোখের ভিতরে যে আলোক প্রবহ অক্ষিপটে গিয়ে পড়বে তার পরিমাণ

$$dF = T_e\,(\pi B'\, d\sigma' \sin^2 \phi_1)$$

কিন্তু (7.45) থেকে $\phi = \phi_1$ এবং $\phi' = \theta_e$ বসিয়ে

$$n'^2\, d\sigma' \sin^2 \phi = n_e^2\, d\sigma_e \sin^2 \theta_e$$

$$\therefore \quad dF = \pi B' T_e \left(\frac{n_e}{n'}\right)^2 d\sigma_e \sin^2 \theta_e$$

অক্ষিপটের দীপনমাত্রা

$$E = \frac{dF}{d\sigma_e} = T_e \pi B' \left(\frac{n_e}{n'}\right)^2 \sin^2 \theta_e$$

$$= T_o \left(\frac{n_e}{n}\right)^2 T_e\, B \sin^2 \theta_e \tag{7.46}$$

সমীকরণ (7.43) থেকে $E = T_o E'$ (7.47)

বীক্ষণ যন্ত্র দিয়ে দেখলে আপাত ঔজ্জ্বল্য হয় এক থাকবে ($T_o = 1$) নয়তঃ কমে যাবে ($T_o < 1$)।

অতএব এক্ষেত্রে আলোক প্রেরণের ক্ষমতা $C = \frac{E}{E'} = T_o$ (7.48)

**(ii) যদি বীক্ষণ যন্ত্রের নির্গম নেত্র চোখের আগম নেত্র অপেক্ষা ছোট হয়**

$\rho' < \rho_e$। এক্ষেত্রে চোখের মণির পুরোটা আলোকিত হবে না। যে শঙ্কুতে চোখের আগম নেত্রে আলো এসে পৌঁছাবে তার অর্ধকোণ হবে $\theta'$ (বীক্ষণ যন্ত্রের নির্গম নেত্র $d\sigma'$ এ যে অর্ধকোণ করে)। যে শঙ্কুতে আলো অক্ষিপটে পৌঁছাবে তার অর্ধকোণ $\phi' < \theta_e$। $\phi'$ হবে $\theta'$ কোণের অনুবন্ধী।

যে আলোকপ্রবহ অক্ষিপটে গিয়ে পড়বে তার পরিমাণ

$$dF = T_e(\pi B' \, d\sigma' \sin^2 \theta_1)$$

$$d\sigma' \, n'^2 \sin^2 \theta_1 = d\sigma_e \, n_e^2 \sin^2 \phi_1 \qquad (\phi_1 < \theta_e)$$

$$= d\sigma \, n^2 \sin^2 \theta \qquad \text{[(7.44) থেকে]}$$

$$dF = T_e \, \pi B' \left(\frac{n_e}{n'}\right)^2 d\sigma_e \sin^2 \phi_1$$

অক্ষিপটের প্রতিবিম্বের দীপনমাত্রা $E = \frac{dF}{d\sigma_e} = T_e \pi B' \left(\frac{n_e}{n'}\right)^2 \sin^2 \phi_1$

$$= T_o \left[ T_e \pi B \left(\frac{n_e}{n}\right)^2 \sin^2 \phi_1 \right]$$

অতএব
$$E = T_o \frac{\sin^2 \phi_1}{\sin^2 \theta_e} E' \qquad (7.49)$$

চোখের আগম নেত্র ও নির্গম নেত্রের ব্যাস প্রায় সমান এবং $\phi_1$ ও $\theta_e$ কোণ ছোট বলে

$$\frac{\sin \phi_1}{\sin \theta_e} \simeq \frac{\rho'}{\rho_e}$$

অতএব $E = T_o \left(\frac{\rho'}{\rho_e}\right)^2 E' = T_o \left(\frac{\rho'}{\rho} \cdot \frac{\rho}{\rho_e}\right)^2 E'$

কাজেই
$$C = \frac{E}{E'} = T_o \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_N}\right)^2 \qquad (7.50)$$

$\frac{\rho_e}{\rho} = \Gamma_N$কে **স্বাভাবিক নেত্র বিবর্ধন** (Normal pupil magnification) বলে।

এস্থলে $\Gamma < \Gamma_N$ কারণ $\rho' < \rho_e$

**(B) বিস্তৃত অভিবিম্ব ; ফোকাস বিহীন বীক্ষণযন্ত্রের ক্ষেত্রে**

উপরোক্ত আলোচনা ফোকাস বিহীন যন্ত্রের ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য।

(i) যখন $\rho' \geqslant \rho_e$,

তখন $C = T_0 \qquad (7.51)$

(ii) যখন $\rho' < \rho_e$,

তখন ফোকাসবিহীন যন্ত্রের ক্ষেত্রে, $M\Gamma = 1$

অতএব
$$C = T_0 \left(\frac{M_N}{M}\right)^2 \qquad (7.52)$$

বীক্ষণযন্ত্রের বিবর্ধন ক্ষমতা যত বাড়বে, $C$ তত কমবে। বিবর্ধন ক্ষমতা বেশী হলে $\rho'$ সাধারণতঃ $\rho_e$র থেকে ছোট হবে যদিনা $\rho$ যথেষ্ট বড় হয়। দূরবীক্ষণ যন্ত্রের বিবর্ধন ক্ষমতা বেশী হলে ধূমকেতু বা নীহারিকাপুঞ্জ দেখতে সুবিধা হয় না কেননা $C$ অনেক কম হয়ে পড়ে। সেজন্য ধূমকেতু ইত্যাদি দেখতে গেলে খুব বড় উন্মেষের কিন্তু কম বিবর্ধন ক্ষমতার দূরবীক্ষণ যন্ত্র ব্যবহার করা হয়।

### (C) বিন্দুবৎ অভিবিম্ব; ফোকাস বিহীন বা প্রায় ফোকাস বিহীন বীক্ষণ যন্ত্রের ক্ষেত্রে

অভিবিম্ব যদি খুব ছোট হয় প্রায় বিন্দুবৎ, অথবা যদি খুব দূরে অবস্থিত হয় যার ফলে খালি চোখে বা বীক্ষণ যন্ত্রে দেখলেও বিন্দুবৎ বলেই মনে হয় (বহুদূরে অবস্থিত তারকারা (stars) এই পর্যায়ে পড়ে) তবে আপাত ঔজ্জ্বল্য নির্ভর করবে মোট আলোকপ্রবহের উপর। এক্ষেত্রে আলোক প্রেরণের ক্ষমতা

$$C = \frac{\text{বীক্ষণ যন্ত্র দিয়ে দেখলে অক্ষিপটে মোট আলোকপ্রবহ}}{\text{খালি চোখে দেখলে অক্ষিপটে মোট আলোকপ্রবহ}}$$

অভিবিম্ব থেকে চোখের আগম নেত্রে আপতিত আলোকপ্রবহ (সমীকরণ (7.33) দ্রষ্টব্য)

$$F = (B\,d\omega)\,\pi\rho_e^2 = dE\,\pi\rho_e^2 \qquad (7.53)$$

$B\,d\omega = dE$র মাত্রা হল দীপনমাত্রার।

খালি চোখে দেখলে,

অক্ষিপটে মোট আলোকপ্রবহ $F' = T_e\,(dE)\,\pi\rho_e^2$ (7.54)

বীক্ষণ যন্ত্রের আগম নেত্রে আপতিত আলোকপ্রবহ (অভিবিম্ব থেকে চোখ ও বীক্ষণ যন্ত্রের মধ্যে দূরত্ব কার্যতঃ একই, কাজেই $dE$ একই থাকবে)

$$F_1 = dE\,(\pi\rho^2)$$

নির্গম নেত্রে আলোকপ্রবহ $F_2 = T_0\,dE\,(\pi\rho^2)$

এই আলোকপ্রবহের পুরোটা চোখে প্রবেশ করবে কি করবে না তা নির্ভর করবে বীক্ষণ যন্ত্রের নির্গম নেত্র থেকে চোখের আগম নেত্র বড় কি ছোট তার উপর।

(i) $\rho' \leqslant \rho_e$ অর্থাৎ $M \geqslant M_N$, সমস্তটা আলোই চোখে প্রবেশ করবে। অতএব বীক্ষণ যন্ত্র ব্যবহার করে অক্ষিপটে আলোকপ্রবহ

$$F = T_0\,T_e\,dE\,(\pi\rho^2) \qquad (7.55)$$

আলোক প্রেরণের ক্ষমতা $C = \frac{F}{F'} = T_0 \left(\frac{\rho}{\rho_e}\right)^2 = T_0 M_N^2$ (7.56)

(ii) যখন $\rho' > \rho_e$ অর্থাৎ $M < M_N$, তখন পুরো আলোকপ্রবহ চোখে প্রবেশ করবে না। এক্ষেত্রে অক্ষিপটে আলোকপ্রবহ

$$F = T_0 T_e dE \pi\rho^2 . \left(\frac{\rho_e}{\rho'}\right)^2 \quad (7.57)$$

অতএব $C = \frac{F}{F'} = T_0 \left(\frac{\rho}{\rho'}\right)^2 = T_0 M^2$ (7.58)

অতএব সবসময়েই

$$C(\rho' > \rho_e) < C(\rho' < \rho_e)$$

কাজেই তারা (star) দেখতে গেলে স্বাভাবিক বিবর্ধন (normal magnification) পাবার জন্য চেষ্টা করা উচিৎ।

$\rho' < \rho_e$ এই অবস্থায় যদি তারা দেখা যায় তবে তারার আপাত ঔজ্জ্বল্য বেড়ে যাবে ($\propto M_N^2$) এবং চারদিকের আকাশের (বিস্তৃত অভিবিম্ব) ঔজ্জ্বল্য কমে যাবে ($\propto \left(\frac{M_N}{M}\right)^2$ যেখানে $M > M_N$)। সেজন্য বড় অভিলক্ষ্য ব্যবহার করে এবং বিবর্ধন ক্ষমতা খুব বাড়িয়ে দিনের বেলাতেও আকাশে দূরবীক্ষণের সাহায্যে তারা দেখা যায়।

### 7.4.4 আলোকচিত্র গ্রাহক ও ফটো ইলেকট্রিক যন্ত্রাদি

সবরকম অপটিক্যাল যন্ত্রেই আজকাল আলোকচিত্রগ্রহণ বা ফটো ইলেকট্রিক অন্বেক্ষক ব্যবহার করা হয়ে থাকে। কোন অভিবিম্বের আলোকবিন্যাস সম্বন্ধে এই সব অন্বেক্ষকের প্রতিক্রিয়া কি রকম?

ফটোগ্রাফিক ইমালশনে (photographic emulsion) আলো পড়লে ইমালশন কালো হয়। ধরা যাক কোন অপটিক্যাল যন্ত্রের (যেমন ক্যামেরার অভিলক্ষ্যের) সাহায্যে ফটোগ্রাফিক ইমালশনের উপর কোন বিস্তৃত অভিবিম্বের একটি প্রতিবিম্ব ফেলা হল। ইমালশনের কোন জায়গা কি রকম কালো হবে তা ইমালশনের **বিভিন্ন জায়গায় আপতিত আলোর দীপনমাত্রার উপর নির্ভর করে।** ধরা যাক অভিবিম্বের দীপ্তি $B$। তাহলে প্রতিবিম্বের দীপ্তি হবে $TB$। দীপ্তি হল আলোকপ্রবহ প্রতি একক বর্গক্ষেত্রে প্রতি একক ঘন

কোণে। যদি অপটিক্যাল যন্ত্রের নির্গম নেত্র প্রতিবিম্বে $\Omega$ ঘনকোণ করে তবে প্রতিবিম্বের দীপনমাত্রা হবে $TB\Omega$।

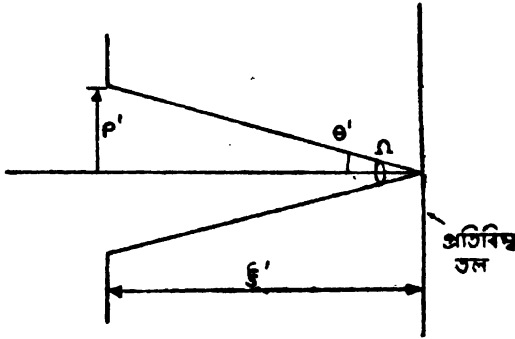



Fig. 7.21

যদি প্রতিবিম্ব লোকে সারণ কোণ $\theta'$ হয় (Fig. 7.21) তবে

$$\Omega = \frac{\pi\rho^2}{\xi'^2} = \pi\theta'^2$$

$$\Omega \propto \theta'^2 \tag{7.59}$$

অপটিক্যাল যন্ত্রের স্পীড (speed) মাপা হয় ইমালশন কতটুকু কালো হল তা দিয়ে। অতএব স্পীড সারণ কোণের বর্গের সমানুপাতী। ক্যামেরাতে যখন বিস্তৃত অভিবিম্বের ছবি তোলা হয় তখন ক্যামেরার অভিলক্ষ্যের উন্মেষ $f/6$ রাখলে যে হারে কালো হবে, উন্মেষ $f/3$ রাখলে তার চারগুণ হবে।

অভিবিম্ব যখন বিন্দুবৎ তখন অপটিক্যাল তন্ত্রে প্রতিবিম্বটি হবে এয়ারির থালি (Airy's disc)। অপটিক্যাল যন্ত্রের উন্মেষ যদি এমন হয় যে এই এয়ারির থালি ইমালশনের বিশ্লেষণ সীমার থেকে ছোট তবে বিন্দু অভিবিম্বের ফটোগ্রাফিক প্রতিবিম্বের চেহারা কেবলমাত্র ইমালশনের ধর্মের উপর নির্ভর করবে এবং কালো হওয়ার মাত্রা নির্ভর করবে প্রতিবিম্বে মোট আলোকপ্রবহের উপর। অর্থাৎ যন্ত্রের স্পীড আগম নেত্রের ক্ষেত্রফলের সমানুপাতী হবে। উন্মেষ ছোট হলে এয়ারির থালি বড় হবে এবং তখন ব্যাপারটা জটিল হয়ে পড়বে। চোখের সঙ্গে ফটোগ্রাফিক ইমালশনের অনেকখানি সাদৃশ্য রয়েছে। এই দুটি অন্বেক্ষকের বেলায় **অন্বেক্ষকের প্রতিক্রিয়া একই ধরণের**, বিস্তৃত অভিবিম্বের ক্ষেত্রে প্রতিবিম্বের দীপনমাত্রার উপর নির্ভরশীল এবং বিন্দু অভিবিম্বের ক্ষেত্রে প্রতিবিম্বে মোট আলোক-প্রবহের উপর।

ফটো-ইলেকট্রিক অন্ববেক্ষকের বেলায় কিন্তু ব্যাপারটা একটু অন্যরকম। ফটো-ইলেকট্রিক তলের উপর আলো পড়লে এই অন্ববেক্ষকে কিছু তাড়িৎপ্রবাহ ঘটে। এই তাড়িৎপ্রবাহই হল এই অন্ববেক্ষকের প্রতিক্রিয়া এবং এই প্রতিক্রিয়ার পরিমাণ **মোট আলোকপ্রবহের উপর নির্ভর করে,** দীপনমাত্রার উপর নয়। কাজেই অভিবিম্ব বিস্তৃত বা বিন্দুবৎ যাই হোক না কেন, কতটুকু আলোকপ্রবহ অন্ববেক্ষকে পড়ছে তার উপরেই তার প্রতিক্রিয়া নির্ভর করবে। এই হিসাবে ফটো-ইলেকট্রিক অন্ববেক্ষকের প্রতিক্রিয়া চোখ বা ফটোগ্রাফিক ইমালশন থেকে পৃথক।

### 7.4.5 বিক্ষেপক তল (Diffusing surfaces)

সিনেমা ইত্যাদি প্রক্ষেপণ যন্ত্রে একটি বিক্ষেপক তলের ( পর্দার ) উপর একটি সদ্‌বিম্ব ফেলে সেটা চোখে দেখা হয়।

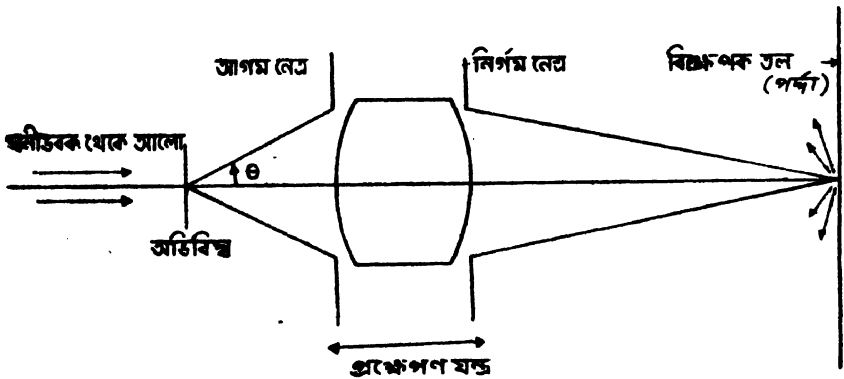



**Fig. 7.22**

ধরা যাক, প্রক্ষেপণ যন্ত্রের আগম নেত্র থেকে দেখলে অভিবিম্বের (কোন ছবির স্লাইড ) দীপ্তি হল $B$। অভিবিম্ব লোকে সারণ কোণ $\theta$ এবং প্রতিবিম্বের অনুলম্ব বিবর্ধন $m$। অভিবিম্বের $\delta\sigma$ অংশ থেকে আলো গিয়ে পড়ছে $m^2\delta\sigma$ পরিমাণ জায়গায়। $\delta\sigma$ থেকে আগম নেত্রে আপতিত আলোকপ্রবহ হল $\pi B\delta\sigma \sin^2\theta$। যদি প্রক্ষেপণ যন্ত্রের সঞ্চলনসূচক $T_0$ হয় তবে $m^2\delta\sigma$ অংশে আপতিত আলোকপ্রবহের পরিমাণ

$$\delta F = T_0 \pi B \delta\sigma \sin^2\theta$$

অতএব ঐ অংশের দীপনমাত্রা $E = \dfrac{T_0\pi B\,\delta\sigma \sin^2\theta}{m^2\delta\sigma} = \dfrac{T_0\pi B \sin^2\theta}{m^2}$

(7.60)

অর্থাৎ বিক্ষেপক তলের একক বর্গক্ষেত্র থেকে বিক্ষিপ্ত মোট আলোকপ্রবহের পরিমাণ

$$= T\frac{T_0 \pi B \sin^2 \theta}{m^2} \tag{7.61}$$

এখানে $T<1$। বিক্ষেপক তলে শোষণের ফলে আপতিত আলো থেকে যে কিছুটা কম আলো বিক্ষিপ্ত হচ্ছে $T$ তার পরিমাপক।

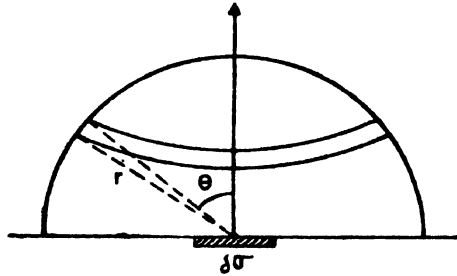



Fig. 7.23

যদি $\delta\sigma$ তলের দীপ্তি $B$ হয় তবে $\theta$ কোণে, $\theta$ ও $\theta+d\theta$র মধ্যে অন্তর্গত ঘন কোণের মধ্য দিয়ে (Fig. 7.23) $\delta\sigma$ হতে আলোকপ্রবহের পরিমাণ

$$dF = (\delta\sigma \cos\theta)\, B.\, \frac{2\pi r\,(\sin\theta)\, r\, d\theta}{r^2}$$

$$= 2\pi\, \delta\sigma\, B \sin\theta\, d(\sin\theta)$$

$\delta\sigma$ হতে মোট আলোকপ্রবহের পরিমাণ

$$F = 2\pi\, \delta\sigma\, B \int_0^{\pi/2} \sin\theta\, d(\sin\theta)$$

$$= \pi\, \delta\sigma\, B \tag{7.62}$$

(7.61) ও (7.62) তুলনা করে দেখা যাচ্ছে যে, বিক্ষেপক তলের দীপ্তি $B'$

$$= T\frac{T_0 B \sin^2 \theta}{m^2} \tag{7.63}$$

নীচে $m^2$ থাকার জন্য বিক্ষেপক তলের দীপ্তি খুব হ্রাস পাবে। সেজন্য সিনেমায় বা অন্যান্য প্রক্ষেপক যন্ত্রে অতি উজ্জ্বল কার্বন আর্ক (carbon arc) বা জেনন্ বাতি (Xenon lamp) ব্যবহার করা হয়।

### 7.5 প্রতিবিম্ব গঠন : বিশ্লেষণ পারঙ্গমতা (Formation of Images : resolution efficiency)

#### 7.5.1 এয়ারির বিন্যাস (Airy's pattern)

ধরা যাক কোন অপটিক্যাল তন্ত্র সম্পূর্ণ অপেরণমুক্ত। জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞানের সিদ্ধান্ত হল যে এরকম অপটিক্যাল তন্ত্রে একটি বিন্দু অভিবিম্বের প্রতিবিম্বও একটি বিন্দু হবে। কার্যতঃ তা হয় না। যে ধরণের আলোর বিন্যাস প্রতিবিম্বে দেখা যায়, তার কোন সন্তোষজনক ব্যাখ্যা আলোর ঋজুরেখ গমনের ধারণা থেকে পাওয়া না গেলেও আলোর তরঙ্গতত্ত্বের সাহায্যে তার একটি সুসংগত ব্যাখ্যা দেওয়া সম্ভব।

কোন বিন্দু অভিবিম্ব থেকে যে তরঙ্গফ্রণ্ট চারদিকে ছড়িয়ে পড়ে তার পুরোটা কোন অপটিক্যাল তন্ত্র দিয়েই যেতে পারে না। অপটিক্যাল তন্ত্রের আগম নেত্র তরঙ্গফ্রণ্টের কিছুটা অংশ মাত্র ভিতরে যেতে দেয়। আগম নেত্রে তরঙ্গফ্রণ্ট এভাবে সীমিত হবার ফলে অপবর্তন ঘটে। অপেরণমুক্ত অপবর্তিত (diffracted) এই সীমিত তরঙ্গফ্রণ্টের প্রতিবিম্বে যে আলোর বিন্যাস ঘটে তা তরঙ্গতত্ত্বের হাইগেন-ফ্রেনেল্ সূত্র প্রয়োগ করে নির্ণয় করা যায়। বিশদ্ গণনায় না গিয়ে আমরা কেবল সিদ্ধান্তগুলি সম্বন্ধে আলোচনা করব।

আমরা প্রতিসম অপটিক্যাল তন্ত্র নিয়ে আলোচনা করছি। অপটিক্যাল তন্ত্রের আগম ও নির্গম নেত্র বৃত্তাকার হবে। সুতরাং বিন্দু অভিবিম্বের বৃত্তাকার প্রনেত্রে অপবর্তনজাত প্রতিবিম্বও অক্ষগত প্রতিসম হবে।

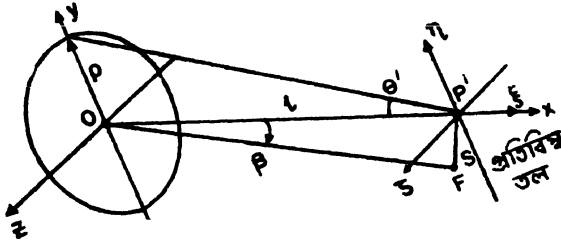



Fig. 7.24

আলোক অক্ষ $x$ অক্ষ বরাবর। ধরা যাক, $P'$ বিন্দুটি প্রতিবিম্ব তলের অক্ষবিন্দু এবং ধরা যাক জ্যামিতীয় আলোকবিজ্ঞান অনুযায়ী এখানেই প্রতিবিম্ব পাওয়ার কথা। প্রতিবিম্ব তলে $F$ বিন্দুটি $P'$ বিন্দু হতে $s$ দূরে। $s^2 = \eta^2 + \zeta^2$। 1835 খৃষ্টাব্দে বিখ্যাত জ্যোতির্বিদ এয়ারি (Sir G. B. Airy) দেখালেন যে, $F$ বিন্দুতে দীপনমাত্রা $E$ এবং $P'$ বিন্দুতে দীপনমাত্রা $E_0$ হলে

$$\frac{E}{E_0} = \left[\frac{2J_1(v)}{v}\right]^2 \quad (7.64)$$

এখানে $v = \frac{2\pi}{\lambda} \rho' \sin\beta \simeq \frac{2\pi n}{\lambda_o} \rho' \beta$

$J_1(v)$ = প্রথম ধরনের প্রথম বর্গের বেসেলের অপেক্ষক (Bessel function of first kind first order)

$\lambda_o$ = ব্যবহৃত একবর্ণ আলোর শূন্যে তরঙ্গদৈর্ঘ্য।

$n$ = প্রতিবিম্ব লোকের মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক।

এবং $J_1(v) = \frac{v}{2} - \frac{(v/2)^3}{1!2!} + \frac{(v/2)^5}{2!3!} \ldots = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-)^m (v/2)^{2m+1}}{m!\,(m+1)!}$

$\rho'$ = প্রনেত্রর ব্যাসার্ধ।

যদি $\theta'$ সারণ কোণ হয় তবে

$$v = \frac{2\pi n}{\lambda_o} \frac{\rho'}{l}(l\beta) = \frac{2\pi}{\lambda_o}(n\,\theta'\,s) \qquad (7.65)$$

$n\rho'\beta = n\,\theta'\,s$ টি হচ্ছে লাগ্রাঞ্জের ধ্রুবক। সুতরাং অভিবিম্ব ও প্রতিবিম্ব-লোকে দুটি অনুবন্ধী রশ্মির জন্য নঙ্-মাত্রিক (non-dimensional) রাশি $v$ এর মান একই থাকে।

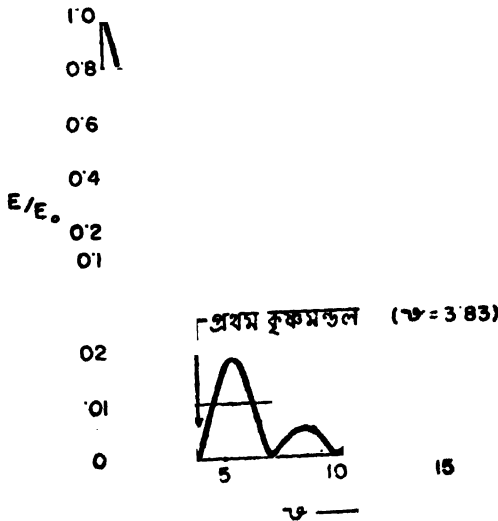



Fig. 7.25

**Table 7.1**

($\lambda = 5000\ A^{\circ}$)

| $v$ | $E/E_0$ | মন্তব্য |
|---|---|---|
| 0 | 1 | কেন্দ্রের দীপ্তমণ্ডল |
| 1 | 0.775 | |
| 2 | 0.333 | |
| 3 | 0.051 | |
| 3.83 | 0 | প্রথম কৃষ্ণমণ্ডল |
| 5.14 | 0.0175 | প্রথম দীপ্তমণ্ডল |
| 7.01 | 0 | দ্বিতীয় কৃষ্ণমণ্ডল |
| 8.42 | 0.0041 | দ্বিতীয় দীপ্তমণ্ডল |
| 10.17 | 0 | তৃতীয় কৃষ্ণমণ্ডল |
| 11.62 | 0.0016 | তৃতীয় দীপ্তমণ্ডল |

Table 7.1 এবং Fig. 7.25 থেকে দেখা যাচ্ছে যে প্রতিবিম্বের কেন্দ্রে রয়েছে একটি বৃত্তাকার দীপ্তমণ্ডল এবং তাকে ঘিরে রয়েছে পরপর সমকেন্দ্রিক কৃষ্ণ ও দীপ্তমণ্ডল। বাইরের দিকে দীপ্তমণ্ডলগুলির ঔজ্জ্বল্য ক্রমেই ক্ষীণ হচ্ছে। প্রতিবিম্বে আলোর এই মণ্ডলাকার বিন্যাসটি **এয়ারির বিন্যাস** (Airy's pattern) নামে পরিচিত।

প্রথম কৃষ্ণমণ্ডলের ব্যাসার্ধ হল ($v = 3.83$)

$$s_1 = \frac{\lambda v}{2\pi\theta'} = \frac{3.83\ \lambda}{2\pi\ \theta'} = \frac{0.61\ \lambda}{\theta'}$$

এবং নির্গম নেত্রে প্রথম কৃষ্ণমণ্ডল কর্তৃক উৎপন্ন অর্ধকোণ

$$\beta_1 = \frac{\lambda v}{2\pi\rho'} = \frac{3.83}{2\pi}\ \frac{\lambda}{\rho'} = 0.61\frac{\lambda}{\rho'} \tag{7.66}$$

### 7.5.2 দুটি নিরপেক্ষ বিন্দু অভিবিম্বের বিশ্লেষণ: অপটিক্যাল তন্ত্রের বিশ্লেষণ সীমা (Resolution of two independent point sources: limit of resolution of optical instruments)

অভিবিম্বের উপরে কাছাকাছি দুটি বিন্দু নেওয়া যাক। এদের প্রতিবিম্ব হিসাবে দুটি এয়ারির বিন্যাস পাওয়া যাবে। বিন্দু দুটির জ্যামিতিক প্রতিবিম্বের মধ্যে কৌণিক ব্যবধান বেশী হলে তাদের পৃথকভাবে বোঝা যাবে, ব্যবধান খুব কম হলে বোঝা যাবে না। (Fig. 7.26) থেকে দেখা যাচ্ছে যে

যখন কৌণিক ব্যবধান (angular seperation) $\frac{\lambda}{2p'}$, এর থেকে কম তখন দুটি এয়ারির বিন্যাসের উজ্জ্বলতম অংশ দুটি মিশে গিয়ে এক হয়ে গেছে। কৌণিক ব্যবধান $\lambda/2p'$ এর বেশী হলে দুটি উজ্জ্বলতম অংশের মধ্যবর্তী অংশটি অপেক্ষাকৃত অনুজ্জ্বল হবে। কৌণিক ব্যবধান যত বাড়বে এই দুই অংশের মধ্যে ঔজ্জ্বল্যের তারতম্য (contrast) তত বাড়বে। যখন ব্যবধান $1.22\ \frac{\lambda}{2p'}$ তখন তারতম্য প্রায় শতকরা 30 ভাগ বা $\gamma = 0.3$। তারতম্যটি ধরা পড়লে বিন্দু দুটিকে পৃথক ভাবে বোঝা যাবে। তখন বিন্দু দুটি **বিশ্লিষ্ট** (resolved) হয়েছে বলা হয়।

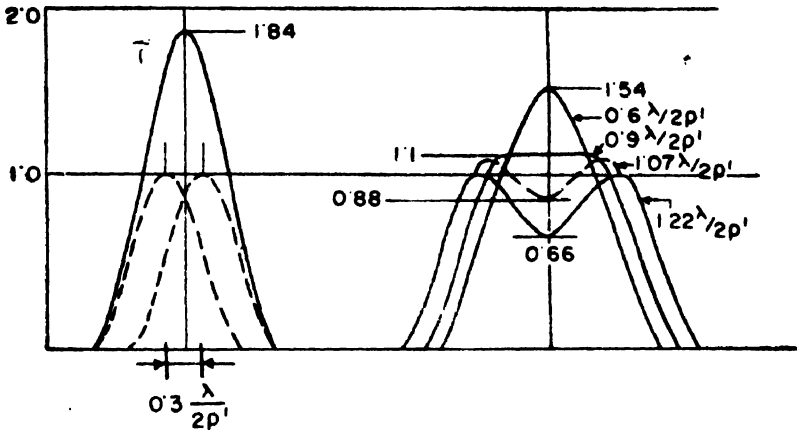



Fig. 7.26

বীক্ষণ যন্ত্রে এই প্রতিবিম্বকে চোখ দিয়ে দেখতে হবে। এখানে চোখেরও একটি গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রয়েছে। **অপটিক্যালতন্ত্রে গঠিত প্রতিবিম্বে বিন্দু দুটি বিশ্লিষ্ট হলেই যে চোখে তাদের পৃথক ভাবে বোঝা যাবে তা নয়।** কেননা চোখও একটি অপটিক্যাল তন্ত্র এবং চোখের বিশ্লেষণ করবার ক্ষমতাও সীমিত।

§ 6.7 তে চোখের বিশ্লেষণ সীমার কথা আলোচনা করা হয়েছে। বিশ্লেষণ সীমা $\epsilon_0$, চোখের মণির ব্যাস, ঔজ্জ্বল্য এবং ঔজ্জ্বল্যের তারতম্যের উপর নির্ভরশীল (Fig. 6.7)। বিশ্লেষণ সীমার পরিবর্তে চোখের আপেক্ষিক বিশ্লেষণ সীমা (limit of specific resolution of the eye) $\sigma = \epsilon_0 r$ (মিনিট মিলিমিটারে) এর সাহায্যে Fig. 6.7 এ উপস্থাপিত সমস্ত তথ্যের তাৎপর্য আরোও ভালোভাবে

বোঝা যায়। Fig. 7.27 থেকে দেখা যাচ্ছে যে চোখের আপেক্ষিক বিশ্লেষণ সীমা চোখের মণির বিশেষ একটি ব্যাসে ন্যূনতম। $10^{-1}$ থেকে $10^{-7}$ স্টীল্ব ঔজ্জ্বল্যের মধ্যে এই ব্যাস 0.6 mm থেকে 2 mm পর্যন্ত হয়। দেখা গেছে যে চোখের মণির এই অবস্থাতেই চোখ সবচেয়ে ভালো কজে করে।

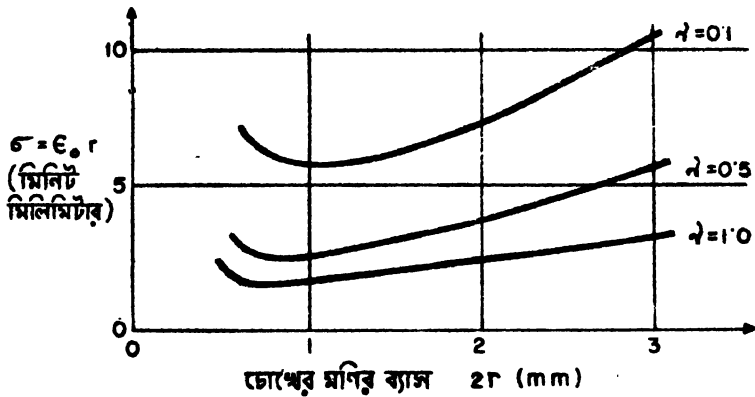



Fig. 7.27

ধরা যাক, দুটি বিন্দু অভিবিম্ব বীক্ষণ যন্ত্রের আগমনেত্রে $\epsilon = \dfrac{1.22\lambda}{2\rho}$ কোণ উৎপন্ন করেছে। এই দুটি বিন্দুর প্রতিবিম্বে যে এয়ারির বিন্যাস পাওয়া যাবে তাদের কেন্দ্রবিন্দুদ্বয় নির্গম নেত্রে $\epsilon' = \dfrac{1.22\ \lambda}{2\rho'}$ কোণ উৎপন্ন করবে (কেননা $\rho\epsilon = \rho'\epsilon' =$ ধ্রুবক)। এক্ষেত্রে $\gamma = 0.3$। $\lambda = 0.5$ মাইক্রন ধরলে এবং $\rho$ কে মিলিমিটারে এবং $\epsilon$ কে মিনিটে ($1°$ কোণ $= 60$ মিনিট) নিলে

$$\epsilon\rho = \epsilon'\rho' = \text{ফুকোর ধ্রুবক (Foucoult constant)}$$
$$= 1.0 \quad (\text{মিনিট মিলিমিটারে})$$

এক্ষেত্রে কি চোখ দুটিবিন্দুকে বিশ্লিষ্ট অবস্থায় দেখবে? চোখের মণির সাপেক্ষে চোখের আপেক্ষিক বিশ্লেষণ সীমার লেখটিতে $\rho\epsilon = \rho'\epsilon' =$ ধ্রুবক এই রেখাটি টানা হল (Fig. 7.28)। যদি $\sigma(r)$ লেখটি চোখের সর্ব-অবস্থাতেই $\rho\epsilon = \rho'\epsilon' =$ ধ্রুবক এই রেখার উর্ধে থাকে তবে চোখ ও বীক্ষণ যন্ত্রের মধ্যে শেষোক্তটির বিশ্লেষণ ক্ষমতা বেশী এবং বিশ্লেষণ সীমা চোখের দ্বারাই নির্দিষ্ট হবে। এক্ষেত্রে বিন্দু দুটি অপটিক্যাল তন্ত্রে বিশ্লিষ্ট হলেও চোখে তাদের পৃথকভাবে বোঝা যাবে না।

$\sigma(r)$ লেখটির কোন অংশই $\rho\epsilon$ = ধ্রুবক এই রেখাটির নীচে যেতে পারবে না কেননা বীক্ষণ যন্ত্রের মত চোখও একটি অপটিক্যাল তন্ত্র। যে অবস্থায় চোখ সবচেয়ে ভালো দেখতে পায় সে অবস্থাতেও $\sigma$-র ন্যূনতম মান ($\sigma_{min}$)

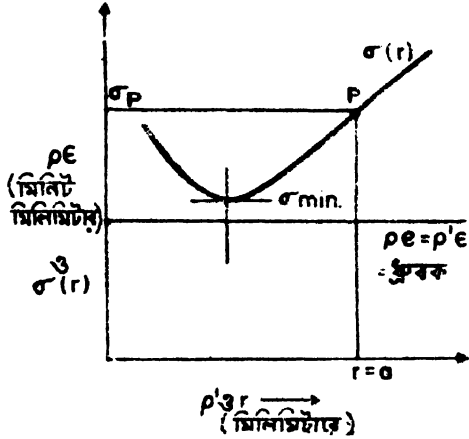



Fig. 7.28

ফুকোর ধ্রুবক অপেক্ষা কম হতে পারবে না। বিশদ পরীক্ষা থেকে দেখা গেছে যে $\gamma=0.2$ থেকে $\gamma=1.0$র মধ্যে $\sigma_{min}$ এর গড়মান 1.0র মত। অর্থাৎ $\gamma=0.3$ তে $\sigma$ এর লেখটি অপেরণমুক্ত আদর্শ বীক্ষণযন্ত্রের $\rho\epsilon$ = ধ্রুবক ($\gamma=0.3$ তে ফুকোর ধ্রুবক = 1.0) রেখাটিকে স্পর্শ করবে। $\gamma=0.3$ তে দুটি বিন্দু অভিবিম্ব আগম নেত্রে কোণ করে $\frac{1.22\lambda}{2\rho}$। বিন্দু দুটিকে আরোও কাছে আনলে প্রতিবিম্বে ঔজ্জ্বল্যের তারতম্য কমে যাবে, $\sigma_{min}$ বেড়ে যাবে এবং ফুকোর ধ্রুবকের মান কমে যাবে অর্থাৎ $\sigma$ লেখটি $\rho\epsilon$ = ধ্রুবক রেখাটির উপরে উঠে যাবে। ফলে চোখ আর ঐ দুটি বিন্দুকে পৃথক করে বুঝতে পারবে না। অতএব দুটি সমউজ্জ্বল বিন্দু অভিবিম্বের ক্ষেত্রে বিশ্লেষণসীমা

$$\sigma=1.0=\rho\epsilon=\rho'\epsilon'=\text{ফুকোর ধ্রুবক}=0.61\lambda \qquad (7.67)$$

ধরা যথেষ্ট যুক্তিযুক্ত। **এই অবস্থায় একটি বিন্দুর এয়ারির বিন্যাসের কেন্দ্রীয় চরম উজ্জ্বল অংশটি** (central maximum) **অপর বিন্দুটির এয়ারির বিন্যাসের প্রথম কৃষ্ণমণ্ডলে বা প্রথম অবম উজ্জ্বল অংশে** (First minimum) **পড়বে।** বিশ্লেষণ সীমার এই সর্তটিকে **র‍্যালের নির্ণায়ক** (Rayleigh's criterion) বলে।

### 7.5.3 বিশ্লেষণ পারঙ্গমতা (Resolution efficiency)

বিশ্লেষণ পারঙ্গমতার প্রশ্নটি এবার আলোচনা করা যেতে পারে। ধরা যাক বীক্ষণ যন্ত্রটি দূরের জিনিষ দেখার জন্য। খালি চোখে যখন দেখা হচ্ছে তখন চোখের মণির ব্যাসার্ধ $a$ এবং বিশ্লেষণ সীমা $\epsilon_a$। যখন বীক্ষণ যন্ত্র দিয়ে দেখা হচ্ছে, ধরা যাক, তখন চোখের মণির ব্যাসার্ধ $r$ এবং চোখের মণির ব্যাস $2r$ বীক্ষণ যন্ত্রের নির্গম নেত্রের ব্যাস অপেক্ষা বড় ( এ অবস্থায় বীক্ষণ যন্ত্রের আলোক সঞ্চলন ক্ষমতা সবচেয়ে বেশী )। এক্ষেত্রে চোখের বিশ্লেষণ সীমা $\epsilon_r$। চোখ ও বীক্ষণ যন্ত্রের সম্মিলিত তন্ত্রের বিশ্লেষণ সীমা $\epsilon$ হলে

$$\epsilon\rho = \epsilon_r \rho'$$

$$\text{বা} \quad \epsilon = \epsilon_r \frac{\rho'}{\rho} = \epsilon_r \Gamma = \frac{\epsilon_r}{M}$$

$M$ = বীক্ষণযন্ত্রের বিবর্ধন ক্ষমতা।

অতএব বিশ্লেষণ পারঙ্গমতা $\mathcal{E} = \frac{\epsilon_a}{\epsilon} = \frac{\epsilon_a}{\epsilon_r} M$ (7.68)

অন্য ধরণের বীক্ষণযন্ত্রের ক্ষেত্রেও বিশ্লেষণ পারঙ্গমতা অনুরূপভাবে নির্ণয় করা যায়। সর্বক্ষেত্রেই বিশ্লেষণ পারঙ্গমতা বীক্ষণযন্ত্রের বিবর্ধন ক্ষমতার উপর নির্ভর করে এবং কোন বিশেষ বিবর্ধন ক্ষমতা $M_0$ তে বিশ্লেষণ পারঙ্গমতা সবচেয়ে বেশী হয়।

নভোবীক্ষণের ক্ষেত্রে $\gamma = 1.0$ এবং $\epsilon_a = \epsilon_r$ (Fig. 6.7$c$) কাজেই $\mathcal{E} = M$। $M$ বাড়ালে $\mathcal{E}$ বাড়ে। কিন্তু বিবর্ধন ক্ষমতা $M_0$র থেকে বাড়ালে আলোক সঞ্চলন হ্রাস পায়, ঔজ্জ্বল্যের তারতম্য কমে এবং ফলে বিশ্লেষণ পারঙ্গমতাও কমে যায়।

### 7.5.4 অপেরণের অনুমোদন সীমা : র‍্যালের সীমামান (Aberration tolerances : Rayleigh limit)

এতক্ষণ আমরা অপেরণমুক্ত বীক্ষণযন্ত্রের বিশ্লেষণ সীমার কথা আলোচনা করেছি। কিন্তু কোন বীক্ষণযন্ত্রই পুরোপুরি অপেরণমুক্ত নয়। অপেরণ থাকলে বিশ্লেষণ পারঙ্গমতা হ্রাস পাবে। ধরা যাক আদর্শ প্রতিবিম্বের তলে প্রতিবিম্বের আলোক বিন্যাস আমাদের বিচার্য বিষয়। তরঙ্গফ্রন্ট অপেরণমুক্ত হলে বিন্দু অভিবিম্বের ক্ষেত্রে প্রতিবিম্বের আলোকবিন্যাস কি রকম হবে তা Fig. 7.25 এ দেখানো হয়েছে। তরঙ্গফ্রন্টে অপেরণ থাকলে এই আলোক বিন্যাসের পরিবর্তন ঘটবে। গোলাপেরণের ক্ষেত্রে তরঙ্গফ্রন্ট অপেরণের সঙ্গে কিভাবে আলোকবিন্যাসের পরিবর্তন ঘটে তা Fig. 7.29-এ দেখানো হয়েছে। তরঙ্গফ্রন্ট অপেরণ যখন $\lambda/4$ তখন আলোকবিন্যাসের ক্ষেত্রে শতকরা 20 ভাগ

আলো কমে গেলেও সামগ্রিকভাবে আলোকবিন্যাসের প্রকৃতি একই রকম থাকে। ফলে বিশ্লেষণ পারঙ্গমতা প্রায় অপরিবর্তিত থাকে। তরঙ্গফ্রন্ট অপেরণ $\lambda/4$ এর বেশী হলে আলোকবিন্যাসের প্রকৃতিতে বিশেষ পরিবর্তন ঘটে (যেমন $\lambda/2$ তে প্রথম কৃষ্ণমণ্ডল পাওয়া যাবে কার্যত $v=2\pi$ তে) এবং বিশ্লেষণ পারঙ্গমতা

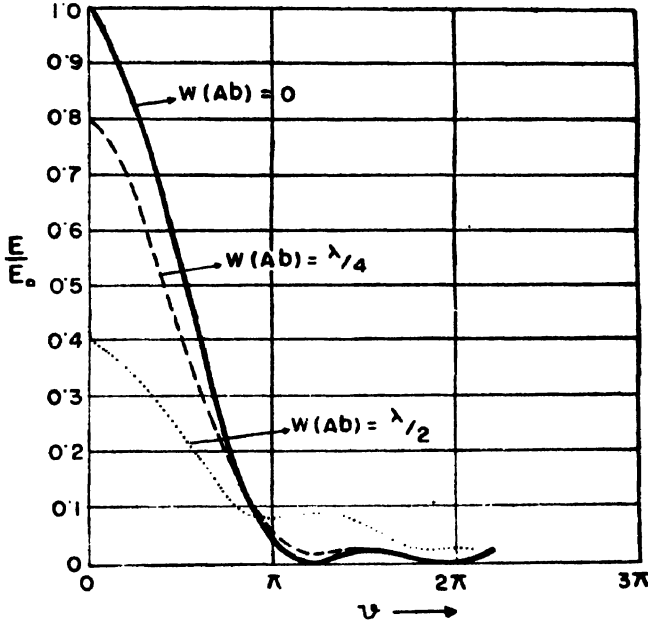



Fig. 7.29

দ্রুত হ্রাস পায়। এজন্য তরঙ্গফ্রন্ট অপেরণের সর্বোচ্চ সীমা $\lambda/4$ ধরা হয়েছে। এটাকে **র‍্যালের সীমামান** (Rayleigh limit) বলে। তরঙ্গফ্রন্ট অপেরণের সর্বোচ্চ সীমা থেকে অন্যান্য **অপেরণের অনুমোদন সীমা** (aberration tolerances) নির্ণয় করা সম্ভব। উদাহরণ স্বরূপ, নভোবীক্ষণের অভিলক্ষ্যের ক্ষেত্রে অনুদৈর্ঘ্য গোলাপেরণের অনুমোদন সীমা কত দেখা যাক। এক্ষেত্রে অনুদৈর্ঘ্য গোলাপেরণের মান (সমীকরণ (5.46 দ্রষ্টব্য)।

$$|\Delta f|=\frac{4f^2}{\rho^2}W(Ab)=4\frac{W(Ab)}{(\rho/f)^2}=\frac{4\,W(Ab)}{N^2}$$

যেখানে $\theta=\rho/f=$ উন্মেষ সূচক।

অতএব এই অভিলক্ষ্যে $\lambda=0.5$ মাইক্রণের জন্য গোলাপেরণের অনুমোদন সীমা হল

$\theta=0.1$ এর ক্ষেত্রে 0.05 mm

এবং $\theta=0.01$ এর ক্ষেত্রে 5.0 mm।

## পরিচ্ছেদ 8

# অপ্‌টিক্যাল যন্ত্রাদি (Optical instruments)

আমাদের দৈনন্দিন ব্যবহারিক জীবনে বা বৈজ্ঞানিক অন্বেষণে অপটিক্যাল যন্ত্রাদির ভূমিকা অনস্বীকার্য। সাধারণ আয়না ও চশমা থেকে শুরু করে অণুবীক্ষণ, দূরবীক্ষণ, বর্ণালীবীক্ষণ প্রভৃতি অসংখ্য রকমের অপটিক্যাল যন্ত্র আমরা ব্যবহার করে থাকি। এই পরিচ্ছেদে আমরা কয়েকটি প্রতিনিধি স্থানীয় অপটিক্যাল যন্ত্রের বিষয়ে আলোচনা করব।

### 8.1 সরল বিবর্ধক (Simple magnifiers)

খালি চোখে কোন অভিবিম্বকে দেখ্‌লে তার আপাত আকার নির্ভর করে ঐ অভিবিম্বটি চোখে যে কোণ উৎপন্ন করে তার উপর। অভিবিম্বটিকে চোখের যত কাছে আনা হবে এই কোণ তত বাড়বে এবং অভিবিম্বকেও তত বড় বলে মনে হবে (Fig. 8.1)। প্রত্যেক মানুষেরই উপযোজন ক্ষমতা সীমিত বলে অভিবিম্বকে চোখের বেশী কাছে আনা যায় না। খালি চোখে দেখলে,

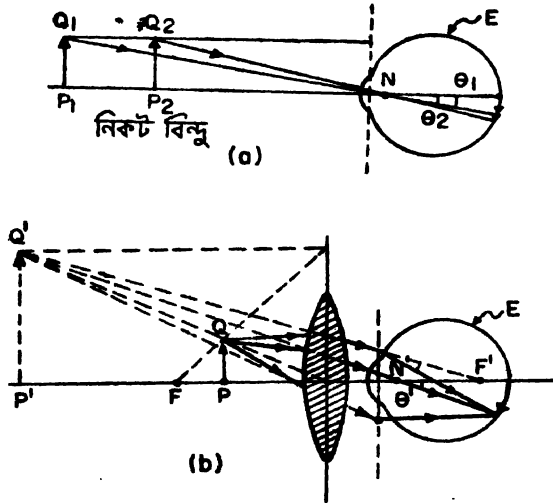



Fig. 8.1

অভিবিম্বকে নিকট বিন্দুতে রাখলে সবচেয়ে বড় দেখা যাবে। চোখের বিশ্লেষণ সীমা 2′ মিনিটের মত। কাজেই অভিবিম্বের অনেক খুঁটিনাটি চোখে ধরা

পড়বে না। এবার একটি ধনাত্মক ক্ষমতার লেন্স চোখের খুব কাছে রাখলে অভিবিম্বকে চোখের আরোও কাছে আনা যাবে এবং লেন্সের জন্য অক্ষিপটে তার যে প্রতিবিম্ব হবে সেটা চোখে বৃহত্তর কোণ উৎপন্ন করবে (Fig. 8.1*b*)। ধনাত্মক ক্ষমতার লেন্সটি অভিবিম্বের একটি অসদ্ প্রতিবিম্ব সৃষ্টি করছে অভিবিম্বের থেকে দূরে এবং চোখ এই অসদ্ বিম্বটি দেখছে। এভাবে ধনাত্মক ক্ষমতার যে একক লেন্স বা লেন্স সমবায়ের সাহায্যে নিকটস্থ খুব ছোট অভিবিম্বকে বড় করে দেখা যায়, বিশ্লেষণ ক্ষমতাও বৃদ্ধি পায়, তাকে **সরল বিবর্ধক** (Simple magnifier) বা **সরল অণুবীক্ষণ যন্ত্র** (Simple microscope) বলে।

লেন্সে যে প্রতিবিম্বটি হবে, তা হবে অসদ্ এবং এই প্রতিবিম্বকে চোখের নিকট বিন্দু ও দূর বিন্দুর মধ্যে রাখতে হবে। সরল বিবর্ধকে কোন বীক্ষণ রিং নেই। ফলে চোখ কোথায় রাখা হবে তা অনেকটা অনিশ্চিত। চোখের থেকে লেন্স ও অভিবিম্বের এমন দূরত্ব রাখতে হবে যেন অসদ্ প্রতিবিম্বটি নিকট ও দূর বিন্দুর মধ্যে থাকে। কিভাবে প্রতিবিম্ব গঠিত হচ্ছে তা Fig. 8.2 তে দেখানো

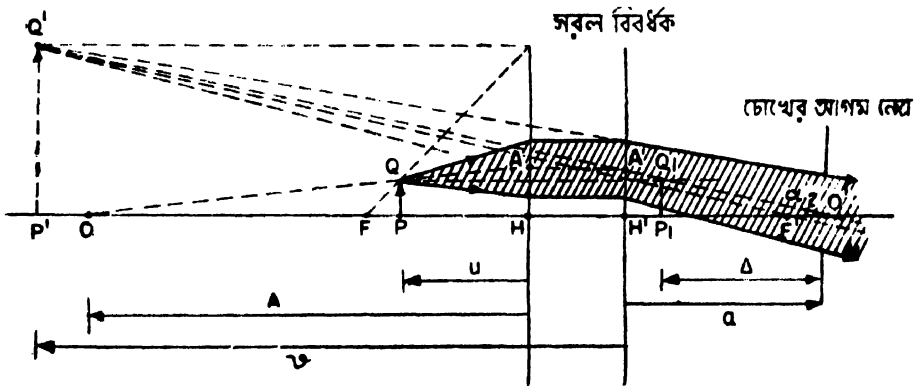



Fig. 8.2

হয়েছে। চোখের আগম নেত্রের কেন্দ্রবিন্দু $O'$ কে বিবর্ধকের দ্বিতীয় ফোকাস বিন্দুর খুব কাছে রাখা হয়েছে এবং অভিবিম্বটিকে রাখা হয়েছে বিবর্ধকের প্রথম মুখ্য বিন্দু ও প্রথম ফোকাস বিন্দুর মধ্যে। প্রতিবিম্ব $P'Q'$ অসদ ও চোখে $\alpha_2$ কোণ করেছে। খালি চোখে দেখলে $PQ$ কে $P_1Q_1$ অবস্থান আনলে সেটা চোখে $\alpha_2$ কোণ করত। $P_1Q_1$ চোখের আগম নেত্র থেকে $\Delta$ দূরে।

$\triangle$ কে প্রতিবিম্বের আপাত দূরত্ব বলে। $O$ বিন্দুটি $O'$ বিন্দুর অনুবন্ধী। $H$ ও $H'$ বিবর্ধকের মুখ্য তলদ্বয়।

$\overline{HP}=u$, $\overline{H'F'}=f'$, $\overline{H'O'}=a$, $\overline{HO}=A$ এবং $\overline{P_1O'}=\triangle$

$$\frac{\overline{HO}}{\overline{PO}}=\frac{\overline{HA}}{\overline{PQ}}=\frac{\overline{H'A'}}{\overline{P_1Q_1}}=\frac{\overline{H'O'}}{\overline{P_1O'}}$$

অতএব $\dfrac{A}{A-u}=\dfrac{a}{\triangle}$ বা, $\triangle=a\left(1-\dfrac{u}{A}\right)$ (8.1)

কিন্তু $O$ ও $O'$ অনুবন্ধী বলে $\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{A}+\dfrac{1}{f'}$

সুতরাং প্রতিবিম্বের আপাত দূরত্ব $\triangle = a-\dfrac{au}{A}=a-au\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{f'}\right)$

$$=a-u+\frac{au}{f'} \qquad (8.2)$$

$\overline{PQ}=y$ ও $\overline{P'Q'}=y'$

এবং $\alpha_2=\dfrac{y}{\triangle}=y\Big/\left(a-u+\dfrac{au}{f'}\right)$ (8.3)

বিবর্ধকের ক্ষমতা $K=1/f'\simeq\alpha_2/y=\dfrac{1}{\triangle}$ (8.4)

সমীকরণ (8.3) থেকে দেখা যাচ্ছে যে,

(i) যখন $a=f'$, চোখ দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস বিন্দুতে,

$\alpha_2=\dfrac{y}{a}=\dfrac{y}{f'}=$ ধ্রুবক, অভিবিম্ব যেখানেই রাখা হোক না কেন।

(ii) যখন $u=-f'$, অভিবিম্ব প্রথম মুখ্য ফোকাস বিন্দুতে,

$\alpha_2=\dfrac{y}{-u}=\dfrac{y}{f'}=$ ধ্রুবক, চোখ যেখানেই রাখা হোক না কেন।

(iii) যখন $u=0$ বা $a=0$, $f'$ এর উপর $\alpha_2$ নির্ভর করবে না। অর্থাৎ যখন চোখ বা অভিবিম্ব (বা দুটোই) বিবর্ধকের খুব কাছে তখন সব বর্ণের আলোর জন্যই $\alpha_2$ এক। কাজেই চোখে প্রতিবিম্ব বর্ণাপেরণমুক্ত হবে।

দৃষ্টির ক্ষেত্র খুব কম হলে চলবে না। চোখ ও বিবর্ধকের সম্মিলিত তন্ত্রে দুটি প্রণেত্র আছে, বিবর্ধকের ধারক ও চোখের মণি। এ দুটির মধ্যে চোখের মণিই সাধারণতঃ ছোট হয়। কাজেই চোখের মণি হচ্ছে উন্মেষ রোধক ও নির্গম

নেত্র। ধারকটি ক্ষেত্র রোধক। **দৃষ্টির ক্ষেত্র যাতে কম না হয় সেজন্য চোখকে লেন্সের খুব কাছে আনতে হবে।** তবে চোখের পাতা ইত্যাদির জন্য **লেন্স থেকে চোখের দূরত্ব** 20 mm **এর কম করা সম্ভব নয়।** যেহেতু চোখের মণি বিন্দুবৎ নয় সেজন্য ভিনিয়েটিং থাকবেই। খুব দামী বিবর্ধকে বিশেষভাবে মধ্যচ্ছদা বসিয়ে ভিনিয়েটিং দূর করা হয়। চোখের মণি উন্মেষ রোধক হিসাবে কাজ করছে বলে প্রতিবিম্বে বিশ্লেষণ সীমা কেবলমাত্র চোখের সূক্ষ্মাবেক্ষণ ক্ষমতার উপর নির্ভর করে। আলোক প্রেরণের ক্ষমতা বিবর্ধকের সঞ্চলন সূচকের সমান।

**বিবর্ধন ক্ষমতা ঃ** আমরা § 7.3 তে দেখেছি যে

$$M = \alpha_2/\alpha_1$$

$M$-এর মান নির্ণয় করতে গেলে দুটি জিনিষ জানতে হবে। প্রথমতঃ চোখ কোথায় রাখা হয়েছে এবং দ্বিতীয়তঃ বীক্ষণ যন্ত্র দিয়ে দৃষ্ট প্রতিবিম্বটি কোথায় অবস্থিত। আমরা ধরে নেব যে চোখ বিবর্ধকের যথেষ্ট কাছে রাখা হয়েছে যার ফলে কার্যতঃ $a \simeq 0$।

বীক্ষণ যন্ত্র দিয়ে দেখলে প্রতিবিম্বকে নিকট বিন্দু থেকে দূর বিন্দু পর্যন্ত যে কোন জায়গায় রাখা যায়। সাধারণ চোখের ক্ষেত্রে দূরবিন্দু অসীমে অবস্থিত এবং নিকট বিন্দু $\delta = -0.25$ মিটার।

প্রতিবিম্ব যখন নিকট বিন্দুতে ($v = \delta$), তখন

$$\frac{1}{\delta} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f'} \quad \text{বা} \quad u = \frac{f'\delta}{f' - \delta}$$

সুতরাং $\alpha_2 \simeq y/(-u) = -y\dfrac{f' - \delta}{f'\delta}$ এবং $\alpha_1 = y/(-\delta)$

অতএব $M_{v=\delta} = \dfrac{f' - \delta}{f'} = 1 - \dfrac{\delta}{f'}$ (8.5)

প্রতিবিম্ব যখন অসীমে ($v = \infty$),

$$u = -f'$$

$$\alpha_2 = y/f' \quad \text{এবং} \quad \alpha_1 = y/(-\delta)$$

সুতরাং $M_{v=\infty} = -\delta/f'$ (8.6)

একটি বিবর্ধকের ফোকাস দৈর্ঘ্য যদি 1 inch বা 2.5 cm হয়, তবে

$$M_{v=-\delta} = \frac{25}{2.5} + 1 = 11X$$

এবং $M_{v=\infty} = 25/2.5 = 10X$

দেখা যাচ্ছে যে প্রতিবিম্ব নিকট বিন্দু থেকে দূর বিন্দু পর্যন্ত যেখানেই রাখা হোক না কেন, বিবর্ধন ক্ষমতা $M$ প্রায় একই থাকে। অর্থাৎ

$$M \simeq -\delta/f' = K\delta \quad \text{(সমীকরণ 7.19 দ্রষ্টব্য)}$$

$$= K/4 \quad \text{যেখানে } K \text{ ডায়প্টারে।}$$

সেজন্য 2.5 cm ফোকাস দৈর্ঘ্যের বিবর্ধককে বলা হয় $10X$ বিবর্ধন ক্ষমতার বিবর্ধক।

**প্রচলিত বিভিন্ন ধরনের বিবর্ধক :**

অনেক রকমের বিবর্ধক প্রচলিত আছে। বিবর্ধকের ক্ষমতা ($K$) 7 ডায়প্টার থেকে 100 ডায়প্টার পর্যন্ত হয়। কম ক্ষমতার বিবর্ধকের ($K \simeq 10D$) মধ্যে উভ-উত্তল লেন্স সবচেয়ে সরল (Fig. 8.3*a*)। সাধারণতঃ এটা পড়ার

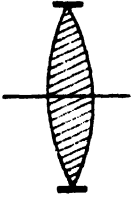
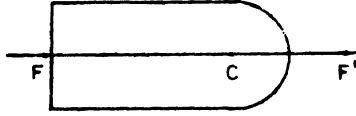
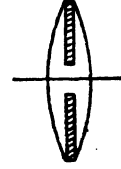
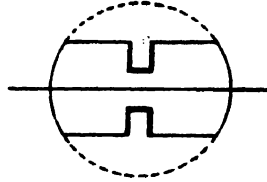
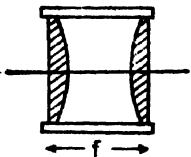
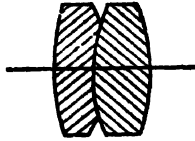
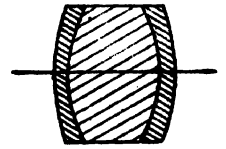



Fig. 8.3

জন্য ব্যবহার করা হয়ে থাকে। এর ব্যাস বেশ বড় হয় ($\simeq$5 cm এর মত)। গোলাপেরণ, কোমা এবং বর্ণাপেরণ ইত্যাদি বেশী নয়। স্ট্যান হোপের বিবর্ধকে (Fig. 8.3*b*) সামনের তলটি সমতল এবং পিছনের তলটি উত্তল।

অভিবিম্বকে সামনের তলের গায়ে রাখতে হয়। এতে যথেষ্ট বিকৃতি ও বর্ণাপেরণ হয়। বিকৃতিমুক্ত বিবর্ধকের মধ্যে ব্রুস্টার এর বিবর্ধকে (Fig. 8.3*c*) আলোক কেন্দ্রের তলে একটি মধ্যচ্ছদা রয়েছে; কডিংটনের বিবর্ধকটি (Fig. 8.3*d*) একটি গোলক থেকে কেটে তৈরী করা, মাঝখানে একটি মধ্যচ্ছদা রয়েছে। এই পেরিস্কোপিক বিবর্ধকগুলিতে মধ্যচ্ছদা চোখের মণির থেকে ছোট। বেশী ক্ষমতার বিবর্ধকগুলি সাধারণতঃ যুগ্ম লেন্স (doublet) বা ট্রিপলেট (triplet)। এই সব লেন্স বর্ণাপেরণমুক্ত। বিকৃতিও কম। এদের মধ্যে সবচেয়ে নামী বিবর্ধক হল স্টাইনহাইল ট্রিপলেট (Fig. 8.3g)।

## 8.2 অভিনেত্র (eyepieces or oculars)

অণুবীক্ষণ, দূরবীক্ষণ ইত্যাদি বীক্ষণযন্ত্রে অভিলক্ষ্যের (objective) সাহায্যে অভিবিম্বের একটি মধ্যবর্তী সদ্‌প্রতিবিম্ব গঠন করা হয়। এই সদ্‌ প্রতিবিম্বকে ভালো করে দেখবার জন্য লাগে অভিনেত্র (eyepiece)। অভিনেত্রও এক রকমের বিবর্ধক। সরল বিবর্ধকে সদ্‌ অভিবিম্বের বিবর্ধিত অসদ্‌ বিম্ব তৈরী হয় সেজন্য সরল বিবর্ধকের ক্ষমতা ধনাত্মক হতেই হবে। অভিনেত্রের ক্ষমতা ঋণাত্মকও হতে পারে। সেজন্য সরল বিবর্ধককে অভিনেত্র হিসাবে ব্যবহার করা গেলেও সব অভিনেত্রকে সরল বিবর্ধক হিসাবে ব্যবহার করা যায় না।

Fig. 8.4 এ অভিনেত্র হিসাবে একটি সরল বিবর্ধকের ব্যবহার দেখানো হয়েছে। বিবর্ধকটি একটি ধণাত্মক ক্ষমতার লেন্স। এই লেন্সের সাহায্যে প্রাথমিক প্রতিবিম্বের একটি অসদ্‌ বিম্ব তৈরী হয়েছে। যেহেতু প্রাথমিক প্রতিবিম্ব লোকে মুখ্য রশ্মিগুলি অক্ষ থেকে যথেষ্ট অপসারী সেজন্য সমস্ত তির্যক রশ্মিকে ধরবার জন্য লেন্সটির ব্যাস যথেষ্ট বড় হতে হবে।

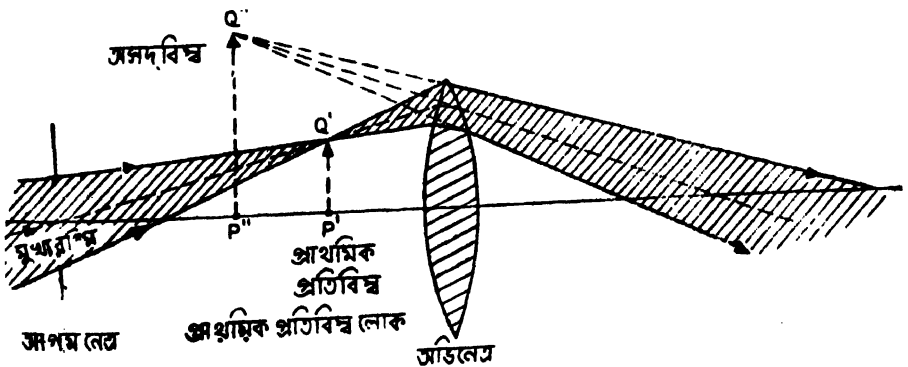



Fig. 8.4

ক্ষেত্র লেন্স (Field lens) ব্যবহার করলে এই অসুবিধেটা থাকে না। ক্ষেত্র লেন্স একটি অভিসারী লেন্স। প্রাথমিক প্রতিবিম্বের তলে এটাকে রাখলে সমস্ত তির্যক মুখ্য রশ্মি অক্ষের দিকে বেঁকে যাবে (Fig. 8.5*a*) ফলে অপেক্ষাকৃত ছোট অভিনেত্র ব্যবহার করা যাবে। চূড়ান্ত প্রতিবিম্বের অবস্থান ও আকার একই থাকবে।

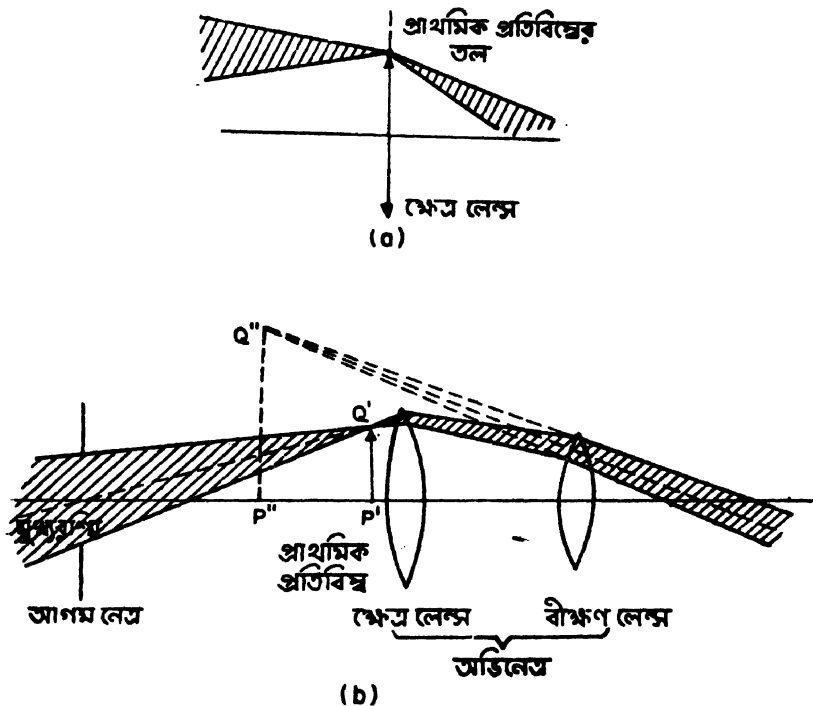



Fig. 8.5

প্রাথমিক প্রতিবিম্বের তলে ক্ষেত্র লেন্সটি রাখলে অসুবিধাও আছে। লেন্সের উপরে ময়লা, ধূলোবালি পড়লে সেটাও প্রতিবিম্বের সঙ্গে সঙ্গে দেখা যাবে। তাই কার্যতঃ ক্ষেত্র লেন্সকে অভিনেত্রর ভিতরেই সংযোজিত করা হয়। অভিনেত্র হয়ে দাঁড়ায় ক্ষেত্র লেন্স ও বীক্ষণ লেন্স (eye lens) এর সমবায়। এই সমবায় এমনভাবে পরিকল্পনা করতে হয় যাতে প্রাথমিক প্রতিবিম্ব ঠিক ক্ষেত্র লেন্সের তলে না পড়ে হয় কিছুটা সামনে পড়ে নয় কিছুটা পিছনে। সরল বিবর্ধক ব্যতীত এ ধরণের অভিনেত্রকে যৌগিক অভিনেত্রও (compound eyepieces) বলা হয়।

স্বচ্ছন্দভাবে দেখতে হলে অভিনেত্রের আপাত দৃষ্টির ক্ষেত্রের কৌণিক ব্যাপ্তি খালি চোখের প্রত্যক্ষ দৃষ্টির ক্ষেত্রের সমান হওয়া বাঞ্ছনীয়। এটা প্রায় 60° র মত। অর্থাৎ নির্গত রশ্মিগুচ্ছের প্রান্তিক রশ্মির ক্ষেত্রে সারণকোণ প্রায় 30° র মত। একক লেন্স এভাবে ব্যবহার করলে প্রতিবিম্বে প্রচুর অপেরণ এসে পড়বে। বিষমদৃষ্টি, বিকৃতি, গোলাপেরণ এবং বিশেষভাবে বর্ণাপেরণ হ্রাস করবার জন্য অভিনেত্রে দুই বা ততোধিক লেন্সের সমবায় নিতেই হয়

অভিনেত্রের ক্ষমতা $K$ সাধারণতঃ 16 থেকে 120 ডায়প্টারের মধ্যে এবং বিবর্ধনক্ষমতা $M_o$, 4 থেকে 30 এর মধ্যে হয়। দূরবীক্ষণ যন্ত্রে বিশেষ অবস্থায় কখনও কখনও 30 এর থেকে বেশী বিবর্ধন ক্ষমতার অভিনেত্র ব্যবহার করতে হয়।

প্রাথমিক প্রতিবিম্বকে অভিনেত্রের প্রথম মুখ্য ফোকাস বিন্দুতে বা তার খুব কাছে রাখা হয়। এ অবস্থায় নির্গত আলোকগুচ্ছের উন্মেষ $2h$ হলে (Fig. 8.6)

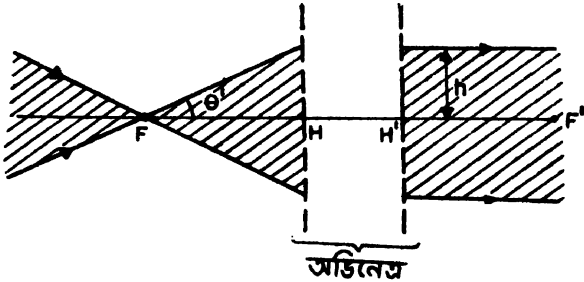
$$Kh = \theta' \text{ অর্থাৎ } h \propto K^{-1} \tag{8.7}$$



Fig. 8.6

যদি $h$ চোখের মণির ব্যাসার্ধের থেকে বড় হয় তবে বীক্ষণ যন্ত্রের বিশ্লেষণ ক্ষমতা কমে যায়। কাজেই চোখের মণি অভিনেত্রের উন্মেষ রোধক হওয়া বাঞ্ছনীয় নয়। অভিনেত্রে সব সময়েই চোখের মণির থেকে ছোট (বা সমান) নির্গম নেত্র বা বীক্ষণ রিং (eye ring) থাকে। সাধারণতঃ বীক্ষণ রিংটি অভিনেত্রের দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস বিন্দুতে অবস্থিত হয়। ভিনিয়েটিং থাকাও বাঞ্ছনীয় নয়। এজন্য প্রাথমিক প্রতিবিম্বের তলে একটি ক্ষেত্র রোধক ব্যবহার করা হয়। প্রচলিত অভিনেত্রগুলির মধ্যে উল্লেখযোগ্য হল (i) ধনাত্মক অভিনেত্র (positive eye pieces)—যেমন রামসডেনের অভিনেত্র (Ramsden's eye

piece), কেলনারের অভিনেত্র (Kellner's eye piece) এবং অর্থস্কোপিক অভিনেত্র (orthoscopic eye piece), (ii) ঋণাত্মক অভিনেত্র (negative eye pieces)—যেমন হাইগেনের অভিনেত্র (Huygen's eye piece)।

(*a*) **র‍্যামস্‌ডেনের অভিনেত্র :**

এই অভিনেত্রে রয়েছে একই উপাদানে গঠিত দুটি পাতলা লেন্স যাদের ফোকাস দৈর্ঘ্য সমান এবং যাদের মধ্যে ব্যবধান ফোকাল দৈর্ঘ্যের সমান। দুটি লেন্সই সমতল-উত্তল (plano-convex) এবং লেন্স দুটির সমতল পৃষ্ঠগুলি বাইরের দিকে অবস্থিত (Fig. 8.7)।

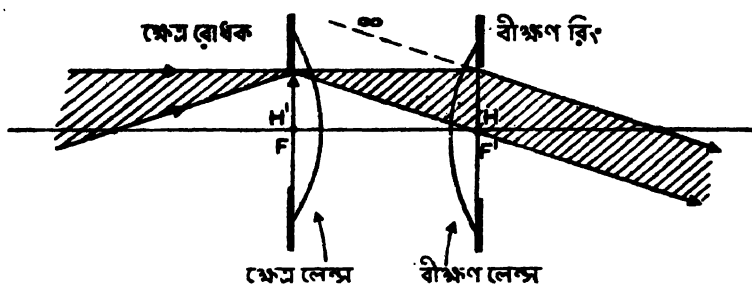



Fig. 8.7

প্রতিটি লেন্সের ক্ষমতা $K_1 = K_2 = \frac{1}{f}$ ; ব্যবধান $d = f$।

এক্ষেত্রে সমবায়ের ক্ষমতা $K = \frac{1}{f} + \frac{1}{f} - \frac{f}{f.f} = \frac{1}{f} = K_1 = K_2$।

সমবায়ের ফোকাস বিন্দুদ্বয়, মুখ্য বিন্দুদ্বয় কোথায় হবে এবং ক্ষেত্ররোধক ও বীক্ষণ রিং কোথায় বসাতে হবে তা Fig. 8.7 থেকেই স্পষ্ট। এই সনাতন র‍্যামসডেনের অভিনেত্রে $f_1 = d = f_2$ এবং একে সূচিত করা হয় (1, 1, 1) দিয়ে। (1, 1, 1) অভিনেত্র আংশিকভাবে অবার্ণ, কেননা আংশিক অবার্ণ হবার সর্ত

$$d = \frac{f_1 + f_2}{2} \quad \text{(সমীকরণ 5.11 দ্রষ্টব্য)}$$

এখানে পূর্ণ হচ্ছে। প্রতিবিম্ব অসীমে বলে সমবায়টি পুরোপুরিই অবার্ণ। অন্যান্য অপেরণও বেশী নয়, কেননা চারটি তল থাকায় প্রতি তলে রশ্মির বিচ্যুতি কম। দৃষ্টির ক্ষেত্র সন্তোষজনক, প্রায় 30°। তবে এই অভিনেত্রে প্রাথমিক প্রতিবিম্ব হচ্ছে ক্ষেত্র লেন্সের প্রথম তলে। এভাবে অভিনেত্র ব্যবহার করা যে বিশেষ অসুবিধাজনক তা আগেই আলোচনা করা হয়েছে।

## (b) প্রচলিত রামসডেনের অভিনেত্র

সনাতন রামসডেনের অভিনেত্রে আরও একটি অসুবিধে রয়েছে। বীক্ষণ-রিং বীক্ষণ লেন্সের গায়ে। লেন্সের অত কাছে চোখ রাখা অস্বস্তিকর। লেন্স দুটিকে একটু কাছে আনলে এ দুটি থেকেই পরিত্রাণ পাওয়া যায়। তবে আংশিক অবার্ণ হবার সর্তটি আর পূর্ণ হয় না বলে কিছু বর্ণাপেরণ এসে যায়।

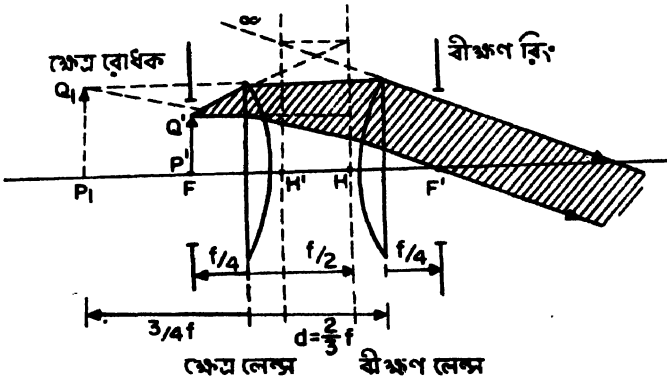



**Fig. 8.8**

প্রচলিত রামসডেনের অভিনেত্রটি (3, 2, 3) ধরণের অর্থাৎ $f_1 = 3a$, $d = 2a$, এবং $f_2 = 3a$।

সুতরাং $f_1 = f_2 = f$ এবং $d = \frac{2}{3}f$ (Fig. 8.8)

এক্ষেত্রে সমবায়ের ক্ষমতা $K = \frac{1}{f} + \frac{1}{f} - \frac{(2/3)f}{ff} = \frac{4}{3f}$

সমতুল ফোকাস দৈর্ঘ্য $F' = \frac{3}{4}f = \frac{9}{8}d$

মুখ্য বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব $\delta = H_1H = \frac{K_2}{K}d = f/2 = \frac{3}{4}d$

$$\delta' = H_2'H' = -\frac{K_1}{K}d = -f/2 = -\frac{3}{4}d.$$

ক্ষেত্ররোধকটি $F$ এ এবং বীক্ষণ রিংটি $F'$ এ বসানো হয়। বীক্ষণ রিং বীক্ষণ লেন্সের বেশ কিছুটা পিছনে বলে চোখের পক্ষে স্বস্তিজনক। বিকৃতি প্রায় নেই। বক্রতা খুব কম। অনুলম্ব ও অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ আছে তবে মারাত্মক নয়। গোলাপেরণ আছে। দূরবীক্ষণ যন্ত্রের কৌণিক উন্মেষ কম বলে দূরবীক্ষণ যন্ত্রে ব্যবহার করলে গোলাপেরণের পরিমাণ নগণ্য হয়।

## (c) কেলনারের অভিনেত্র

রামসডেনের অভিনেত্র গোলাপেরণ মুক্ত নয়। বীক্ষণ যন্ত্রের কৌণিক উন্মেষ বেশী হলে রামসৃডেন অভিনেত্রে চলবে না। কেলনারের অভিনেত্র রামসডেনের অভিনেত্ররই একটি উন্নততর সংস্করণ। এখানে বীক্ষণ লেন্সটি একটি সংলগ্ন যুগ্ম (Fig. 8.9a)। এই বীক্ষণ লেন্সটিকে গোলাপেরণের ক্ষেত্রে

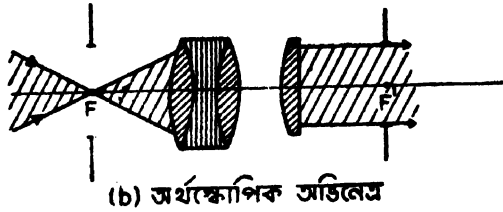
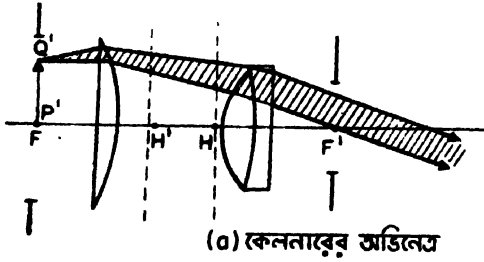



Fig. 8.9

সামান্য অবসংশোধিত করা হয় যাতে ক্ষেত্র লেন্সের গোলাপেরণ সংশোধিত হয়ে চূড়ান্ত প্রতিবিম্ব গোলাপেরণ মুক্ত হয়। এই অভিনেত্রে ব্যবহৃত বিভিন্ন কাঁচকে ঠিকমত নির্বাচন করে অন্যান্য অপেরণও অনেক কমিয়ে ফেলা যায়। বিশেষতঃ এই অভিনেত্রে বর্ণাপেরণ খুব কম।

## (d) অর্থস্কোপিক অভিনেত্র

কেলনারের অভিনেত্রে বর্ণাপেরণ ও গোলাপেরণ হ্রাস করবার জন্য বীক্ষণ লেন্সটিকে একটি যুগ্ম লেন্স নেওয়া হয়। অর্থস্কোপিক অভিনেত্রে ক্ষেত্র লেন্সটি তিনটি লেন্সের এক সংলগ্ন সমবায় এবং বীক্ষণ লেন্সটি একটিমাত্র সমতল উত্তল লেন্স (Fig. 8.9b)। এভাবে ক্ষেত্র লেন্সে অনেকগুলি প্রতিসারক তল এনে প্রতি তলে রশ্মির বিচ্যুতির পরিমান না বাড়িয়েও সারণ কোণ বাড়ানো হয়েছে। এই অভিনেত্রে প্রায় 30° কৌণিক ক্ষেত্র পর্যন্ত গোলাপেরণ ও কোমা ভালোভাবে দূর করা যায়। 25 বা 30 এর বেশী বিবর্ধন ক্ষমতার প্রয়োজন হলে অর্থস্কোপিক অভিনেত্র ব্যবহার করা ছাড়া উপায় নেই।

উপরোক্ত তিনটি অভিনেত্রের ক্ষেত্রেই প্রথম মুখ্য ফোকাস বিন্দু সমবায়ের বাইরে ক্ষেত্র লেন্সের সামনে অবস্থিত। এজন্যই এদের ধনাত্মক অভিনেত্র বলা হয়। এই বিন্দুতে প্রাথমিক প্রতিবিম্ব রাখ্‌লে চূড়ান্ত প্রতিবিম্ব অসীমে গঠিত হয় অর্থাৎ এই প্রাথমিক প্রতিবিম্বের কোন বিন্দু থেকে অপসারী আলোকগুচ্ছ অভিনেত্রের মধ্য দিয়ে গিয়ে সমান্তরাল ভাবে নির্গত হচ্ছে। কাজেই অভিনেত্র তিনটি অভিসারী। এই অভিনেত্রের প্রথম মুখ্য ফোকাস বিন্দু সমবায়ের বাইরে থাকায় এখানে **রেখন তার** (cross wire) বা **স্বচ্ছ স্কেল** (graticule) বসানো যায়। এই রেখন তার বা স্কেলকে প্রতিবিম্বের সঙ্গে একই সঙ্গে স্পষ্ট দেখা যাবে এবং এদের সাহায্যে প্রতিবিম্ব সংক্রান্ত বিভিন্ন পরিমাপ করা সম্ভব।

### (e) হাইগেনের অভিনেত্র

হাইগেনের অভিনেত্রে একই মাধ্যমের সমতল উত্তল লেন্স দুটির বক্রতলকে আপতিত আলোর দিকে মুখ করে রাখা হয়। দুটি লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্যের অনুপাত $f_F/f_E$, 1.5 থেকে 3 পর্যন্ত হয়। সনাতন হাইগেনের অভিনেত্র হল (4, 2, 3) ধরণের অর্থাৎ $f_1 = 4a$, $d = 2a$ এবং $f_2 = 3a$। যে অভিনেত্রটি হাইগেনের নামে চলে সেটি আসলে ডোলাণ্ড অভিনেত্র (Dolland eyepiece)। ঋণাত্মক অভিনেত্রগুলির মধ্যে একমাত্র এটিই ব্যবহার করা হয়। এই হাইগেনের অভিনেত্রটি (3, 2, 1) ধরণের অর্থাৎ $f_1 = 3f$, $d = 2f$, $f_2 = f$।

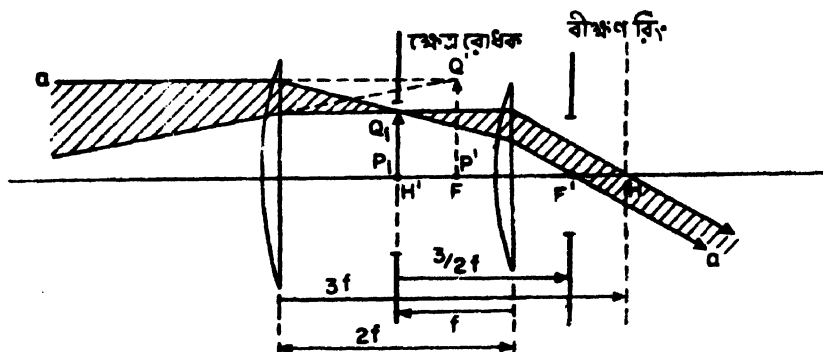



Fig. 8.10

সমবায়ের ক্ষমতা হল $K = \frac{1}{3f} + \frac{1}{f} - \frac{2f}{3f.f} - \frac{\quad}{3f}$ (8.8)

$$\delta = H_1 H = \frac{K_2}{K} d - 3f$$

$$\delta' = H_2' H' = -\frac{K_1}{K} d = -f$$

হাইগেনের অভিনেত্রের ক্ষেত্রে, $\frac{f_1+f_2}{2} = \frac{3f+f}{2} = 2f = d$। সুতরাং আংশিক বর্ণাপেরণের সর্তটি পূর্ণ হচ্ছে। প্রাথমিক প্রতিবিম্ব $F$ এ রাখলে নির্গত রশ্মি সমান্তরাল। সেক্ষেত্রে চোখে দেখলে অনুলম্ব বর্ণাপেরণ খুবই কম। অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ অবশ্য খুব কম নয়। এরকম দুটি লেন্সের সমবায়ে গোলাপেরণ দূরীকরণের সর্তটি সহজেই নির্ণয় করা যায়। গোলাপেরণ দূর করতে হলে রশ্মির মোট চ্যুতিকে দুটি লেন্সের মধ্যে সমান ভাবে ভাগ করে দিতে হবে (Fig. 8.11)।

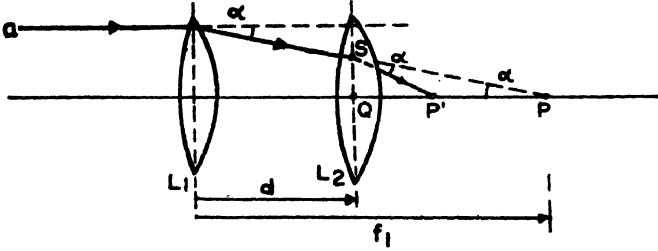



Fig. 8.11

$P'P = SP' \simeq QP'$। কিন্তু $QP = f_1 - d = 2a$ ( ধরা যাক )

$QP' = \frac{f_1 - d}{2} = a$। তাহলে $\frac{1}{a} - \frac{1}{2a} = \frac{1}{f_2}$ অথবা $f_2 = 2a$।

সুতরাং $f_1 - d = f_2$ বা $f_1 - f_2 = d$ (8.9)

হাইগেনের অভিনেত্রে $f_1 - f_2 = 3f - f = 2f = d$ অতএব হাইগেনের অভিনেত্রটি গোলাপেরণ থেকেও মুক্ত।

অভিনেত্রের ভিতরে মধ্যবর্তী প্রতিবিম্বটি কোথায় হবে তা সহজেই নির্ণয় করা যায়। প্রাথমিক প্রতিবিম্ব রাখা হয়েছে $F$ এতে (Fig. 8.10)। ক্ষেত্র লেন্স থেকে মাধ্যমিক প্রতিবিম্বের দূরত্ব $v$ ও প্রাথমিক প্রতিবিম্বের দূরত্ব $AF = 3f - \frac{3}{2}f = \frac{3}{2}f$।

$$\frac{1}{v} - \frac{2}{3f} = \frac{1}{3f} \quad \text{বা} \quad v = f$$

অতএব মধ্যবর্তী প্রতিবিম্বটি হবে $H'$ বিন্দুতে এবং এখানেই ক্ষেত্র রোধকটি বসাতে হবে।

দৃষ্টির ক্ষেত্র প্রায় 45° ডিগ্রি পর্যন্ত। বিকৃতিও নগণ্য। তবে যথেষ্ট বক্রতা রয়েছে। ফলে কেন্দ্র এবং প্রান্তদেশকে একসঙ্গে ফোকাস করা যায় না। হাইগেনের অভিনেত্রে রেখন তার বা স্কেল ব্যবহার করতে হলে সেটাকে $H'$ এ রাখতে হবে অর্থাৎ ক্ষেত্র লেন্সের পিছনে এবং বীক্ষণ লেন্সের সামনে এবং ওদের প্রতিবিম্ব হবে কেবলমাত্র বীক্ষণ লেন্সের জন্য। বীক্ষণ লেন্স এককভাবে অপেরণ-মুক্ত নয়। সেজন্য রেখন তার বা স্কেলের প্রতিবিম্বে যথেষ্ট অপেরণ থাকবে। এজন্য হাইগেনের অভিনেত্রে রেখনতার ইত্যাদি সাধারণতঃ ব্যবহার করা হয় না।

Fig. 8.10 থেকে দেখা যাচ্ছে যে অক্ষের সঙ্গে সমান্তরাল একটি আলোকরশ্মি $a$ এই অভিনেত্রে আপতিত হয়ে অক্ষের দিকে অভিসারী হয়ে নির্গত হচ্ছে। অতএব হাইগেনের অভিনেত্রটিও একটি অভিসারী অভিনেত্র। প্রাথমিক প্রতিবিম্বটি যেহেতু প্রথম লেন্সের পিছনে রাখতে হয় সেজন্য হাইগেনের অভিনেত্রকে ঋণাত্মক অভিনেত্র বলা হয়।

## 8.3 যৌগিক অণুবীক্ষণ (Compound microscope)

সরল বিবর্ধকে বিবর্ধন ক্ষমতা $M$ খুব বেশী বাড়ান সম্ভব নয়। বিবর্ধকের ক্ষমতা $K$ যখন 100 ডায়প্টার তখন $M = 25X$ এবং ফোকাস দৈর্ঘ্য 1 cm মাত্র। বিবর্ধন ক্ষমতা এর থেকে বেশী বাড়ানো লাভজনক নয়। সপ্তদশ শতাব্দীর ডাচ্ জীববিজ্ঞানীরা অবশ্য 1 mm ব্যাসের কাচের গোলক তৈরী করে ($K \simeq 600D$) সেগুলি দিয়ে দেখতেন। কিন্তু এগুলি দিয়ে কেবলমাত্র অক্ষ বরাবরই দেখা সম্ভব হত। বিবর্ধন ক্ষমতা $30X$ থেকে বাড়ালে লেন্সের ব্যাস কমতে থাকে এবং দৃষ্টির ক্ষেত্র খুবই সীমিত হয়ে পড়ে। চোখকে লেন্সের খুব কাছে আনা যায় না, 10 বা 15 mm দূরে রাখতেই হয়। ফলে এরকম বিবর্ধক দিয়ে দেখতে খুবই অসুবিধা হয়।

বিবর্ধন ক্ষমতা ও দৃষ্টির ক্ষেত্র এ দুটোই অণুবীক্ষণ যন্ত্রে বাড়ানো সম্ভব হয়েছে একটির বদলে দুটি লেন্স তন্ত্রের শ্রেণীবদ্ধ সমবায় নিয়ে (Fig. 8.12)। প্রথম লেন্স তন্ত্রটিকে বলা হয় **অভিলক্ষ্য** (objective)। এটি অভিবিম্ব $PQ$ এর একটি বিবর্ধিত সদ্‌বিম্ব $P'Q'$ তৈরী করে। দ্বিতীয় লেন্স তন্ত্রটি একটি **অভিনেত্র**। অভিনেত্রটি এই প্রাথমিক সদ্‌বিম্বের আরোও বিবর্ধিত একটি অসদ্‌বিম্ব $P''Q''$ তৈরী করে। চোখ এই অসদ্‌বিম্বটি দেখে। চূড়ান্ত প্রতিবিম্বটি চোখের অক্ষিপটে তৈরী হয়। অভিলক্ষটি সবসময়েই অভিসারী, অভিনেত্রটি অভিসারীও হতে পারে, অপসারীও হতে পারে। Fig. 8.12 তে দুটি অংশই অভিসারী নেওয়া হয়েছে।

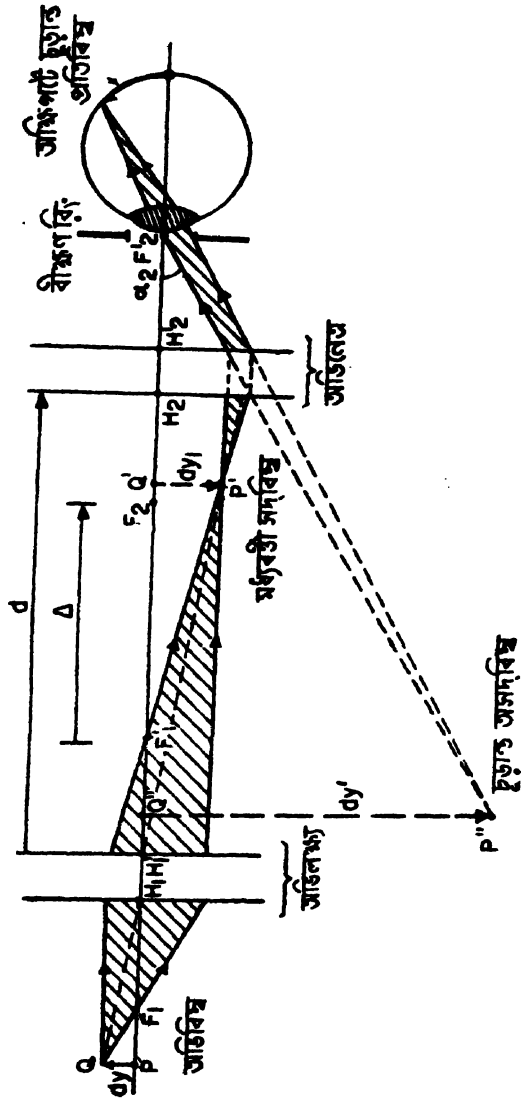



Fig. 8

ধরা যাক, অভিলক্ষ্যের দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস বিন্দু থেকে অভিনেত্রের প্রথম মুখ্য ফোকাস বিন্দু পর্যন্ত দূরত্ব $\overline{F_1'F_2} = \Delta$। অণুবীক্ষণ যন্ত্রে অভিলক্ষ্য ও অভিনেত্রকে একটি ধাতব নলে দৃঢ়সংবদ্ধ ভাবে নিয়ে তাদের মধ্যে দূরত্বকে অপরিবর্তিত রাখা হয় এবং এই সমবায়কে একসঙ্গে উঠিয়ে নামিয়ে অভিবিম্বকে অভিলক্ষ্যের সঠিক দূরত্বে এনে প্রতিবিম্বকে ফোকাস্ করা হয়। $\Delta$ কে আমরা **বীক্ষণ চোঙের দৈর্ঘ্য** (optical tube length) বলব (অনেক বইতে $F_1'Q'$ কে বীক্ষণ চোঙের দৈর্ঘ্য বলা হয়েছে; অণুবীক্ষণ যন্ত্রে $F_1'Q' \simeq F_1'F_2 = \Delta$)। প্রায় সব প্রস্তুতকারকই $\Delta$ কে 160 mm নিয়ে থাকেন।

**অণুবীক্ষণ যন্ত্রের ক্ষমতা $K$ :**

ধরা যাক $\overline{H_1'H_2} = d$ ; অভিলক্ষ্য ও অভিনেত্রের দ্বিতীয় মুখ্য ফোকাস্ দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $f_1'$ ও $f_2'$। অতএব

$$K = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{d}{f_1'f_2'} = \frac{f_1' + f_2' - d}{f_1'f_2'}$$

কিন্তু $d = \overline{H_1'H_2} = \overline{H_1'F_1'} + \overline{F_1'F_2} + \overline{F_2H_2} = f_1' + \Delta - f_2$

$$= f_1' + f_2' + \Delta \quad (\because f_2' = -f_2)$$

$$\therefore \quad f_1' + f_2' - d = -\Delta$$

কাজেই
$$K = -\frac{\Delta}{f_1'f_2'} \tag{8.10}$$

দেখা যাচ্ছে অণুবীক্ষণ যন্ত্রের ক্ষমতা ঋণাত্মক। এখানেই সরল বিবর্ধক বা সরল অণুবীক্ষণের সঙ্গে যৌগিক অণুবীক্ষণের পার্থক্য।

**বিবর্ধন ক্ষমতা $M$ :**

ধরা যাক প্রাথমিক প্রতিবিম্ব অভিনেত্রের প্রথম মুখ্য ফোকাস বিন্দুতে পড়েছে। অর্থাৎ অসদ্‌বিম্ব $P''Q''$ অসীমে অবস্থিত। বিবর্ধন ক্ষমতার সংজ্ঞা থেকে,

$$M = \alpha_2/\alpha_1$$

কিন্তু $\alpha_2 = dy_1/f_2'$ এবং $\alpha_1 = dy/\delta$

$\delta =$ স্পষ্টদর্শনের নিম্নতম দূরত্ব।

অতএব $M = \dfrac{dy_1}{dy} \dfrac{\delta}{f_2'} = -m_1 M_e$

যেখানে $m_1 = \dfrac{dy_1}{dy} =$ অভিলক্ষ্যের জন্য বিবর্ধন

$M_e =$ অভিনেত্রের বিবর্ধন ক্ষমতা $= -\dfrac{\delta}{f_2'}$

যদি $m_1 = -100$ এবং $M_e = 10X$ হয় তবে $M = 1000X$

কিন্তু $\dfrac{dy_1}{dy} = -\dfrac{\Delta}{f_1'}$ [Fig. 8.12 থেকে ]

অতএব $$M = \left(\frac{-\Delta}{f_1'f_2'}\right)\delta = K\delta \qquad (8.11)$$

অর্থাৎ বিবর্ধন ক্ষমতা $M = 1000X$ পেতে গেলে অণুবীক্ষণের ক্ষমতা হওয়া দরকার $-4000$ ডায়প্টার।

**বিশ্লেষণ পারঙ্গমতা ε :**

ধরা যাক, অভিবিম্বের দুটি বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব $dy$। প্রাথমিক প্রতিবিম্বে এই দুটি বিন্দুর জন্য যে দুটি এয়ারির বিন্যাস পাওয়া যাবে তাদের কেন্দ্রের মধ্যে দূরত্ব হবে $m_1dy$। প্রাথমিক প্রতিবিম্ব লোকে এরা তখনই বিশ্লিষ্ট হবে যখন

$m_1dy \geqslant$ এয়ারির বিন্যাসের কেন্দ্রীয় দীপ্তমণ্ডলের ব্যাসার্ধ $\rho_1$

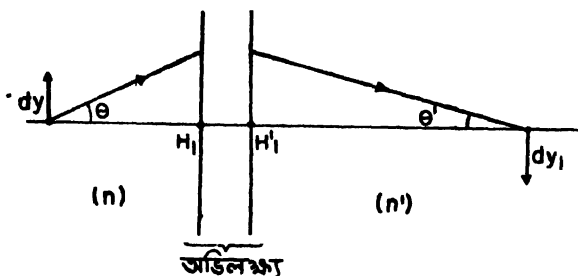



Fig. 8.13

যদি প্রতিবিম্ব লোকে সারণ কোণ $\theta'$ হয় (Fig. 8.13) তবে,

$$\rho_1 = \frac{0.61\lambda}{n'\theta'}$$

কাজেই, $$m_1\, dy_{min} = \frac{0.61\lambda}{n'\theta'} \qquad (8.12)$$

অণুবীক্ষণ যন্ত্রের অভিলক্ষ্য অ্যাপ্লানাটিক তন্ত্র না হলে চলে না (এ বিষয়টি আমরা পরে আলোচনা করছি)। কাজেই অ্যাবের সাইনের সর্তটি অভিলক্ষ্যের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। অর্থাৎ

$$dy\, n \sin\theta = dy_1\, n' \sin\theta' = dy_1 n'\theta'$$

($\theta'$ ছোট কিন্তু $\theta$ যথেষ্ট বড়, প্রায় 60° র কাছে)

$$\therefore \quad n'\theta' = \frac{dy}{dy_1}(n \sin\theta) = \frac{(NA)}{m_1} \qquad (8.13)$$

$(n \sin \theta)$-কে অভিলক্ষ্যের উন্মেষ সংখ্যা (numerical aperture বা $NA$) বলে।

$$m_1\ dy_{min} = \frac{0.61\lambda\ m_1}{(NA)}$$

অথবা, $$dy_{min} = \frac{0.61\lambda}{(NA)} \tag{8.14}$$

উন্মেষ সংখ্যার মান 1.35 এর থেকে বেশী করা কার্যতঃ সম্ভব হয় না। কাজেই $\lambda = 0.55$ মাইক্রন অর্থাৎ বর্ণালীর যে অংশে চোখ সবচেয়ে সুবেদী সেই অংশের জন্য

$$dy_{min} = \frac{0.61 \times 0.55}{1.35} \text{ মাইক্রন} = 0.25 \text{ মাইক্রন}।$$

বিশ্লেষণ সীমা কমাতে গেলে তরঙ্গদৈর্ঘ্য কমাতে হবে আর উন্মেষ সংখ্যা বাড়াতে হবে। উন্মেষ সংখ্যা আর বাড়ানো (অর্থাৎ 1.35 থেকেও) খুব সহজ নয়। অপেক্ষাকৃত ছোট তরঙ্গদৈর্ঘ্যের (যেমন অতি বেগ্‌নী) আলো ব্যবহার করলে দেখা যায় যে বিশ্লেষণসীমা না কমে কার্যতঃ বেড়েই যায়। ইলেকট্রন মাইক্রোস্কোপের কার্যপ্রণালী যৌগিক অণুবীক্ষণের অনুরূপ। এই যন্ত্রে ত্বরান্বিত ইলেকট্রনের **দাব্রয়্‌লি তরঙ্গদৈর্ঘ্য** (De Broglie wavelength) তড়িৎ বিভবের অন্তরের (potential difference) উপর নির্ভরশীল। এই তরঙ্গদৈর্ঘ্য 0.02A° এর মত হতে পারে। এই তরঙ্গদৈর্ঘ্য অতিবেগ্‌নী আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য থেকে অনেক অনেক ছোট। তবে ইলেকট্রন অণুবীক্ষণে (electron microscope) নানা রকম অপেরণ থাকায় কার্যকর উন্মেষ সংখ্যা 0.001 এর মত হয়। কাজেই এক্ষেত্রে বিশ্লেষণ সীমা

$$dy_{min} \simeq \frac{0.61 \times 0.02}{0.001}\ A^\circ = 12A^\circ$$

অর্থাৎ প্রায় $10A^\circ$ থেকে $20A^\circ$ এর মত।

কোন নির্দিষ্ট উন্মেষে (অর্থাৎ নির্দিষ্ট উন্মেষ সংখ্যায়) যে বিশ্লেষণ সীমায় পৌঁছান যায় তাকে দেখতে গেলে ন্যূনতম কতখানি বিবর্ধন ক্ষমতার প্রয়োজন তা সহজেই নির্ণয় করা যায়। যদি চূড়ান্ত প্রতিবিম্ব নিকট বিন্দুতে হয়, তবে

$$\left(\frac{\delta y_{min}}{\delta}\right) M \geqslant \text{ চোখের বিশ্লেষণসীমা } 0.00029 \text{ রেডিয়ান}$$

অর্থাৎ $$M \geqslant \frac{0.00029 \times 25}{0.61\lambda}(NA)$$

$$M \geqslant 1.14\times10^{-2}\frac{(NA)}{\lambda} \qquad (\lambda \text{ cm এ})$$

যখন $(NA)=1.35$, $\lambda=0.55$ মাইক্রন, তখন

$$M_{\min}=\frac{1.14\times10^{-2}\times1.35}{0.55\times10^{-4}}\simeq300$$

বিবর্ধন ক্ষমতা $300X$ হলেই কাজ চলে। কিন্তু এই অবস্থায় চোখ শ্রান্ত হয়ে পড়ে বলে এর থেকে প্রায় 4 বা 5 গুণ বেশী বিবর্ধন ক্ষমতায় কাজ করতে হয়। যৌগিক অণুবীক্ষণে লভ্য সর্বোচ্চ বিবর্ধনক্ষমতা প্রায় $1500X$ এর কাছাকাছি। এর থেকে বেশী বিবর্ধন ক্ষমতায় অভিবিম্বের আরো সূক্ষ্ম খুঁটিনাটি দেখা যায় না।

ধরা যাক, খালি চোখে বিশ্লেষণসীমা $\epsilon_0=\frac{a}{\delta}$

এখানে $a=$ চোখ থেকে $\delta$ দূরে অবস্থিত বিশ্লিষ্ট দুটি বিন্দুর মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব।

বীক্ষণযন্ত্র দিয়ে দেখবার সময় যখন চোখের মণির ব্যাস বীক্ষণ রিংএর সমান সেই অবস্থায় ধরা যাক চোখের বিশ্লেষণসীমা $\epsilon_{\rho}'$। অতএব বীক্ষণযন্ত্রে বিশ্লেষণসীমা $\epsilon=\epsilon_{\rho}'/M$।

সুতরাং বীক্ষণযন্ত্রের বিশ্লেষণ পারঙ্গমতা $\mathcal{E}=\frac{\epsilon_0}{\epsilon}=\frac{a}{\delta}\,\frac{M}{\epsilon_\rho'}=\frac{a}{\epsilon_\rho'}K$

(8.15)

$K$ বাড়াতে গেলে অভিলক্ষ্যের ফোকাস দৈর্ঘ্য কমাতে হয়, কাজেই উন্মেষ বাড়ে। সুতরাং উন্মেষ সংখ্যা বাড়লে বিশ্লেষণ পারঙ্গমতা বৃদ্ধি পায়।

**আলো যেতে দেওয়ার ক্ষমতা $C$ :**

অভিবিম্বের $d\sigma$ অংশ থেকে অণুবীক্ষণের আগম নেত্রে আপতিত আলোকপ্রবাহ

$$dF=\pi Bd\sigma\sin^2\theta$$

যদি বীক্ষণযন্ত্রের বীক্ষণ রিং চোখের মণির সমান হয় এবং $T_0$ ও $T_e$ যথাক্রমে বীক্ষণযন্ত্র ও চোখের সঞ্চলন সূচক হয় তবে অক্ষিপটে প্রতিবিম্বে দীপনমাত্রা

$$E=T_0T_e\frac{dF}{d\sigma_1} \qquad d\sigma_1 \text{ হল অক্ষিপটে } d\sigma\text{র প্রতিবিম্ব।}$$

$$=T_0T_e\,\frac{\pi Bd\sigma}{n^2d\sigma_1}(NA)^2 \qquad (8.16)$$

খালি চোখে দেখলে (অভিবিম্ব চোখ থেকে $\delta$ দূরে, চোখের মণির ব্যাস $\rho_e$) অক্ষিপটে আপতিত আলোকপ্রবহ

$$dF' = T_e . B\, d\sigma\, \pi \rho_e{}^2/\delta^2$$

অতএব এক্ষেত্রে অক্ষিপটে প্রতিবিম্বের ($d\sigma_2$) দীপনমাত্রা

$$E' = \frac{dF'}{d\sigma_2}$$

কাজেই $C = \dfrac{E}{E'} = T_0 T_e \dfrac{\pi B d\sigma (NA)^2}{n^2 d\sigma_1} \Big/ \dfrac{T_e B d\sigma \pi \rho_e{}^2}{\delta^2 d\sigma_2}$

$$= T_0 \frac{(NA)^2 \delta^2}{n^2 \rho_e{}^2 (d\sigma_1/d\sigma_2)} = T_0 \frac{(NA)^2 \delta^2}{n^2 \rho_e{}^2 M^2}$$

কেননা $\dfrac{d\sigma_1}{d\sigma_2} = M^2$

বিবর্ধন ক্ষমতা যত বাড়বে, বীক্ষণ যন্ত্রে আলো যেতে দেওয়ার ক্ষমতাও তত কমবে। সেজন্য কোন অভিবিম্ব দেখতে গেলে, বিশ্লেষণের দৃষ্টিকোণ থেকে যতটুকু বিবর্ধন ক্ষমতার প্রয়োজন তার থেকে অনাবশ্যক ভাবে খুব বেশী বিবর্ধন ক্ষমতার অণুবীক্ষণ ব্যবহার করা যুক্তিযুক্ত নয়।

**অণুবীক্ষণযন্ত্রের অভিলক্ষ্য :**

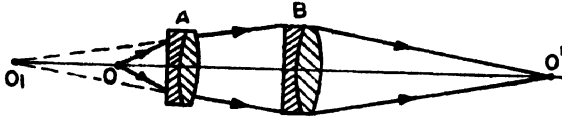
অণুবীক্ষণ যন্ত্রের বিশ্লেষণ ক্ষমতা নির্ভর করে তার অভিলক্ষ্যের উপর আর অভিলক্ষ্যের অভিবিম্ব লোকে কোথায় কিভাবে অভিবিম্বটি রয়েছে তার উপর ( অর্থাৎ $NA$ এর উপর )। কোন অভিলক্ষ্যের সাহায্যে সম্ভাব্য **তাত্ত্বিক বিশ্লেষণ সীমা** (theoretical resolution limit) পেতে গেলে অভিলক্ষ্যে অপেরণের মাত্রা বেশী হলে চলবে না। **বিভিন্ন অপেরণকে র‍্যালের সীমার মধ্যে রাখতে হবে।**

বিষমদৃষ্টি ও বক্রতা দূর করা সাধারণতঃ সম্ভব হয় না। ফলে দৃষ্টির ক্ষেত্র অক্ষের বাইরে কয়েক ডিগ্রির মধ্যে সীমাবদ্ধ রাখতে হয়। এজন্য বিশেষ অসুবিধে হয় না, কেননা অভিবিম্বকে সরিয়ে সবসময়েই অক্ষের উপর এনে ফেলা যায়। বিশ্লেষণ পারঙ্গমতা বা আলো যেতে দেওয়ার ক্ষমতা বাড়াতে গেলে উন্মেষ সংখ্যা বাড়াতে হয়। উন্মেষ বাড়ালে ঐ দৃষ্টির ক্ষেত্রের মধ্যে যে দুটি অপেরণ উল্লেখযোগ্য হয়ে ওঠে তারা হল গোলাপেরণ ও কোমা। উচ্চক্ষমতাসম্পন্ন অভিলক্ষ্যে গোলাপেরণ অনেকাংশে সংশোধন করলে চলে না, পুরোপুরি দূর করতে হয়। কোমা দূরীকরণের জন্য অ্যাবের সাইনের সর্তটিও সিদ্ধ হওয়া প্রয়োজন। **সেজন্য উচ্চক্ষমতা সম্পন্ন অভিলক্ষ্য**

অ্যাপ্লানাটিক না হলে চলে না। আমরা এখানে কয়েকটি প্রচলিত অভিলক্ষ্যের সংক্ষিপ্ত আলোচনা করব।

(a) যখন $(NA)<0.15$

এক্ষেত্রে লিস্টার (Lister) এর অভিলক্ষ্য ব্যবহার করা হয়ে থাকে। এই অভিলক্ষ্য একটি অবার্ণ সংলগ্ন সমবায় (Fig. 8.14a)। এতে গোলাপেরণও সংশোধন করা হয়। এই লেন্সের ফোকাস্ বিন্দুর দুই পাশে অবস্থিত এক জোড়া বিন্দু তাদের প্রত্যেকটির নিজস্ব অনুবন্ধী বিন্দুর সাপেক্ষে আদর্শ।* এই বিন্দুদ্বয়ের একটির অনুবন্ধী সদ্ ও অপরটির অনুবন্ধী অসদ্। যে বিন্দুটির

(a) লিস্টার অভিলক্ষ্য

(b) দুটি লিস্টার লেন্সের শ্রেণীবদ্ধ সমবায়

(c) অ্যামিসি অভিলক্ষ্য

(d) সংশোধিত অ্যামিসি অভিলক্ষ্য

Fig. 8.14

অনুবন্ধী সদ্, সেই বিন্দুতে অভিবিম্ব রাখা হয়। অভিলক্ষ্যের ফোকাস দৈর্ঘ্য 25 mm এর বেশী হলে এ ধরণের অভিলক্ষ্য ব্যবহার করা হয়।

*লিস্টার এর সূত্র, Instrumental optics by Boutry, পৃষ্ঠা 145—146 দ্রষ্টব্য।

(b) যখন $(NA) < 0.3$

এক্ষেত্রে দুটি লিষ্টার যুগ্মের শ্রেণীবদ্ধ সমবায় ব্যবহার করা হয় (Fig. 8.14b)। লেন্স দুটি এমন ব্যবধানে রাখা হয় যাতে প্রথম লেন্সের অসদ্ অনুবন্ধী বিন্দু $O_1$, দ্বিতীয় লেন্সের একটি আদর্শ বিন্দু হয় এবং দ্বিতীয় লেন্সের জন্য $O_1$ এর অনুবন্ধী $O'$ বিন্দুটি সদ্। অভিবিম্ব রাখা হয় $O$ বিন্দুতে। 16 mm থেকে 25 mm ফোকাস দৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে এই অভিলক্ষ্য ব্যবহৃত হয়।

(*c*) **যখন $0.3 < (NA) < 0.75$**

উন্মেষ সংখ্যা 0.3র বেশী হলে উপরোক্ত দুধরণের অভিলক্ষ্যে কাজ চলে না। অ্যামিসির (Amici) অভিলক্ষ্যে প্রথম লেন্সটি একটি অভিসারী অ্যাপ্লানাটিক মেনিস্কাস্ লেন্স। প্রথম লেন্সের পরে একাধিক অ্যাপ্লানাটিক মেনিস্কাস্ লেন্স ব্যবহার করে $(NA)$ কে 0.3র নীচে নামিয়ে আনবার পর এক বা একাধিক লিষ্টার এর লেন্স ব্যবহার করে সারণ কোণের প্রয়োজনীয় পরিবর্তন ঘটানো হয় (Fig. 8.14*c*)। অ্যামিসির এই অভিলক্ষ্য নির্মাণ ও ব্যবহারে অনেক অসুবিধার সম্মুখীন হতে হয়। সেজন্য এটাতে কিছু সংশোধন করা হয়েছে। সংশোধিত অ্যামিসি অভিলক্ষ্যে (Fig. 8.14*d*) প্রথম লেন্সটি একটি সমতল উত্তল লেন্স। এই লেন্সের সমতল তলের সামনে কোন বিন্দু $O$ এর ক্ষেত্রে এই সমতলে প্রতিসরণের জন্য অনুবন্ধী বিন্দু $O'$। এই $O'$ বিন্দুটি যদি গোলীয় তলের অ্যাপ্লানাটিক বিন্দু হয় তবে $O$ বিন্দুর জন্য এই সমতল উত্তল লেন্সে অ্যাবের সাইনের সর্তটি সিদ্ধ যদিও লেন্সটি অ্যাপ্লানাটিক নয়। $O$ বিন্দুতে অভিবিম্ব রাখলে প্রতিবিম্বে কোমা থাকবে না তবে গোলাপেরণ থাকবে। এই লেন্সে সারণ কোণের যথেষ্ট পরিবর্তন হয় ফলে এর পরে কোন মেনিস্কাস্ লেন্স ব্যবহার করতে হয় না। গোলাপেরণ ও বর্ণাপেরণ দূর করা হয় কয়েকটি অতি সংশোধিত লিষ্টার লেন্স পরপর ব্যবহার করে। 4 mm ফোকাস দৈর্ঘ্য পর্যন্ত এই সংশোধিত অ্যামিসি অভিলক্ষ্য ব্যবহার করা হয়।

(*d*) **সমসত্ত্ব নিমজ্জন অভিলক্ষ্য** (homogeneous immersion objective)

অ্যামিসি ধরণের শুষ্ক অভিলক্ষ্যে (dry objective) উন্মেষ $\sin^{-1} 0.75$ এর বেশী করা সম্ভব নয়। অভিলক্ষ্যের ধরণটি মোটামুটি একই রেখে সমসত্ত্ব নিমজ্জনের পদ্ধতিতে উন্মেষ বাড়ানো যায়। এই পদ্ধতিতে অভিবিম্বকে ও প্রথম লেন্সের সামনের তলকে এমন একটি সমসত্ত্ব তরলে নিমজ্জিত করা হয়

যার গড় প্রতিসরাঙ্ক ও বিচ্ছুরণক্ষমতা প্রথম লেন্সের মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক ও বিচ্ছুরণ ক্ষমতার সমান। সাধারণতঃ সেডার গাছের তেল (cedar wood oil) ব্যবহার করা হয় ($n_D = 1.515$)। এই তেল **নিমজ্জন তেল** (immersion oil) নামে পরিচিত। Fig. 8.15 এ একটি সমসত্ত্ব নিমজ্জন অভিলক্ষ্য দেখানো হয়েছে। নিমজ্জন তেল ব্যবহার করবার ফলে সমতল উত্তল লেন্সের প্রথম তলে আর প্রতিসরণ হবে না। অভিবিম্বকে গোলীয় তলের একটি অ্যাপ্লানাটিক বিন্দুতে রাখলে আলো অনুবন্ধী অ্যাপ্লানাটিক বিন্দু $O'$ থেকে আসছে বলে মনে হবে। সারণ কোণের পরিবর্তন ঘটাবার জন্য এক্ষেত্রে আর একটি অভিসারী অ্যাপ্লানাটিক মেনিসকাস্ লেন্স $L_2$ ব্যবহার করার প্রয়োজন হয়। $O'$ এই লেন্সের একটি অ্যাপ্লানাটিক বিন্দু হলে এই লেন্স হতে নির্গত রশ্মি অপর অ্যাপ্লানাটিক বিন্দু $O''$ থেকে অপসৃত হচ্ছে বলে মনে হবে। $O''$ এ $O$ এর যে অসদ্বিম্ব হয়েছে তা গোলাপেরণ ও কোমা হতে মুক্ত। এক্ষেত্রে $\theta$ যদি $\sin^{-1} 0.30$ থেকে কম হয় তবে একাধিক লিষ্টার এর লেন্স

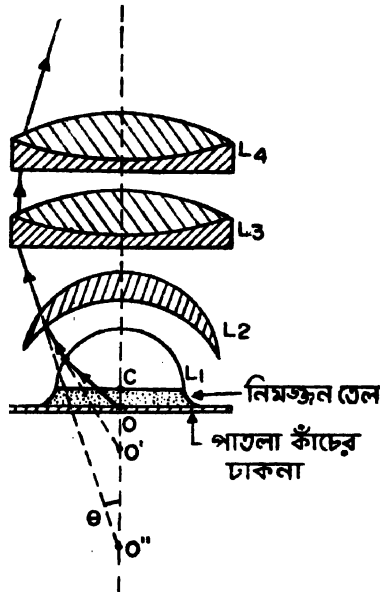



Fig. 8.15

যোগ করে ( $L_3$, $L_4$ ইত্যাদি ) বর্ণাপেরণ ইত্যাদি দূর করা হয় এবং প্রয়োজনীয় ক্ষমতা যোগ করা হয়। নিমজ্জন তেল ব্যবহার করবার ফলে অনুলম্ব বর্ণাপেরণ দেখা দেয়। অভিলক্ষ্যে এই বর্ণাপেরণ দূর করা সম্ভব

হয় না। সেজন্য সমসত্ত্ব নিমজ্জন অভিলক্ষ্য ব্যবহার করলে সঙ্গে সঙ্গে **সংশোধক অভিনেত্র** (compensating eyepiece) ব্যবহার করতে হয়।

অভিলক্ষ্যে যে চিহ্নের অনুলম্ব বর্ণাপেরণ হয় সংশোধক অভিনেত্রে সমপরিমাণ বিপরীত চিহ্নের বর্ণাপেরণ ঢুকিয়ে চূড়ান্ত প্রতিবিম্বকে বর্ণাপেরণ মুক্ত করা হয়। এই অভিলক্ষ্যে উন্মেষ সংখ্যা 1.10 পর্যন্ত করা সম্ভব। প্রথম ও দ্বিতীয় লেন্স দুটি ($L_1$ ও $L_2$) ফ্লোরাইটের (Fluorite) হলে উন্মেষ সংখ্যা 1.30 পর্যন্ত করা সম্ভব। $L_3$, $L_4$ ইত্যাদি লেন্সগুলিকে লিস্টার এর যুগ্ম লেন্স না নিয়ে প্রত্যেকটিকে যদি 3টি লেন্সের সংলগ্ন সমবায়ে প্রস্তুত অতি-অবার্ণ (apochromats) লেন্স নেওয়া হয় তবে উন্মেষ সংখ্যা 1.40 পর্যন্ত বাড়ানো যায়। এ ধরণের অভিলক্ষ্যে কোমা ও গোলাপেরণ নেই। গৌণ বর্ণালীও নগণ্য। এরকম অতি-অবার্ণ সমসত্ত্ব নিমজ্জন অভিলক্ষ্যগুলি **অ্যাবে অভিলক্ষ্য** (Abbe objective) নামে পরিচিত। বর্ণাপেরণমুক্ত অভিলক্ষ্য নির্মাণ করবার আর একটি বিকল্প পদ্ধতি আছে। **প্রতিক্ষিপ্ত অভিলক্ষ্যে** (reflecting obective) দুটি দর্পণ ব্যবহার করা হয়, একটি অবতল ও অপরটি উত্তল (Fig. 8.16)। এভাবে উন্মেষ সংখ্যা 0.7 পর্যন্ত পাওয়া সম্ভব। এরকম উন্মেষে অপেরণ দূর করতে গেলে অবতল

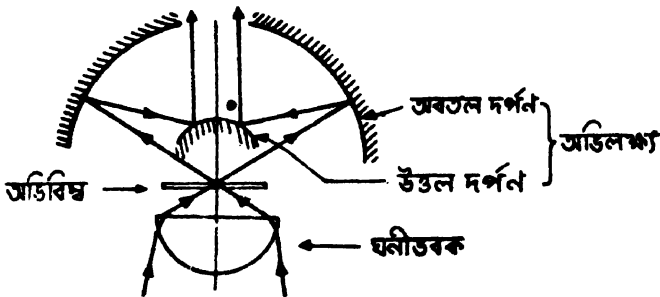



Fig. 8.16 প্রতিক্ষিপ্ত অভিলক্ষ্য

দর্পণটিকে অবগোলীয় (aspherical) আকার দিতে হয়। এটা খুবই কষ্টসাধ্য ও কঠিন কাজ। কাজেই নানারকম সদ্‌গুণ থাকা সত্ত্বেও খুব কম সংখ্যক এরকম অভিলক্ষ্য এ পর্যন্ত তৈরী হয়েছে।

**অণুবীক্ষণ যন্ত্রে অভিবিম্বকে আলোকিত করার পদ্ধতি (methods of illuminating the object)**

অণুবীক্ষণ যন্ত্রে যে সমস্ত জিনিষ দেখা হয় তারা বেশীর ভাগ ক্ষেত্রেই স্বয়ংপ্রভ (self-luminous) নয়। সাধারণভাবে এই সমস্ত অভিবিম্ব থেকে

যে পরিমাণ আলো নির্গত হয় তা খুবই কম। অণুবীক্ষণ যন্ত্র দিয়ে দেখলে প্রতিবিম্বে আলোর পরিমাণ $\frac{1}{M^2}$ এর অনুপাতে কমে যায়। সুতরাং বিবর্ধন-ক্ষমতা বেশী হলে প্রতিবিম্বে আলোর পরিমাণ দেখার পক্ষে অপ্রচুর হয়ে পড়ে। সেজন্য অণুবীক্ষণ যন্ত্রে অভিবিম্বকে ঘনীভবকের (condenser)

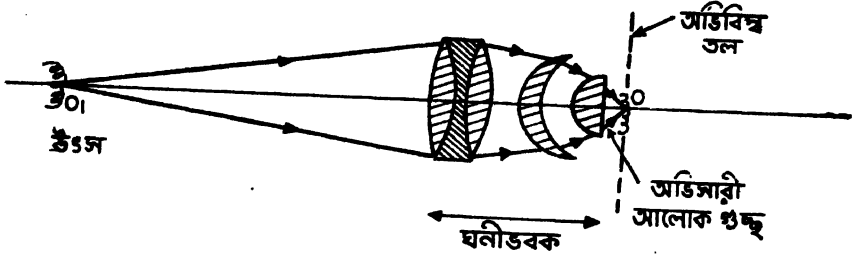



Fig. 8.17 অতি-অবার্ণ ঘনীভবক।

সাহায্যে বিশেষভাবে আলোকিত করবার ব্যবস্থা থাকে। এখানে আমরা কেবলমাত্র অসম্বদ্ধ (incoherent) আলো দিয়ে আলোকিত করার কথা বিবেচনা করব।

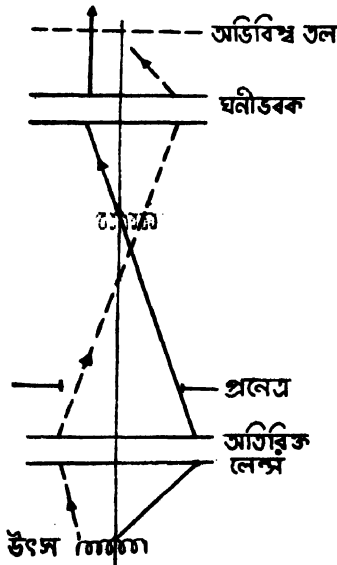



Fig. 8.18. কোহেলারের আলোকন পদ্ধতি।

ঘনীভবকে থাকে এক বা একাধিক অভিসারী লেন্স। অনেকটা অভিলক্ষ্যের মত। তবে অভিলক্ষ্যে যে ক্রমে (order) লেন্সগুলি রাখা হয়, ঘনীভবকে তাদের নেওয়া হয় বিপরীত ক্রমে, কেননা, এখানে উদ্দেশ্য হল খুব অভিসারী একটি আলোকগুচ্ছ পাওয়া (Fig. 8.17)।

সংকট আলোকন পদ্ধতিতে (method of critical illumination) আলোক উৎসের একটি ঘনীভূত প্রতিবিম্ব অভিবিম্ব তলে অভিবিম্বের উপর ফেলা হয়। এই পদ্ধতির দোষ হল অভিবিম্বের খুঁটিনাটির সঙ্গে সঙ্গে উৎসের চেহারাও দেখা যায়। কোহেলারের পদ্ধতিতে (Köhler's method) অতিরিক্ত একটি লেন্সের সাহায্যে উৎসের একটি প্রতিবিম্ব ঘনীভবকের প্রথম মুখ্য ফোকাস তলে ফেলা হয়। ফলে এই প্রাথমিক প্রতিবিম্বের প্রতিটি বিন্দু থেকে একটি সমান্তরাল আলোকগুচ্ছ অভিবিম্বের মধ্য দিয়ে যায় (Fig. 8.18)।

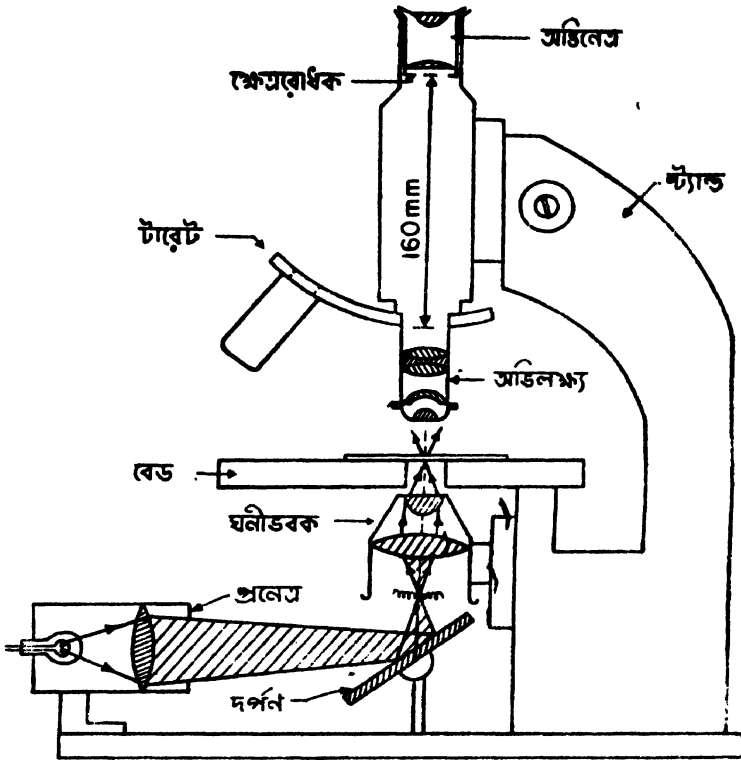



Fig. 8.19 একটি যৌগিক অণুবীক্ষণ (সরলীকৃত চিত্র)।

এক্ষেত্রে অভিবিম্বটি অনেক সুষমভাবে (uniformly) আলোকিত হয়। Fig. 8.19-এ একটি যৌগিক অণুবীক্ষণের সম্পূর্ণ চিত্র (সরলীকৃত) দেওয়া হল :

কোন অভিবিম্বের খুঁটিনাটি কতটুকু সূক্ষ্ম তার উপরেই নির্ভর করে কি রকম বিবর্ধন ক্ষমতায় সেটা সবচেয়ে ভালো দেখা যাবে। সেজন্য সব অণুবীক্ষণ যন্ত্রেই একাধিক অভিলক্ষ্য (সাধারণতঃ তিনটি) একটি টারেটে

(Turret) লাগানো থাকে। টারেট ঘুরিয়ে এদের মধ্যে যে কোনটিকে বীক্ষণ অক্ষের সঙ্গে সম-অক্ষ করা যায়। সাধারণতঃ এই অভিলক্ষ্যগুলির একটি স্বল্প ক্ষমতার (low power), একটি মধ্য ক্ষমতার (medium power) ও একটি উচ্চ ক্ষমতার (high power) হয়। প্রচলিত অভিনেত্রগুলির যে কোন ধরণের একটিকে ব্যবহার করা যায়। তবে যখন অভিলক্ষ্যে কিছু অপেরণ অবশিষ্ট থাকে তখন ঐ অভিলক্ষ্যের জন্য বিশেষভাবে প্রস্তুত সংশোধক অভিনেত্র ব্যবহার করতে হয়।

### 8.4 দূরবীক্ষণ (telescopes) :

দূরের জিনিষ দেখার জন্য দূরবীক্ষণ। দূরবীক্ষণেও দুটি অংশ। একটি অভিলক্ষ্য, অপরটি অভিনেত্র। অভিলক্ষ্যটি অভিবিম্বের একটি সদ্ বিম্ব তৈরী করে। আর অভিনেত্র এই মধ্যবর্তী সদ্ বিম্বের একটি বিবর্ধিত অসদ্ বিম্ব চোখের সামনে উপস্থাপিত করে যেটাকে চোখ দেখে। **দূরবীক্ষণ মূলতঃ ফোকাস্ বিহীন তন্ত্র।** কিন্তু কার্যতঃ দূরবীক্ষণের ক্ষমতা পরিবর্তন করার কিছু ব্যবস্থা থাকেই। চোখে দোষ থাকলে বা কাছের জিনিষ দেখতে গেলে এর প্রয়োজন হয়। দূরবীক্ষণ মূলতঃ তিন রকমের, (ক) প্রতিসারক দূরবীক্ষণ যাদের অভিলক্ষ্য হচ্ছে প্রতিসারক লেন্স, (খ) প্রতিক্ষিপ্ত দূরবীক্ষণ যাদের অভিলক্ষ্য প্রতিফলক দর্পণ, এবং (গ) এদের মাঝামাঝি, লেন্স ও দর্পণের সমন্বয়ে তৈরী অভিলক্ষ্য, যেমন স্মিট্ (schmidt) এর ক্যামেরা।

#### 8.4.1 প্রতিসারক দূরবীক্ষণ : নভোবীক্ষণ (astronomical telescopes)

Fig. 8.20-তে একটি প্রতিসারক দূরবীক্ষণ দেখানো হয়েছে। অভিলক্ষ্য ও অভিনেত্র দুটিই অভিসারী। অভিনেত্রটিকে আগে পিছে সরিয়ে অভিলক্ষ্য থেকে তার দূরত্ব কম বেশী করা যায়। এভাবে অভিনেত্রকে সরিয়ে প্রাথমিক প্রতিবিম্বকে ফোকাস করা হয়। চূড়ান্ত প্রতিবিম্বকে চোখের নিকট বিন্দু থেকে দূর বিন্দু পর্যন্ত যে কোন জায়গায় রাখা যায়। ধরা যাক, অভিলক্ষ্য ও অভিনেত্রের মধ্যে দূরত্ব $H_1'H_2=L$ এবং এদের ফোকাস দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $F$ ও $f$। যতক্ষণ $L<(F+f)$ ততক্ষণ প্রতিবিম্ব সসীম দূরত্বে অবস্থিত ও অসদ্। যখন $L>(F+f)$ তখন প্রতিবিম্ব সদ্ ও সসীম দূরত্বে অবস্থিত। যখন $L=F+f$ তখন প্রতিবিম্ব অসীমে এবং দূরবীক্ষণটি ফোকাস বিহীন।

**বিবর্ধন ক্ষমতা :** § 7.3-তে আমরা দেখেছি যে দূরবীক্ষণটি ফোকাস বিহীন অবস্থায় ব্যবহার করলে, বিবর্ধন ক্ষমতা

$M_0 = \frac{1}{\Gamma_0}$ যেখানে $\Gamma_0$ হল এই অবস্থায় নেত্র বিবর্ধন।

$= \frac{\text{আগম নেত্রের ব্যাস}}{\text{নির্গম নেত্র বা বীক্ষণ রিং এর ব্যাস}}$

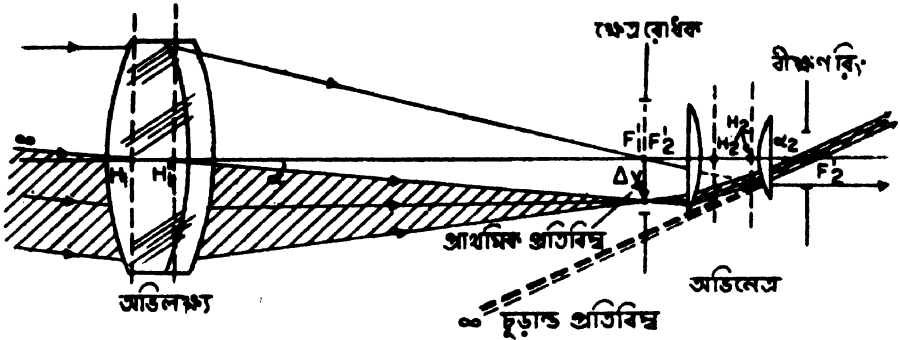



Fig. 8.20

দূরবীক্ষণে অভিলক্ষ্যই সাধারণতঃ আগম নেত্র। অভিনেত্রের পিছনে পর্দা রেখে সেটাকে আগে পিছে সরিয়ে অভিনেত্রের জন্য অভিলক্ষ্যের প্রতিবিম্বটি পর্দায় ফোকাস করা হলে যে আলোর চাকতিটি পাওয়া যায় তার ব্যাস হল বীক্ষণ রিং এর ব্যাস। এভাবে ফোকাস বিহীন অবস্থায় দূরবীক্ষণের বিবর্ধন ক্ষমতা নির্ণয় করা যায়।

$M = \alpha_2/\alpha_1$, বিবর্ধন ক্ষমতার এই সংজ্ঞা প্রয়োগ করে বিভিন্ন অবস্থায় বিবর্ধন ক্ষমতা কি রকম হয় দেখা যাক।

(*a*) **অভিবিম্ব অসীমে, প্রতিবিম্ব অসীমে** বা অসীম দূরত্বে ফোকাসিং **(focussing for infinity)**

অভিলক্ষ্যের জন্য প্রাথমিক প্রতিবিম্ব $\Delta y = \alpha_1 F$ বা $\alpha_1 = \frac{\Delta y}{F}$

এবং $\alpha_2 = \frac{\Delta y}{-f}$ (Fig. 8.20)

$$\therefore \quad M = \alpha_2/\alpha_1 = \frac{-\Delta y}{f} \Big/ \frac{\Delta y}{F} = -\frac{F}{f} \qquad (8.18)$$

**(b) অভিবিম্ব অসীমে, প্রতিবিম্ব নিকট বিন্দুতে, বা স্পষ্ট দর্শন ফোকাসিং (focussing for distinct vision)**

ধরা যাক, প্রতিবিম্বকে অসীমে ফোকাস না করে রাখা হল চোখ থেকে $d$ দূরত্বে (Fig. 8.21)। এবার প্রাথমিক প্রতিবিম্ব পড়বে অভিনেত্রের প্রথম মুখ্য ফোকাস বিন্দুর ভিতরে : অর্থাৎ, $L<(F+f)$। $\alpha_1$ একই থাকবে, অর্থাৎ

$$\alpha_1 = \Delta y/F$$

$\alpha_2$ পাল্টেছে ; $\alpha_2 = \Delta y'/d$ কিন্তু $\frac{\Delta y'}{\Delta y} = \frac{v}{u}$

$$\text{অতএব} \quad \alpha_2 = \frac{\Delta y}{d} \frac{v}{u}$$

Fig. 8.21 থেকে, $a + d = v$

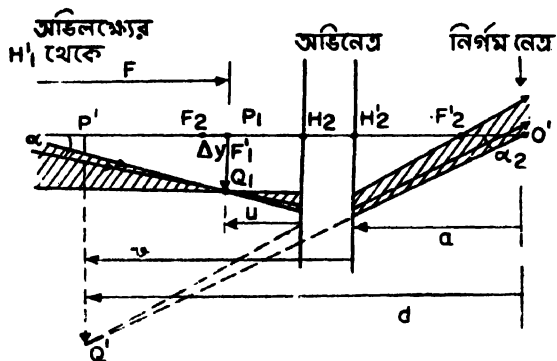



Fig. 8.21

এখানে $a$ = নির্গম নেত্র থেকে অভিনেত্রের দ্বিতীয় মুখ্য তলের দূরত্ব এবং $d$ = নিগম নেত্র থেকে চূড়ান্ত প্রতিবিম্বের দূরত্ব। চোখ নির্গম নেত্রে অবস্থিত।

$$\frac{1}{u} = \frac{1}{v} - \frac{1}{f} = \frac{f-v}{vf} \quad \text{অর্থাৎ} \quad \frac{v}{u} = \frac{f-v}{f}$$

$$\text{কাজেই} \quad \alpha_2 = \frac{\Delta y}{f} \cdot \frac{f-a-d}{d} = -\frac{\Delta y}{f}\left[1 + \frac{a-f}{d}\right]$$

$$\text{অতএব} \quad M = -\frac{F}{f}\left[1 + \frac{a-f}{d}\right] \tag{8.19}$$

অসীম দূরত্বে ফোকাসিং এর থেকে এক্ষেত্রে বিবর্ধন ক্ষমতা একটু বেশী। ঋণাত্মক চিহ্নটি বোঝাচ্ছে যে প্রতিবিম্বটি উপর নীচে এবং পাশাপাশি উল্টে গিয়েছে।

**বিশ্লেষণ ক্ষমতা :** এখানে অভিলক্ষ্যই আগম নেত্র। ধরা যাক $D$ অভিলক্ষ্যের ব্যাস। তাহলে বিশ্লেষণ সীমা $\epsilon' = \frac{1.22\,\lambda}{2\rho} = \frac{1.22\,\lambda}{D}$। বিশ্লেষণ সীমা অভিলক্ষ্যের ব্যাসের উপরই একমাত্র নির্ভর করে। সেজন্যই নভোবীক্ষণে অভিলক্ষ্যের ব্যাস বড় করার দিকে এত গুরুত্ব দেওয়া হয়। কোন অভিলক্ষ্যের বিশ্লেষণ সীমা কত হবে তা মনে রাখবার সহজ সূত্র হল : 5-কে অভিলক্ষ্যের ব্যাস ( ইঞ্চিতে ) দিয়ে ভাগ করলে বিশ্লেষণ সীমা পাওয়া যাবে কোণের সেকেণ্ডের এককে।

বিবর্ধন ক্ষমতা ন্যূনতম কত হলে এই বিশ্লেষণ ক্ষমতার সদ্ব্যবহার করা যাবে ? চোখের বিশ্লেষণ সীমা $\epsilon = 0.00029$ রেডিয়ান। কাজেই

$$M\epsilon' \geqslant 0.00029$$

অতএব $$M \geqslant \frac{0.00024D}{\lambda} \qquad (8.20)$$

$\lambda = 0.55$ মাইক্রন হলে, $M_{\text{min}} = 4.36D$। স্বচ্ছন্দে দেখার জন্য এর প্রায় পাঁচগুণ বিবর্ধন ক্ষমতায় কাজ করতে হয়। সুতরাং মোটামুটিভাবে $M \simeq 20D$ মনে রাখলেই হল।

পৃথিবীর বৃহৎ প্রতিসারক নভোবীক্ষণগুলির মধ্যে

ইয়ার্কস্ মানমন্দিরে (Yerkes observatory) অভিলক্ষ্যের $D = 102$ cm এবং $F = 19$ মিটার এবং লিক্ মানমন্দিরে (Lick observatory) $D = 91$ cm এবং $F = 18$ মিটার। ইয়ার্কস্ মানমন্দিরের দূরবীক্ষণটির ক্ষেত্রে, $M = 20 \times 102 = 2040$ এতে কাজ করা উচিত। $F = 1900$ cm কাজেই $f \simeq 1$ cm এর মত। অর্থাৎ অভিনেত্রের বিবর্ধনক্ষমতা $25X$ এর মত নিলে এই যন্ত্রে যে সব খুঁটিনাটি বিশ্লিষ্ট হওয়া সম্ভব তাদের চোখে স্বচ্ছন্দে দেখা যাবে।

**অভিলক্ষ্য :** নভোবীক্ষণের অভিলক্ষ্য যতদূর সম্ভব বড় হওয়া প্রয়োজন। এর ফলে বেশী আলো সংগৃহীত হবে, প্রতিবিম্বে মোট আলোর পরিমাণ বাড়বে ; বিশ্লেষণ ক্ষমতাও বেশী হবে। বিবর্ধনক্ষমতা $M = -F/f$ বেশী হতে গেলে অভিলক্ষ্যের ফোকাস দৈর্ঘ্য বড় হওয়া প্রয়োজন। কাজেই দৃষ্টির ক্ষেত্র খুবই কম, প্রায় $3°$ র মধ্যে সীমাবদ্ধ। প্রতিসারক অভিলক্ষ্যটি একটি অভিসারী লেন্স। দৃষ্টির ক্ষেত্র সীমিত বলে লেন্সে গোলাপেরণ, কোমা ও অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ দূর করলেই হবে। § 5.3 তে আমরা দেখেছি যে, যুগ্ম লেন্সে তা করা সম্ভব। কয়েক ইঞ্চি ব্যাস পর্যন্ত অভিলক্ষ্যে, যুগ্ম লেন্সটিতে

দুটি লেন্সকে মশলা দিয়ে জোড়া হয় অর্থাৎ এটি একটি সংস্পর্শ যুগ্ম। 6 ইঞ্চির উপর ব্যাসের ক্ষেত্রে মশলা দিয়ে জোড়া দেওয়াটা যুক্তিযুক্ত নয় কেননা দুটি কাঁচের প্রসারণমাত্রা সমান না হওয়ায় তাপের তারতম্য ঘটলে এই জোড় স্থায়ী হয় না। সুতরাং এক্ষেত্রে লেন্সটি সংলগ্ন যুগ্ম তবে সংস্পর্শ যুগ্ম নয়। ব্যাস যত বড় হবে লেন্সও তত পুরু করতে হবে। নাহলে, নিজের ওজনেই লেন্সটি বেঁকে যাবে। ন্যূনতম বেধ হল $D/6$ অর্থাৎ 24 ইঞ্চি ব্যাসের লেন্সের বেধ কম করে 4 ইঞ্চি হতে হবে। কাজেই যত বড় লেন্স হবে তত বেশী কাঁচ লাগবে। উন্নত মানের, সমসত্ত্ব (homogeneous) কাঁচের খুব বড় টুকরো বানানো যথেষ্ট কষ্টসাধ্য ব্যাপার। সেজন্য প্রায় 1 মিটার ব্যাসের চেয়ে বড় প্রতিসারক অভিলক্ষ্য বানানো সম্ভব হয় নি।

গোলীয় তলবুক্ত লেন্সে কিছু অপেরণ রয়েই যায়। অপেরণের অবশিষ্টাংশ (residual aberrations) থাকার দরুণ নির্গত তরঙ্গফ্রন্টটি গোলীয় হয় না (Fig. 8.22)। এই দোষ সংশোধন করবার জন্য লেন্সের কোন একটি তলের আকার গোলীয় না করে এমন করা হয় যাতে নির্গত তরঙ্গফ্রন্টটি গোলীয় হয়। যদি লেন্সের অক্ষ থেকে $h$ দূরে তরঙ্গফ্রন্ট অপেরণ $W_h(Ab)$ হয় তবে লেন্সটির ঐ জায়গায় $W_h(Ab)/(n-1)$ পুরু অতিরিক্ত কাঁচ লাগালে, তরঙ্গ-ফ্রন্টের $W_h(Ab)$ অপেরণ সংশোধিত হবে। লেন্সের তলের এই বিশেষ আকারটি দেওয়া হয় হাতে ঘষে। পদ্ধতিটিকে বলে **অবগোলীয়করণ** (aspherizing বা figuring)। এই পদ্ধতিতে যথেষ্ট সময়, শ্রম ও ধৈর্য লাগে। সেজন্য খুব বড় ব্যাসের প্রতিসারক দূরবীক্ষণের সংখ্যা নগণ্য।

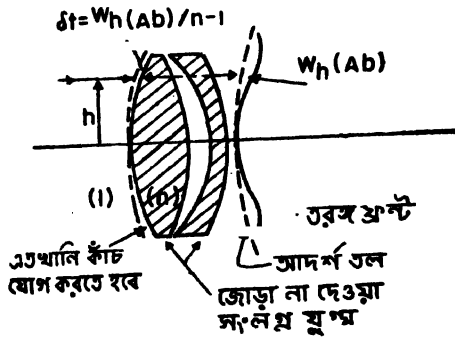



Fig. 8.22

**অভিনেত্র:** নভোবীক্ষণে সাধারণতঃ ধনাত্মক ক্ষমতার অভিনেত্র ব্যবহার করা হয়। প্রচলিত অভিনেত্রগুলির মধ্যে যে কোন একটি ব্যবহার করা যায় তবে বেশী বিবর্ধন ক্ষমতার প্রয়োজন হলে অর্থস্কোপিক অভিনেত্র ব্যবহার

করাই যুক্তিযুক্ত। প্রচলিত অভিসারী অভিনেত্র ব্যবহার করলে চূড়ান্ত প্রতিবিম্ব অবশীর্ষ হয়। এ ধরণের দূরবীক্ষণ দিয়ে আকাশের তারা ইত্যাদি দেখতে কোন অসুবিধে হয় না। ফোকাস বিহীন বা প্রায় ফোকাসবিহীন তন্ত্র হিসাবে এদের ব্যবহার করা হলে এদের বলা হয় নভোবীক্ষণ (astronomical telescopes)। পৃথিবীর উপরে দূরের দৃশ্য, প্রাণী ইত্যাদি দেখতে গেলে চূড়ান্ত প্রতিবিম্ব অবশীর্ষ হলে চলে না। এজন্য অভিনেত্রটি এমন নিতে হয় যাতে চূড়ান্ত প্রতিবিম্ব সমশীর্ষ হয়। এ ধরণের দূরবীক্ষণকে ভূবীক্ষণ (terrestrial telescopes) বলে।

### 8.4.2 ভূবীক্ষণ

(*a*) নভোবীক্ষণের অভিলক্ষ্য ও অভিনেত্রের মাঝখানে একটি উপযুক্ত লেন্স সমবায় বসিয়ে চূড়ান্ত প্রতিবিম্ব সমশীর্ষ করা যায়। সমশীর্ষকটি (erecting system) দুটি লেন্সের সমবায় (Fig. 8.23)। এই সমবায়ের

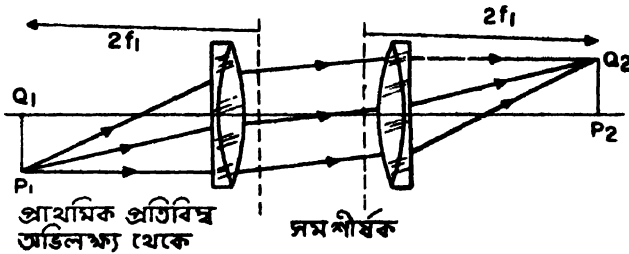



Fig. 8.23

প্রথম মুখ্য তল থেকে $-2f_1$ ($f_1$ সমবায়ের ফোকাস দৈর্ঘ্য) দূরে প্রাথমিক প্রতিবিম্বটি (অবশীর্ষ) রাখলে, দ্বিতীয় মুখ্য তল থেকে $2f_1$ দূরে একটি সমশীর্ষ সদ্ প্রতিবিম্ব সৃষ্ট হবে। এই প্রতিবিম্বকে অভিনেত্রের সাহায্যে দেখলে চূড়ান্ত প্রতিবিম্ব সমশীর্ষ হবে।

**প্রশ্ন ঃ** দুটিই অভিসারী অথবা দুটিই অপসারী অপটিক্যাল তন্ত্রের শ্রেণীবদ্ধ প্রতিসম সমবায়ের ক্ষেত্রে চূড়ান্ত প্রতিবিম্ব অবশীর্ষ হবে এবং একটি অভিসারী ও অন্যটি অপসারী এমন দুটি অপটিক্যাল তন্ত্রের শ্রেণীবদ্ধ প্রতিসম সমবায়ের ক্ষেত্রে চূড়ান্ত প্রতিবিম্ব সমশীর্ষ হবে, অপটিক্যাল তন্ত্র দুটি যে ক্রমেই (order) রাখা হোক না কেন। ( ম্যাক্সওয়েল )। প্রমাণ কর।

(b) **গ্যালিলিয় দূরবীক্ষণ** (Galilean telescope)

নভোবীক্ষণের অভিসারী অভিনেত্রের বদলে যদি একটি অপসারী অভিনেত্র নেওয়া হয় তবে চূড়ান্ত প্রতিবিম্ব সমশীর্ষ হবে। গ্যালিলিয় দূরবীক্ষণে অভিনেত্রটি একটি অপসারী লেন্স (Fig. 8.24)।

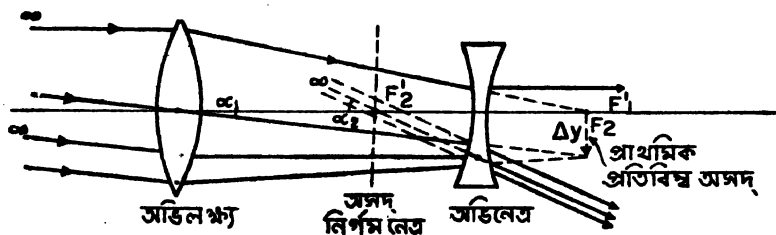



Fig. 8.24

ফোকাসবিহীন তন্ত্র হিসাবে যখন ব্যবহার করা হয় তখন $L=F-f$। বিবর্ধনক্ষমতা $M=-F/f$ ($f$ ঋণাত্মক)। কোন মধ্যবর্তী প্রতিবিম্ব হয় না বলে ক্ষেত্ররোধক ব্যবহার করে ভিনিয়েটিং দূর করা যায় না। নির্গম নেত্র অসদ্। কোন বীক্ষণ রিং নেই। সেজন্য চোখকে রাখতে হয় অভিনেত্রের ঠিক পিছনে। ক্ষেত্র লেন্সও নেই। কাজেই দৃষ্টির ক্ষেত্র খুবই সীমিত, বিশেষতঃ বিবর্ধন ক্ষমতা বেশী হলে। সেজন্য $4X$ এর উপর বিবর্ধন ক্ষমতায় গ্যালিলিয় দূরবীক্ষণ কদাচিৎ ব্যবহার করা হয়।

(c) **উভবীক্ষণ** (Binoculars)

উভবীক্ষণে থাকে দুই চোখের জন্য দুটি একই রকম দূরবীক্ষণ। কম ক্ষমতার উভবীক্ষণে দুটি গ্যালিলিও দূরবীক্ষণ পাশাপাশি ব্যবহার করা হয়।

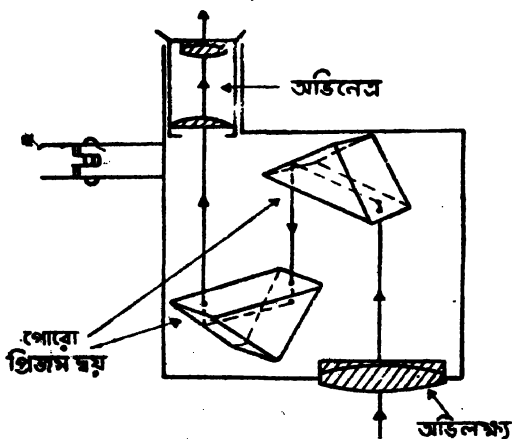



Fig. 8.25 প্রিজম উভবীক্ষণের একজোড়া দূরবীক্ষণের একটি

বেশী ক্ষমতার উভবীক্ষণের প্রতিটি দূরবীক্ষণে সাধারণতঃ কেলনারের অভিনেত্র ব্যবহার করা হয়। প্রতিবিম্বটি সমশীর্ষ করা হয় একজোড়া পোরো (Porro) প্রিজমের সাহায্যে (Fig. 8.25)। পোরো প্রিজম ব্যবহার করার ফলে কম জায়গায় কার্যকর ফোকাস দৈর্ঘ্য অনেক বড় করা সম্ভব হয়। এধরণের উভবীক্ষণকে বলা হয় **প্রিজম উভবীক্ষণ** (Prism binocular)।

### 8.4.3 প্রতিক্ষিপ্ত দূরবীক্ষণ (reflecting telescopes)

§ 5.1 এ আমরা দেখেছি যে, দুটি লেন্সের সংলগ্ন যুগ্মে বর্ণাপেরণ দূর হয় কেবলমাত্র দুটি বর্ণের জন্য। গৌণ বর্ণালী কিছু থেকেই যায়। অক্ষ বরাবর এই গৌণ বর্ণালীর দৈর্ঘ্য ফোকাস্ দৈর্ঘ্যের প্রায় 1/2000 এর মত। প্রতিসারক অভিলক্ষ্য খুব বড় হলে, ফোকাস দৈর্ঘ্যও বড় করতে হয়। গৌণ বর্ণালী তখন আর নগণ্য থাকে না। সেজন্য প্রতিসারক অভিলক্ষ্য বেশী বড় করা কার্যতঃ সম্ভব নয়। অভিলক্ষ্যটি প্রতিসারক লেন্স না হয়ে প্রতিফলক দর্পণ হলে বর্ণাপেরণের অসুবিধেটা থাকে না।

নিউটনই প্রথম প্রতিক্ষিপ্ত দূরবীক্ষণ আবিষ্কার করেন। অবার্ণ লেন্স তৈরীর পদ্ধতি আবিষ্কৃত হবার পর প্রতিফলক দর্পণের বদলে প্রতিসারক লেন্স অভিলক্ষ্য ব্যবহার করার দিকেই সর্বত্র ঝোঁক দেখা যায়। খুব বড় লেন্স অভিলক্ষ্যের অসুবিধাগুলি যখন স্পষ্ট হল তখনই প্রতিক্ষিপ্ত দূরবীক্ষণের দিকে আবার সকলের মনোযোগ আকৃষ্ট হল। বর্তমানে পৃথিবীর সব শক্তিশালী দূরবীক্ষণই প্রতিক্ষিপ্ত দূরবীক্ষণ।

(a) **নিউটনীয় দূরবীক্ষণ** (Newtonian telescope)

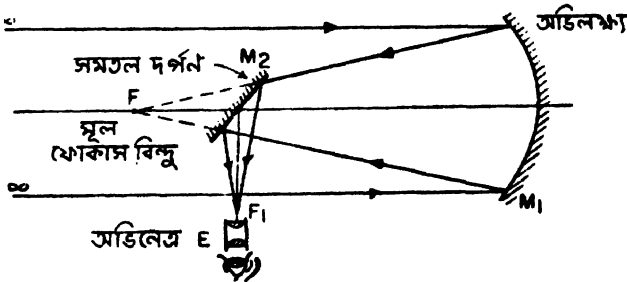



Fig. 8.26

এই দূরবীক্ষণের অভিলক্ষ্যটি একটি অবতল দর্পণ। উন্মেষ যদি F/15 বা তার কম হয় তবে দর্পণটি গোলীয় হলেও গোলাপেরণ বেশী হয় না।

কিন্তু উন্মেষ বেশী হলে গোলাপেরণ দূর করার জন্য দর্পণটি হতে হবে অধিগোলীয় (parabolid of revolution)। মূল ফোকাস্ বিন্দুতে (Prime focus) ফটোগ্রাফিক প্লেট বসিয়ে ছবি তোলা যায় অথবা একটি সমতল দর্পণ ( বা সমকোণী প্রিজম দর্পণ ) মূল ফোকাস বিন্দুর একটু আগে তির্যকভাবে (অক্ষের সঙ্গে 45° কোণ করে) বসিয়ে প্রাথমিক প্রতিবিম্বকে পাশ থেকে অভিনেত্রের সাহায্যে দেখা যায়। Plate 1 এতে ইকুইটোরিয়াল ভাবে দেখার (equitorial mounting) বন্দোবস্ত সহ একটি 6" নিউটনীয় দেখানো হয়েছে।

পৃথিবীর বৃহত্তম দূরবীক্ষণটি একটি নিউটনীয়। এটি মাউণ্ট পালোমারে (Mount Palomar) অবস্থিত। নাম হেইল (Hale) দূরবীক্ষণ। ব্যাস 200 ইঞ্চি। ব্যবহার করা হয় F/3.3 এ। কোমা যথেষ্ট থাকায় মূল ফোকাস বিন্দুতে কেবলমাত্র 1/2 ইঞ্চি ব্যাস পরিমিত জায়গায় প্রতিবিম্ব অপেরণমুক্ত। ছবি তুলতে গেলে এটা যথেষ্ট নয়। ছবি তোলার সময় মূল ফোকাস্ বিন্দু আর অভিলক্ষ্যের মধ্যে শূন্য ক্ষমতার কিন্তু ঋণাত্মক কোমার একটি সংশোধক লেন্স ব্যবহার করে 6" ব্যাস পর্যন্ত জায়গায় প্রতিবিম্ব কোমা মুক্ত করা হয়। সুতরাং প্রায় 6" বর্গের একটি ফটোগ্রাফিক প্লেট ব্যবহার করা যায়। সংশোধক লেন্সটিকে বলে **রসের সংশোধক** (Ross corrector)।

### (b) কাসেগ্রেইন দূরবীক্ষণ (Cassegrain telescope)

তারার ফটো তুলতে গেলে উন্মেষ বড় হওয়া উচিত। কিন্তু বর্ণালী চিত্রগ্রাহক দিয়ে তারার বর্ণালী বিশ্লেষণ করতে গেলে সারণ কোণ কম হওয়া প্রয়োজন। অভিলক্ষ্যের ফোকাস্ দৈর্ঘ্য বড় করে সারণ কোণ কমানো যায়। তাহলে দূরবীক্ষণের দৈর্ঘ্য খুব বড় হবে। তাতে অনেক অসুবিধে। প্রাথমিক

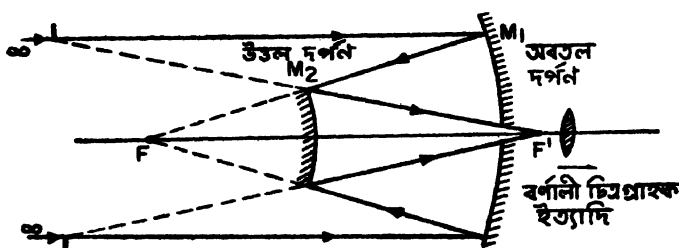



Fig. 8.27

নিউটনীয় অভিলক্ষ্যের সঙ্গে আর একটি অতিরিক্ত উত্তল দর্পণ ব্যবহার করে ফোকাস দৈর্ঘ্য কার্যতঃ অনেক বাড়ানো যায়। কাসেগ্রেইন (Cassegrain)

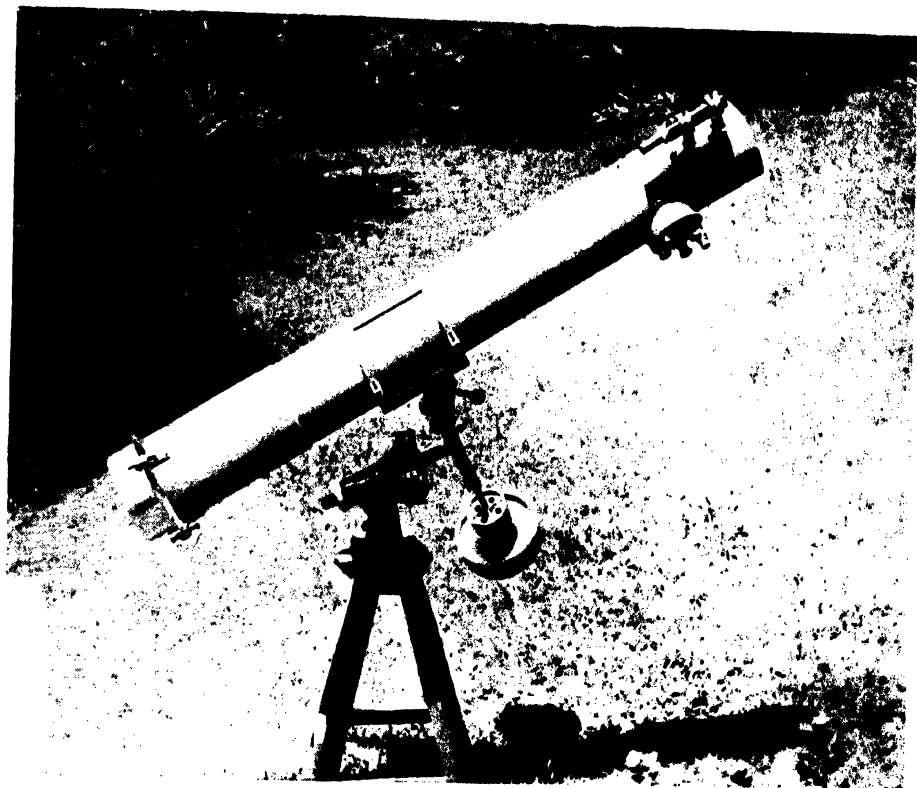



**Plate 1.** 6" নিউটনীয় দূরবীক্ষণ।

[ চিত্রটি অ্যামেচার অ্যাসট্রোনমার্‌স্‌ সোসাইটি, কল্যাণী বিশ্ববিদ্যালয়ের সৌজন্যে প্রাপ্ত; দূরবীক্ষণটি লেখকের তত্ত্বাবধানে তাঁর ছাত্রদের দ্বারা নির্মিত ]

দূরবীক্ষণে গোলাপেরণ দূর করবার জন্য উত্তল দর্পণটি পরাগোলীয় (hyperboloid of revolution) হওয়া বাঞ্ছনীয় (Fig. 8.27)। হেইলের দূরবীক্ষণটি যখন নিউটনীয় রূপে ব্যবহার করা হয় তখন তার মূল ফোকাস দৈর্ঘ্য হল 660 ইঞ্চি (F/3.3), পরাগোলীয় দর্পণ সহযোগে কাসেগ্রেনীয় হিসাবে যখন ব্যবহার করা হয় তখন ফোকাস দৈর্ঘ্য 3200 ইঞ্চি (F/16) আর কুদ্ (Coude) ফোকাসে ফোকাস্ দৈর্ঘ্য 6000 ইঞ্চি ( অর্থাৎ F/30)।

### 8.4.4 বিস্তৃত ক্ষেত্র দূরবীক্ষণ : স্মিটের ক্যামেরা (Widefield telescopes : Schmidt's camera)

এ পর্যন্ত যে সমস্ত দূরবীক্ষণের কথা বলা হয়েছে তাদের কার্যকর ক্ষেত্র খুবই সীমিত। 1930 খৃষ্টাব্দে বার্গেডর্ফ মানমন্দিরের (Bergedorf observatory) বার্ণহার্ট স্মিট্ (Bernhard Schmidt) এই কার্যকর ক্ষেত্র বাড়ানোর একটি নূতন পন্থা আবিষ্কার করেন। এর ফলে কৌণিক দৃষ্টির ক্ষেত্র 15° রও বেশী করা সম্ভব হয়েছে।

ধরা যাক $M$ একটি অবতল গোলীয় দর্পণ। দর্পণের কেন্দ্র বিন্দুতে $C$ একটি রোধক রয়েছে। অসীমে অবস্থিত অক্ষস্থ কোন বিন্দুর প্রতিবিম্ব অক্ষের উপরই হবে, তবে দর্পনটি অধিগোলীয় নয় বলে অনুদৈর্ঘ্য গোলাপেরণ থাকবে। অক্ষের বাইরের কোন অসীমে অবস্থিত বিন্দু থেকে যে সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ অক্ষের সঙ্গে তির্যক ভাবে রোধক দিয়ে প্রবেশ করবে তার মুখ্য রশ্মিও $C$ দিয়ে যাবে এবং এক্ষেত্রেও একটি গোলাপেরণ যুক্ত প্রতিবিম্ব পাওয়া যাবে। উপাক্ষীয় প্রতিবিম্বের তলটি গোলীয় হবে এবং এই গোলীয় ফোকাস্ তল $S$ এর কেন্দ্র হবে $C$ তে (Fig. 8.28*a*)। এক্ষেত্রে অভিবিম্বের প্রতিটি বিন্দুর বেলায় সমান গোলাপেরণ হবে কিন্তু কোমা ও বিষমদৃষ্টি থাকবে না। এবার যদি রোধকের তলে একটি উপযুক্ত অবগোলীয় সংশোধক ফলক (aspherical corrector plate) বসিয়ে গোলাপেরণ দূর করা যায় (Fig. 8.28*b*) তবে ফোকাস তলটি গোলীয় হলেও প্রতিবিম্বে গোলাপেরণ, কোমা, ও বিষমদৃষ্টি থাকবে না। ফটোগ্রাফিক প্লেট বা ফিল্মটি অবশ্য গোলীয় হতে হবে। স্মিটের এই দূরবীক্ষণ ছবি তুলতেই কেবল ব্যবহার করা হয় বলে এটাকে **স্মিটের ক্যামেরাও** (schmidt's camera) বলা হয়।

অবগোলীয় সংশোধক তৈরী করা কষ্টসাধ্য। অবগোলীয় সংশোধকের বদলে বিভিন্ন ধরণের মেনিসকাস্ সংশোধক ব্যবহার করে বহুরকম বিস্তৃত ক্ষেত্র দূরবীক্ষণ যন্ত্র উদ্ভাবিত হয়েছে। এদের মধ্যে মাক্সুতভের দূরবীক্ষণ যন্ত্রটি

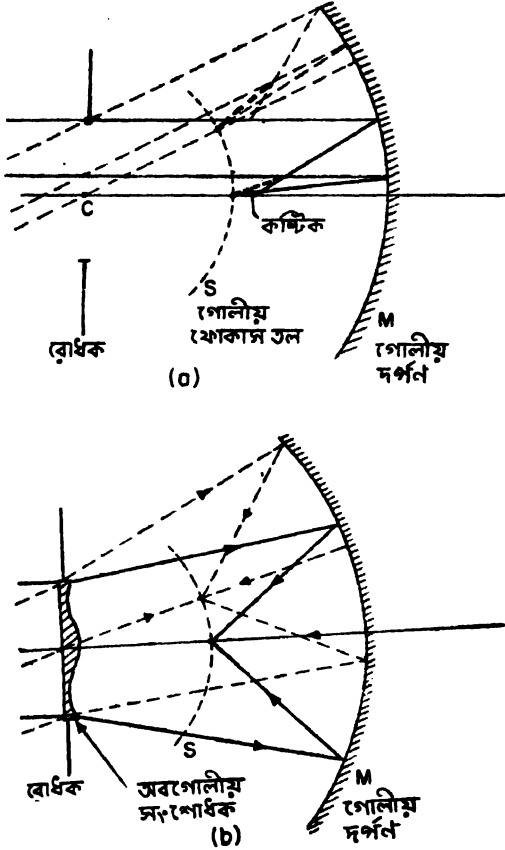



Fig. 8.28

(Maksutov telescope) উল্লেখযোগ্য (Fig. 8.29*a*)। এই দূরবীক্ষণে মেনিসকাস্ সংশোধকটির তলগুলি গোলীয় এবং তাদের কেন্দ্র রোধকের কেন্দ্রে অবস্থিত। সংশোধকটি গোলাপেরণের ক্ষেত্রে উপযুক্ত পরিমাণে অবসংশোধিত। ফলে চূড়ান্ত প্রতিবিম্বে গোলাপেরণ থাকে না। সমস্ত রশ্মিই সবগুলি গোলীয় তলে লম্বভাবে আপতিত হচ্ছে বলে কোমা ও বিষম দৃষ্টিও থাকে না। মাক্সুতভ্-কাসেগ্রেণীয় দূরবীক্ষণ যন্ত্রটি (Fig. 8.29*b*) ছোট, বিস্তৃত ক্ষেত্র এবং দূরবীক্ষণের নলের (tube) মুখ সংশোধকটি দিয়ে ঢাকা থাকে বলে

দর্পণটি সুরক্ষিত। এই দূরবীক্ষণটি অ্যামেচার পর্যবেক্ষকদের কাছে খুবই জনপ্রিয় হয়ে উঠেছে।

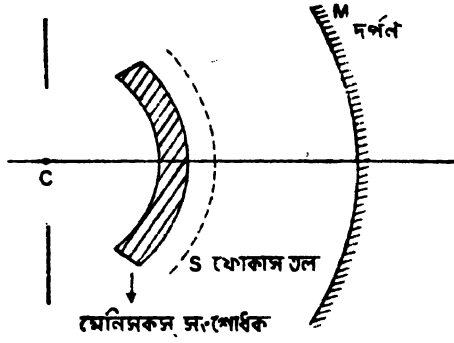
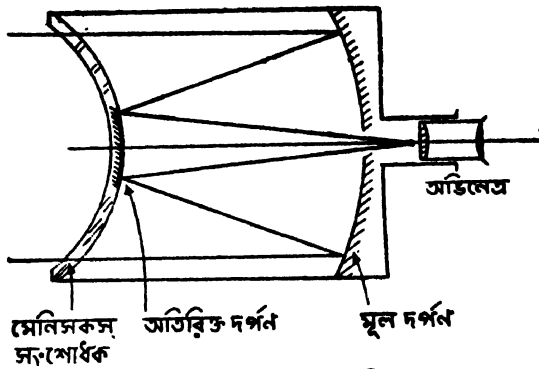
(a) মাক্সুতড্ দূরবীক্ষণ

(b) মাক্সুতড্-কাসেগ্রেনীয় দূরবীক্ষণ

Fig. 8.29

## 8.5 প্রক্ষেপণ যন্ত্রাদি (Projection instruments)

সবরকম প্রক্ষেপণ যন্ত্রেই একটি অভিলক্ষ্যের সাহায্যে কোন অভিবিম্বের একটি প্রতিবিম্ব পর্দায় প্রক্ষিপ্ত করা হয়। প্রক্ষেপণ যন্ত্র দুধরণের। এপিস্কোপ, ডায়াস্কোপ বা সিনেমার প্রক্ষেপণ যন্ত্রে প্রতিবিম্বকে সোজাসুজি চোখে দেখা যায়। ক্যামেরাতে প্রতিবিম্বটি পড়ে ফটোগ্রাফিক প্লেটের উপর।

### 8.5.1 আলোক চিত্রগ্রাহক যন্ত্র বা ক্যামেরা (Camera)

Fig. 8.30 তে একটি সাধারণ ক্যামেরার মূল অংশগুলি দেখানো হয়েছে। *B* একটি আলোক নিরুদ্ধ প্রকোষ্ঠ। অভিলক্ষ্য *L* একটি অভিসারী লেন্স বা

লেন্স সমবায়। এই অভিলক্ষ্যের সাহায্যে পর্দার উপর প্রতিবিম্বটি প্রক্ষিপ্ত করা হয়। এখানে পর্দা $F$ ফটোগ্রাফিক প্লেট বা ফিল্ম (Film)। অভিলক্ষ্য থেকে পর্দার দূরত্ব কমানো বাড়ানো যায় এবং এভাবে কোন নির্দিষ্ট দূরত্বে অবস্থিত অভিবিম্বের প্রতিবিম্ব পর্দায় ফোকাস করা হয়। একটি

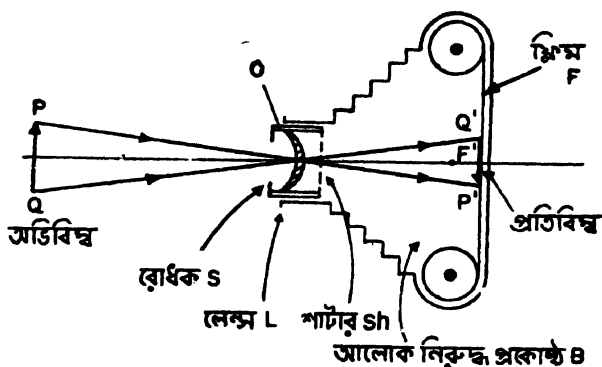



Fig. 8.30

নিয়ন্ত্রণযোগ্য (adjustable) মধ্যচ্ছদার সাহায্যে অভিলক্ষ্যের উন্মেষ ছোট বড় করে প্রতিবিম্বে আলোর পরিমাণ কমানো বাড়ানো যায়। অভিলক্ষ্যের পিছনে একটি শাটার (shutter) থাকে। এই শাটার খোলা থাকলে আলো পর্দায় পৌঁছাতে পারে, বন্ধ থাকলে পারে না। এই শাটারকে নির্দিষ্ট সময় খোলা রেখে আবার বন্ধ করে দেওয়া যায়। পর্দার ফিল্মে সিলভার ব্রোমাইড ও অন্যান্য রাসায়নিক পদার্থের এমন একটি প্রলেপ থাকে যার উপর আলো পড়লে আলোক-নির্ভর রাসায়নিক প্রক্রিয়া (photochemical reactions) ঘটে। রাসায়নিক প্রক্রিয়ায় ফিল্মটি ডেভেলপ (develop) করলে নেগেটিভ্ (negative) পাওয়া যায়। ফিল্মের যেখানে যত বেশী আলো পড়ে, নেগেটিভে সেই অংশটা তত কালো হয়।

## ক্যামেরার বিশ্লেষণ সীমা, আলোকসম্পাত ও f-সংখ্যা :—

ডেভেলপ্ করা হয়েছে এমন একটি ফটোগ্রাফিক ইমালশনকে অণুবীক্ষণের নীচে পরীক্ষা করলে হাল্কা পশ্চাৎপটের উপর কালো কালো রৌপ্যকণা (silver grains) দাঁড়িয়ে আছে দেখা যায়। এই কালো কণাগুলির বিন্যাসই প্রতিবিম্বের চেহারা নির্দিষ্ট করে। প্রতি কালো কণার ব্যাস কয়েক মাইক্রন হয়। ধরা যাক, একটি বড় উন্মেষের, উন্নত মানের অভিলক্ষ্যের সাহায্যে একটি

বিন্দু অভিবিম্বের ( যেমন কোন তারকার ) প্রতিবিম্ব ইমালশনের তলে ফেলা হল। ইমালশনে সিলভার ব্রোমাইডের কণাগুলি আদর্শ শোষক না হওয়ায় আলো একটি বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত হলেও ইমালশনে আলো ঐ বিন্দুর চারদিকে কিছুটা ছড়িয়ে পড়বে এবং বেশ কিছুটা জায়গা জুড়ে ব্রোমাইড কণাগুলিতে আলোর জন্য রাসায়নিক প্রক্রিয়া হবে (Fig. 8.31)। যতবেশী আলোকশক্তি ঐ বিন্দুতে এসে পড়বে তত বেশী জায়গা জুড়ে কালো হবে। আলোকশক্তি বেশী পড়লে **আলোকসম্পাত** (exposure) বেশী হবে। এভাবে বিন্দু অভিবিম্ব নিয়ে পরীক্ষা করে দেখা গেছে যে সবরকম ইমালশনের জন্যই এই

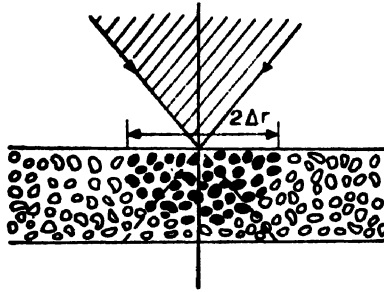



Fig. 8.31

কালো অংশের ব্যাস $2\triangle r$ এর সঙ্গে আলোকসম্পাত L এর সম্বন্ধ হল

$$2\triangle r = 2\triangle r_0 + \gamma \log_e L \tag{8.21}$$

সঠিক (correct) আলোকসম্পাতের ক্ষেত্রে এই ব্যাস প্রায় 30 থেকে 40 মাইক্রনের মত।

কতখানি সময় ইমালশনের উপর আলো ফেলা হল তার উপর আলোক সম্পাত নির্ভর করে। এই **আলোক সম্পাতের সময়** (time of exposure) ছাড়াও ক্যামেরার আলোক সঞ্চলন ক্ষমতার উপরও আলোক সম্পাত নির্ভর করে। আগম নেত্র থেকে অভিবিম্বের দূরত্ব $L$ (Fig. 8.32) অভিবিম্বের দীপ্তি $B$ এবং ক্যামেরার সঞ্চলন সূচক $T$ হলে প্রতিবিম্বের দীপনমাত্রা

$$E' = T\,B\,\frac{d\sigma}{d\sigma'}\,d\Omega$$

$$\left(\frac{d\sigma'}{d\sigma}\right)^{\frac{1}{2}} = m = \text{বিবর্ধন} = \frac{f}{L-f}$$

অতএব
$$\frac{L}{f}=1+\frac{1}{m}=\frac{1+m}{m}$$

$$E'=\frac{\pi d^2}{4L^2}\cdot\frac{TB}{m^2}=\frac{\pi TB}{4}\frac{d^2}{f^2}\left(\frac{1}{1+m}\right)^2$$

$$=\frac{\pi TB}{4}\frac{1}{N^2}\frac{1}{(1+m)^2} \tag{8.22}$$

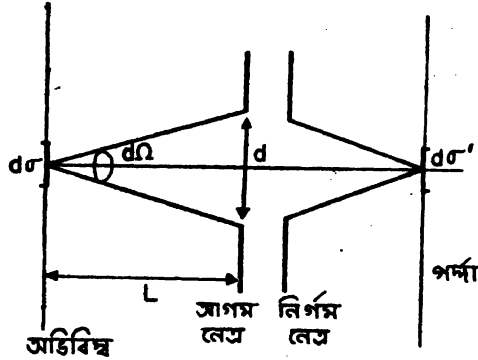



Fig. 8.32

যেখানে $\frac{f}{d}=N$ কে রোধক সংখ্যা (stop number) বা $f$-সংখ্যা ($f$-number) বলা হয়, এবং $\frac{d}{f}=\theta$ কে উন্মেষ সূচক (relative aperture বা aperture ratio) বলা হয়। যখন অভিবিম্বের দূরত্ব বেশী, $m$ খুব ছোট, তখন

$$E'\simeq\frac{\pi TB}{4}\frac{1}{N^2}\propto\frac{1}{N^2} \tag{8.23}$$

কত তাড়াতাড়ি ফটোগ্রাফিক ইমালশনে প্রতিবিম্বটি ফুটে উঠবে তা নির্ভর করে প্রতিবিম্বে $E'$ এর উপর। কাজেই অভিলক্ষ্যের লেন্সের দ্রুতি (speed of lens) $f$-সংখ্যার উপর ব্যস্তবর্গের অনুপাতে নির্ভর করে। অতএব $f/2$ লেন্স $f/4.5$ লেন্স থেকে দ্রুততর ('faster')।

খালি চোখে দেখলে, বহু দূরের দুটি বিন্দু যখন বিশ্লিষ্ট অবস্থায় দেখা যায় তখন তারা চোখে 2 মিনিট বা $6\times10^{-4}$ রেডিয়ান কোণ করে। ক্যামেরা নিয়ে ছবি তুলবার সময়ও ঐ দুটি বিন্দু ক্যামেরার অভিলক্ষ্যে ঐ একই কোণ করবে। অপবর্তনের কথা না ধরলে, ইমালশনে বিশ্লিষ্ট হতে গেলে, অভিলক্ষের সর্বোচ্চ ক্ষমতা $K_m$ হবে

$$6\times10^{-4}\times\frac{1}{K_m}=30 \text{ মাইক্রন }=30\times10^{-6} \text{ মিটার}$$

বা $K_m = \frac{6 \times 10^{-4}}{30 \times 10^{-6}} = 20$ ডায়প্টার

অতএব ফোকাস দৈর্ঘ্য $= 5.0$ cm ।

অভিলক্ষ্যের লেন্সে অপবর্তন হওয়ার জন্যও বিশ্লেষণ ক্ষমতা সীমিত হতে পারে। অভিলক্ষ্যের উন্মেষ যত কম হবে বিশ্লেষণ ক্ষমতাও তত কম হবে। খুব বিস্তৃত-কোণ অভিলক্ষ্য (wide angle objective) ছাড়া $f$-সংখ্যা 20 র বেশী কদাচিৎ করা হয়। সেক্ষেত্রে এই লেন্সের উন্মেষ

$$2\rho = \frac{f}{20} = \frac{5}{20} \text{ cm}$$

কাজেই তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda = 0.5$ মাইক্রণের জন্য, এয়ারির থালির কৌণিক বিস্তার হবে

$$\epsilon = \frac{1.22\lambda}{2\rho} = \frac{1.22 \times 0.5 \times 10^{-4}}{20} \times 5 \simeq 0.15 \times 10^{-4} \text{ রেডিয়ান}$$

$$<< 6 \times 10^{-4} \text{ রেডিয়ান}$$

ক্যামেরার বিশ্লেষণ সীমা কার্যতঃ কখনই অপবর্তনের জন্য সীমিত হয় না। বিশ্লেষণের সীমা নির্ধারিত হয় ইমালশনের প্রকৃতি দিয়ে এবং এটা প্রায় 30 মাইক্রনের মত। **কাজেই ক্যামেরার অভিলক্ষ্যে অপেরণের অনু-মোদনসীমা র‍্যালের সর্ত দিয়ে নির্দিষ্ট হয় না, হয় ইমালশনের প্রকৃতি দিয়ে।**

### 8.5.2 ফটোগ্রাফিক অভিলক্ষ্য (photographic objective)

ফটোগ্রাফিক অভিলক্ষ্যের ক্ষেত্রে

(i) প্রতিবিম্বে বক্রতা ও বিকৃতি থাকলে চলবে না,

(ii) গোলাপেরণ, কোমা, বিষমদৃষ্টি ইত্যাদির মান অনুমোদনসীমার থেকে কম হতে হবে,

(iii) বর্ণাপেরণ নগণ্য হতে হবে,

(iv) আলো সঞ্চলনের ক্ষমতা বেশী হওয়া বাঞ্ছনীয় (অর্থাৎ $f$ সংখ্যা ছোট), কিন্তু কৌণিক দৃষ্টির ক্ষেত্র বড় হওয়া দরকার,

এবং (v) ফোকাসের গভীরতাও বেশী হওয়া প্রয়োজন।

এই সব সর্তের অনেকগুলিই পরস্পর বিরোধী। ফটোগ্রাফিক অভিলক্ষ্য পরিকল্পনায় সাহায্য করার মত কোন সার্থক তাত্ত্বিক পদ্ধতি নেই। বেশী

ভাগ উৎকৃষ্ট অভিলক্ষ্যের উদ্ভাবন হয়েছে হাতে কলমে পরীক্ষা নিরীক্ষার ফলে এবং এ ব্যাপারে সবচেয়ে বেশী সাহায্য করেছে লেন্স পরিকল্পনাকারকদের বহুকাল ধরে সঞ্চিত অভিজ্ঞতা।

**মেনিস্‌কাস্‌ অভিলক্ষ্য (Meniscus objective)**

একটিমাত্র লেন্সেও কোমা ও বক্রতা মোটামুটিভাবে দূর করা যায়। একটি মেনিসকাস লেন্সের অবতল দিকটি যদি অভিবিম্বের দিকে থাকে তবে লেন্সের সামনে সঠিক দূরত্বে একটি রোধক (stop) বসালে, কোমা দূর করা সম্ভব (Fig. 8.33)। লেন্সের ক্ষমতা এক রেখে লেন্সকে সঠিকভাবে বাঁকালে

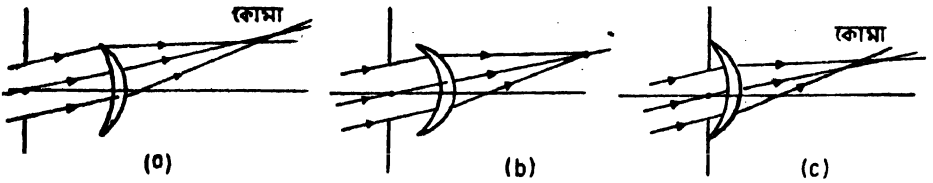



Fig. 8.33 রোধক ঠিক জায়গায় বসিয়ে কোমা দূরীকরণ।

(বাঁকানোর পদ্ধতি—method of bending—দ্রষ্টব্য) ক্ষেত্রের বক্রতা দূর করা যায় (Fig. 8.33)।

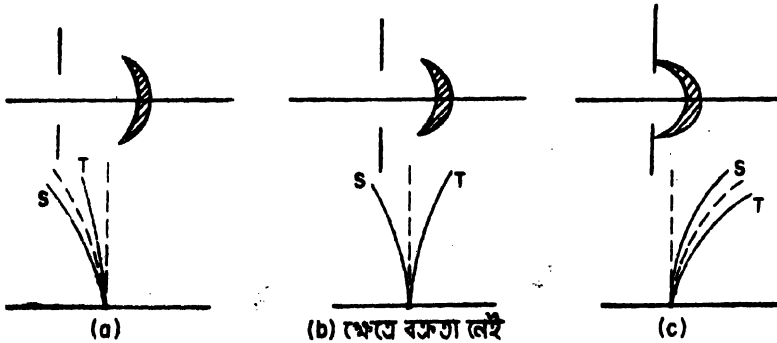



Fig. 8.34 লেন্সের আকার পরিবর্তন করে ক্ষেত্রের বক্রতার পরিবর্তন।

এই অভিলক্ষ্যটি আবিষ্কার করেন ওলাস্টন (Wollaston) 1812 খৃষ্টাব্দে। সাধারণ সস্তা ক্যামেরাতে, যেমন, বাক্স ক্যামেরায় (Box camera), এ ধরনের অভিলক্ষ্য এখনও ব্যবহার করা হয়। এ ধরনের অভিলক্ষ্যকে ল্যাণ্ডস্কেপ লেন্সও (landscape lens) বলা হয়। $f/16$ এর উপরে ছবি অস্পষ্ট হয়ে পড়ে। তবে প্রতিসারক তলের সংখ্যা কম হওয়াতে আলো নষ্ট হয় কম।

আরোও একটু উন্নত ধরনের অভিলক্ষ্যে একক মেনিসকাস লেন্সের বদলে অবার্ণ মেনিসকাস (achromatic meniscus) ব্যবহার করা হয়। এই লেন্সটি একটি অবার্ণ সংস্পর্শ যুগ্ম (cemented doublet)। এরকম অবার্ণ যুগ্মে বক্রতা দূর করতে গেলে পেৎস্‌ভালের সর্তটি সিদ্ধ হতে হবে। অর্থাৎ যে দুটি মাধ্যম ব্যবহার করা হবে তাদের $v/n$ অনুপাতটি মোটামুটি এক হতে হবে ($v=1/\omega$, $\omega$ = বিচ্ছুরণ ক্ষমতা এবং $n$ = প্রতিসরাঙ্ক)।

1886 খৃষ্টাব্দের আগে পর্যন্ত শক্ত ক্রাউন কাঁচ (Hard crown বা H.C) ও ঘন ফ্লিন্ট কাঁচ (dense flint বা D.F) ব্যবহার করা হত। এদের পুরানো কাঁচ (old glass) বলা হয়, এদের $v/n$ পৃথক। 1886 খৃষ্টাব্দে বেরিয়াম ক্রাউন কাঁচ (Barium crown বা B.C) আবিষ্কৃত হয়। বিভিন্ন রকম বেরিয়াম ক্রাউন কাঁচের, যেমন হাল্কা (L. B. C), মাঝারি (M. B. C) ও ঘন (D. B. C) ইত্যাদির $v/n$, হাল্কা ফ্লিন্ট (light flint বা L. F.) এর $v/n$ এর কাছাকাছি। সুতরাং বর্তমানে এই অবার্ণ যুগ্ম তৈরী হয় L. F ও D. B. C দিয়ে। এদের **নব-অবার্ণ** (new achromats) লেন্স বলে (Fig. 8.35)।

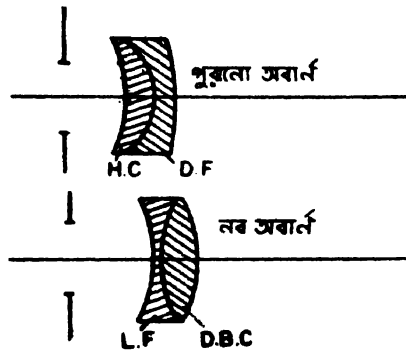



Fig. 8.35

| | $n$ | $v$ | $v/n$ |
|---|---|---|---|
| পুরানো কাঁচ | | | |
| H.C | 1.5175 | 60.5 | 39.9 |
| D.F | 1.6501 | 33.6 | 20.4 |
| L.F | 1.5427 | 47.5 | 30.8 |
| নূতন কাঁচ | | | |
| L.B.C | 1.5407 | 59.4 | 38.6 |
| D.B.C | 1.6140 | 56.9 | 35.2 |

**প্রতিসম ও ট্রিপলেট অভিলক্ষ্য** (symmetrical and triplet objectives)

উন্নততর মানের বহু অভিলক্ষ্য উদ্ভাবিত হয়েছে। তার মধ্যে প্রতিযোগিতায় টিকতে পেরেছে দুধরনের অভিলক্ষ্য, প্রতিসম অভিলক্ষ্য ও ট্রিপলেট অভিলক্ষ্য। শেষোক্ত অভিলক্ষ্যটি প্রতিসম নয়।

প্রতিসম অভিলক্ষ্যে একই রকম দুসারি পুরু লেন্সকে একটি রোধকের দুদিকে প্রতিসমভাবে নেওয়া হয়। প্রতিসমভাবে নিলে বিচ্যুতি থাকে না। এর দুটি অংশের প্রত্যেকটি বর্ণাপেরণ সংশোধিত। প্রতিটি অংশকেই আলাদা ভাবে ক্যামেরা অভিলক্ষ্য হিসাবে ব্যবহার করা যায় (Fig. 8.36*a*)। বক্রতা

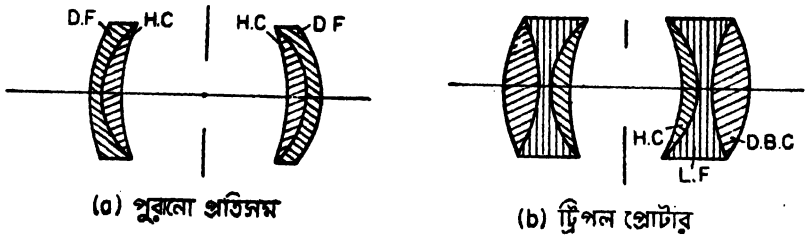



Fig. 8.36 প্রতিসম অভিলক্ষ্য।

ভালোভাবে দূর করতে গেলে প্রতিটি অংশে তিনটি মাধ্যম নিতে হয় যার মধ্যে অন্ততঃপক্ষে একটি বেরিয়াম ক্রাউনের। এভাবে সৃষ্ট হয়েছে ৎসাইসের (Zeiss) ট্রিপল প্রোটার (Triple protar) (Fig. 8.36*b*)।

একটি লেন্স সমবায়ের কোন একটি লেন্স সমবায়ের ক্ষমতায় কতটুকু ক্ষমতা যোগ করে সেটা নির্ভর করে ঐ লেন্সে অক্ষ থেকে কত দূর দিয়ে প্রান্তিক রশ্মি (marginal rays) যাচ্ছে তার উপর। আবার ক্ষেত্রের বক্রতা ঘটাতে প্রতিটি লেন্সের যতটুকু অবদান তা নির্ভর করে ঐ লেন্সের ক্ষমতার উপর, অক্ষ থেকে প্রান্তিক রশ্মির দূরত্বের উপর নয়। ধরা যাক, তিনটি লেন্সের

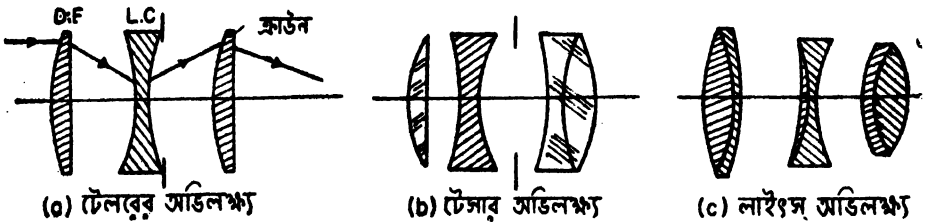



Fig. 8.37

সমবায়ে মাঝেরটি অপসারী, অন্য দুটি অভিসারী। বাইরের দুটি লেন্সের সমবেত ক্ষমতা মাঝের লেন্সের ক্ষমতার সমান নিয়ে বক্রতা ও বিষমদৃষ্টি দূর

করা সম্ভব। এবার লেন্সগুলিকে কিছুটা দূরে দূরে নিলে, অপসারী লেন্সের মধ্য দিয়ে প্রান্তিক রশ্মি অক্ষের খুব কাছ দিয়ে যাবে। ফলে **সমবায়টি যথেষ্ট অভিসারী হওয়া সম্ভব** (ক্ষমতা ধনাত্মক)। লেন্সের মাধ্যম আর প্রতিটি তলের বক্রতা ঠিকমত নিয়ে অন্যান্য অপেরণগুলিও অনেক কমিয়ে ফেলা যায়। এরকম ট্রিপলেট অভিলক্ষ্য 1895 খৃষ্টাব্দে টেলর (H. D. Taylor) প্রথম আবিষ্কার করেন। এ ধরনের কতকগুলি অভিলক্ষ্য Fig. 8.37 এ দেখানো হল। টেসার (Tessar) অভিলক্ষ্যে পিছনের লেন্সটি একটি যুগ্ম লেন্স। লাইৎস্ (Leitz) অভিলক্ষ্যে তিনটি লেন্সের প্রতিটিই একটি যুগ্ম লেন্স।

## টেলিফটো অভিলক্ষ্য (Telephoto objectives)

অভিবিম্ব অনেক দূরে অবস্থিত হলে তার প্রতিবিম্ব হয় ছোট। প্রতিবিম্বের আকৃতি হয় লেন্সের ফোকাস্ দৈর্ঘ্যের সমানুপাতী। প্রতিবিম্বের আকার বাড়াতে গেলে লেন্সের ফোকাস্ দৈর্ঘ্য বাড়াতে হবে। ক্যামেরার আকার না বাড়িয়ে অর্থাৎ লেন্স থেকে পর্দার দূরত্ব না বাড়িয়ে টেলিফটো লেন্সে ফোকাস্ দৈর্ঘ্য বাড়ানো হয়। একটি টেলিফটো অভিলক্ষ্য কি ভাবে কাজ করে তা Fig. 8.38 থেকে সহজেই বোঝা যাবে। একটি ধনাত্মক লেন্স $L_1$ ও একটি ঋণাত্মক লেন্স $L_2$ এমন দূরত্বে রাখা হল যাতে সমবায়ের দ্বিতীয় মুখ্য বিন্দুটি প্রথম লেন্সের অনেকখানি সামনে এসে পড়ে কিন্তু পিছনের লেন্স থেকে সমবায়ের ফোকাস বিন্দুর দূরত্ব $f_b$ (পশ্চাৎ ফোকাস দৈর্ঘ্য বা back focal length) ছোটই থাকে। প্রতিবিম্ব কত বড় হবে তা নির্দিষ্ট হয় সমতুল

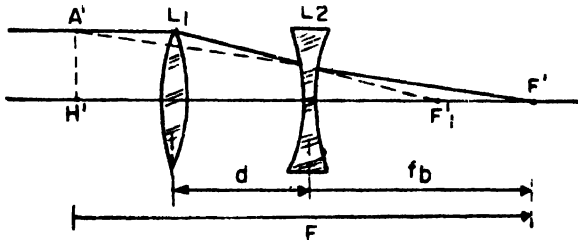



Fig. 8.38

ফোকাস্ দৈর্ঘ্য দিয়ে আর ক্যামেরার দৈর্ঘ্য কত হবে তা স্থির হয় পশ্চাৎ ফোকাস্ দৈর্ঘ্য দিয়ে। এদের অনুপাতকে বলা হয় টেলিফটো বিবর্ধন $m_{tel}$। অর্থাৎ

$$m_{tel} = F/f_b$$

Fig. 8.38 থেকে দেখা যাচ্ছে যে,

$$\frac{1}{f_b}=\frac{1}{f_1'-d}-\frac{1}{f_2'}=\frac{f_2'-f_1'+d}{f_2'(f_1'-d)} \tag{8.24}$$

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{f_1'}-\frac{1}{f_2'}+\frac{d}{f_1'f_2'}=\frac{f_2'-f_1'+d}{f_1'f_2'} \tag{8.25}$$

অতএব $$m_{tel}=F/f_b=\frac{1}{f_b}\Big/\frac{1}{F}=\frac{f_1'}{f_1'-d} \tag{8.26}$$

### 8.5.3 অন্যান্য প্রক্ষেপণ যন্ত্র (other projection instruments)

প্রক্ষেপণ যন্ত্র বিভিন্ন কাজে ব্যবহার করা হয়। যেমন,

(i) স্বচ্ছ ছবি (transparencies) প্রক্ষেপ করতে ডায়াস্কোপ (diascope)

(ii) অস্বচ্ছ ছবি (opaque objects) প্রক্ষেপ করতে এপিস্কোপ (episcope)

(iii) সার্চ লাইট (search light)

(iv) লাইট হাউসের প্রক্ষেপণ যন্ত্র (light house projection systems)

(v) খুব সূক্ষ্ম বস্তুর প্রতিবিম্ব প্রক্ষেপ করতে প্রক্ষেপণ অণুবীক্ষণ (projection microscope)

আমরা এখানে ডায়াস্কোপ ও এপিস্কোপ সম্বন্ধে সংক্ষেপে বলব। ডায়াস্কোপে স্বচ্ছ ছবিটিকে একটি ঘনীভবকের সামনে রাখা হয় (Fig. 8.39)। একটি প্রক্ষেপণ লেন্সকে আগে পিছে করে পর্দায় প্রতিবিম্ব ফোকাস করা হয়। আলোর উৎসটি অতি উজ্জ্বল হওয়া প্রয়োজন। উৎস থেকে তাপ গিয়ে স্বচ্ছ

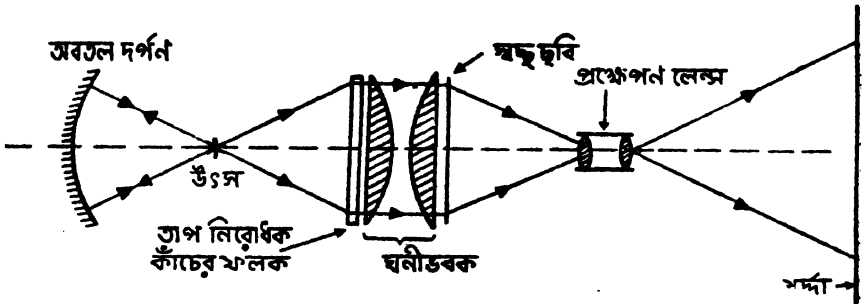



Fig. 8.39 ডায়াস্কোপ।

ছবিকে (সাধারণতঃ সেলুলয়েডের) নষ্ট না করে ফেলে সেজন্য তাপ নিরোধক ফলক (heat resistant plate) ব্যবহার করা হয়। এপিস্কোপে অস্বচ্ছ বস্তুর

উপর জোরালো আলো ফেলে, তা থেকে বিক্ষিপ্ত আলোককে প্রক্ষেপণ লেন্সের সাহায্যে পর্দায় ফেলা হয় (Fig. 8.40 *a*)। স্বচ্ছ ও অস্বচ্ছ দুধরনের ছবিই প্রক্ষেপনের ব্যবস্থা রয়েছে এপিডায়াস্কোপে (epidiascope) (Fig. 8.40 *b*)। *M*-কে উঠিয়ে দিলে এটা এপিস্কোপের মত কাজ করে। *L* এর মুখটি ঢাকনা দিয়ে বন্ধ করে দিলে এবং *M*-কে নামিয়ে নিলে এটা ডায়াস্কোপের মত কাজ করে।

(a) এপিস্কোপ

(b) এপিডায়াস্কোপ

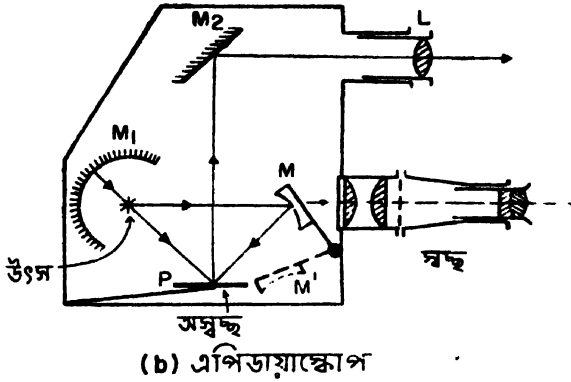
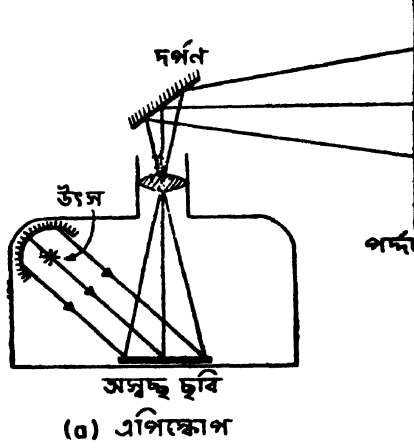



Fig. 8.40

## 8.6 পরিমাপ যন্ত্রাদি (optical measuring instruments)

এই অংশে আমরা শুধু তিন ধরনের পরিমাপক যন্ত্রের কথা আলোচনা করব: প্রতিসরাঙ্ক মাপবার যন্ত্রাদি (refractometers), বর্ণালী বিস্তার করে তাকে পরীক্ষা করবার জন্য বর্ণালীবীক্ষণ যন্ত্রাদি (spectroscopes and spec-

trographs) এবং বর্ণালীর কোন অংশকে আলাদা করবার জন্য একবর্ণ নির্বাচক যন্ত্রাদি (monochromators)। অসংখ্য ধরনের অপটিক্যাল পরিমাপক যন্ত্রের মধ্যে কেবলমাত্র এই কয়টিকে বেছে নেবার কারণ হল বীক্ষণাগারে এদের ব্যাপক ব্যবহার।

### 8.6.1 সঙ্কট কোণে প্রতিসরাঙ্ক পরিমাপক যন্ত্রাদি (critical angle refractometers)

এই ধরনের যন্ত্রে আভ্যন্তরীণ পূর্ণ প্রতিফলনের সাহায্য নেওয়া হয়। ধরা যাক *ABC* একটি উচ্চ প্রতিসরাঙ্ক মাধ্যমের প্রিজম। প্রিজমের কোণ *A*। *AB* তলের সংস্পর্শে রয়েছে পরীক্ষাধীন মাধ্যম। প্রিজমের প্রতিসরাঙ্ক $n_0$, পরীক্ষাধীন মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক $n$ অপেক্ষা বেশী, অর্থাৎ $n_0 > n$।

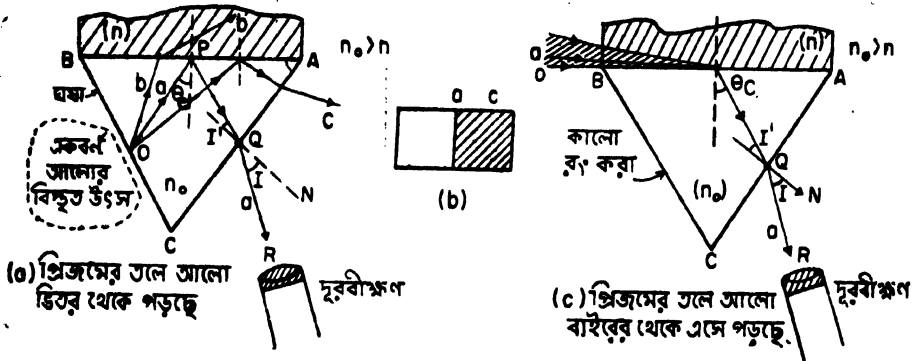



Fig. 8.41

*AB* তলে আলো ফেলা হল। আলো দুভাবে ফেলা যায়। আভ্যন্তরীণ আপতন পদ্ধতিতে (method of internal incidence) Fig. (8.41 *a*) *BC* তলটিকে ঘষা নেওয়া হয় এবং একবর্ণ আলো দিয়ে এই তলটি সমানভাবে (uniformly) আলোকিত করা হয়। ধরা যাক *BC* তলের উপর *O* যে কোন একটি বিন্দু। *O* বিন্দু থেকে নির্গত সমস্ত আলোকরশ্মির মধ্যে যে সমস্ত রশ্মি *AB* তলে দুটি মাধ্যমের সংকট কোণ $\theta_c$ থেকে বেশী কোণে আপতিত তাদের আভ্যন্তরীণ পূর্ণ প্রতিফলন হবে। '*a*' রশ্মিটি *P* বিন্দুতে সংকট কোণে প্রতিফলিত হয়ে *Q* বিন্দুতে প্রতিসৃত হয়ে *QR* অভিমুখে নির্গত হয়েছে। নির্গত রশ্মি *QR* দৃষ্টির ক্ষেত্রকে এমন দুভাগে ভাগ করছে যার এক অংশ অন্য অংশ অপেক্ষা বেশী আলোকিত। *BC* রেখার প্রতিটি বিন্দু হতে এরকম একটি রশ্মি *QR* পাওয়া যাবে। এই সব রশ্মিরা সমান্তরাল। কাজেই

সমান্তরাল রশ্মির জন্য ফোকাস করা দূরবীক্ষণ যন্ত্রের মধ্য দিয়ে $AC$ তলের দিকে তাকালে দেখা যাবে যে দৃষ্টির ক্ষেত্র সুস্পষ্টভাবে দুটি ভাগে বিভক্ত, একভাগ অন্যভাগ অপেক্ষা অনেক উজ্জ্বল (Fig. 8.41b)। দূরবীক্ষণের রেখন তার ঐ দুই অংশের বিভেদ রেখার উপর এনে $QR$ দিকটি নির্দিষ্ট করা যায়। যদি $AC$ তলের অভিলম্বের দিকটি জানা থাকে তবে $QR$ রশ্মির নির্গম কোণ $I$ নির্ণীত হল। Fig. 8.41 $a$ থেকে,

$$\sin I = n_0 \sin I'$$

$$n = n_0 \sin \theta_c$$

এবং $\theta_c + I' = A$

অতএব
$$\begin{aligned} n &= n_0 \sin (A - I') \\ &= n_0[\sin A \cos I' - \cos A \sin I'] \\ &= n_0 \sin A(1 - \sin^2 I/n_0^2)^{\frac{1}{2}} - \cos A \sin I \\ &= \sin A[n_0^2 - \sin^2 I]^{\frac{1}{2}} - \cos A \sin I \qquad (8.27) \end{aligned}$$

অর্থাৎ $A$, $n_0$ ও $I$ জানা থাকলে $n$ নির্ণয় করা সম্ভব। $n_0$ একই পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায়। যদি $AB$ তলের সংস্পর্শে বায়ু থাকে এবং যদি এই অবস্থায় নির্গম কোণ $I_0$ হয়, তবে,

$$1 = \sin A\,[n_0^2 - \sin^2 I_0]^{\frac{1}{2}} - \cos A \sin I_0$$

$$\text{বা, } n_0 = \left[\left(\frac{1 + \cos A \sin I_0}{\sin A}\right)^2 + \sin^2 I_0\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (8.28)$$

**বহিরাপতন পদ্ধতিতে** (method of external incidence) পরীক্ষাধীন মাধ্যমটি $AB$ তলের সংলগ্ন রাখা হয়। $BC$ তলটি কালো রং করে বা ঢেকে দেওয়া হয় যাতে ঐ তল দিয়ে কোন আলো প্রবেশ করতে না পারে। একটি অভিসারী আলোকগুচ্ছ $AB$ তলের উপর $AB$ তলের গা ঘেঁষে ফেলা হলে $P$ বিন্দুতে যে রশ্মির ক্ষেত্রে (Fig. 8.41c) $n = n_0 \sin\theta_c$ সেই রশ্মিটি $\theta_c$ কোণে প্রতিসৃত হয়ে $QR$ অভিমুখে নির্গত হবে। এই রশ্মির থেকে কম কোণে যারা আপতিত তারা $\theta_c$ কোণের কম কোণে প্রতিসৃত হবে অর্থাৎ $PQ$ এর বাঁ দিকে প্রতিসৃত হবে। এই সব রশ্মি $QR$ এর বাঁদিকে নির্গত হবে। সুতরাং দূরবীক্ষণ যন্ত্রের মধ্য দিয়ে $QR$ এর দিকে তাকালে দেখা যাবে দৃষ্টির ক্ষেত্র দুভাগে বিভক্ত, বাঁ দিকটা উজ্জ্বল এবং ডান দিকটা অন্ধকার। আভ্যন্তরীণ আপতন পদ্ধতির মত এ ক্ষেত্রেও অভিলম্বের দিক

জানা থাকলে $I$ কোণটি নির্ণয় করা যাবে। সমীকরণ (8.27) থেকে $n$ এর মান পাওয়া যাবে।

## (A) পুল্‌ফ্রিশের প্রতিসরাঙ্ক পরিমাপক যন্ত্র (The Pulfrich refractometer)

পুলফ্রিশের প্রতিসরাঙ্ক পরিমাপক যন্ত্রটি বহিরাপতন পদ্ধতিতে কাজ করে। এই যন্ত্রে ব্যবহৃত প্রিজমের কোণ $A=90°$। কার্যতঃ একটি সমকোণী ঘনক (Cube) ব্যবহার করা হয় (Fig. 8.42)। পরীক্ষাধীন মাধ্যমের একটি সমান্তরাল ফলক, ঘনকের $AB$ তলের উপর রাখা হয়। ফলকটির সঙ্গে ঘনকের সংযোগ যাতে ভালো ভাবে হয় সেজন্য দুটির মধ্যে কয়েক ফোঁটা এমন তরল দেওয়া হয় যার প্রতিসরাঙ্ক $n$ ফলকের প্রতিসরাঙ্ক থেকে বেশী কিন্তু ঘনকের প্রতিসরাঙ্ক থেকে কম। একবর্ণ আলোর উৎস থেকে লেন্সের সাহায্যে

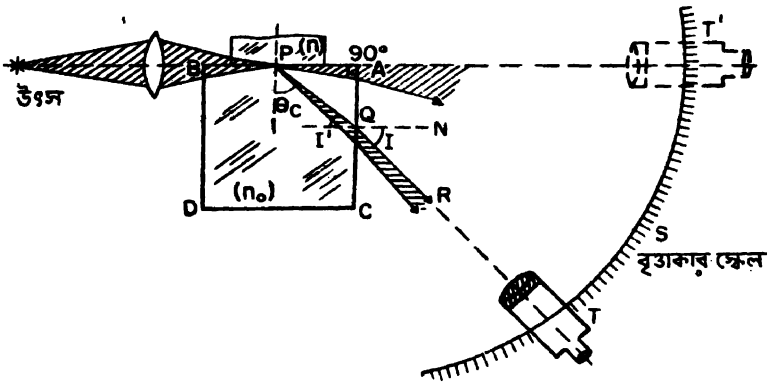



Fig. 8.42 পুলফ্রিশের যন্ত্র।

একটি অভিসারী আলোকগুচ্ছ দুটি মাধ্যমের বিভেদতলে কোন বিন্দু $P$ তে ফোকাস করা হয়। $QR$ এর দিকে তাকালে দৃষ্টির ক্ষেত্রের বাঁ দিকটা আলোকিত দেখাবে, ডান দিকটা অন্ধকার। এভাবে $QR$ দিকটি নির্ণয় করা যাবে। $AC$ তলের উপর অভিলম্বের দিকটাও নির্ণয় করা প্রয়োজন। বৃত্তাকার স্কেলের উপর দূরবীক্ষণটিকে ঘুরিয়ে $AB$ তলের দিক বরাবর আনলে, দুটি মাধ্যমের বিভেদতলে ব্যাতিচার গত বিন্যাস (interference pattern) দেখা যাবে। বৃত্তাকার স্কেলে দূরবীক্ষণের এ দুটি অবস্থানের মধ্যে কোণ হল $I$। সমীকরণ (8.27) থেকে মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক নির্ণয় করা যাবে।

## (B) অ্যাবের প্রতিসরাঙ্ক পরিমাপক যন্ত্র (Abbe refractometer)

অ্যাবের যন্ত্রও বহিরাপতন পদ্ধতিতে কাজ করে। তরলের প্রতিসরাঙ্ক মাপতে এটা বিশেষ উপযোগী। এই যন্ত্রে ফ্লিন্ট কাঁচের দুটি অনুরূপ লম্বা সমকোণী প্রিজম $P_1$ ও $P_2$ এমন ভাবে নেওয়া হয় যাতে তাদের অতিভুজ দুটি পরস্পর সংলগ্ন হয় এবং সমবায়টি একটি আয়তাকার ফলকে পরিণত হয়। সমবায়টি একটি পাটাতনের সঙ্গে দৃঢ়ভাবে যুক্ত। এই পাটাতনটি একটি অনুভূমিক অক্ষের সাপেক্ষে ঘোরানো যায়। পাটাতনের সঙ্গে দৃঢ়ভাবে যুক্ত একটি সূচক $H$ একটি বৃত্তাকার স্কেল $S$ এর উপর চল্‌তে পারে (Fig. 8.43)। দুটি প্রিজমের অতিভুজ দুটির মধ্যে তরলটি নেওয়া হয়।

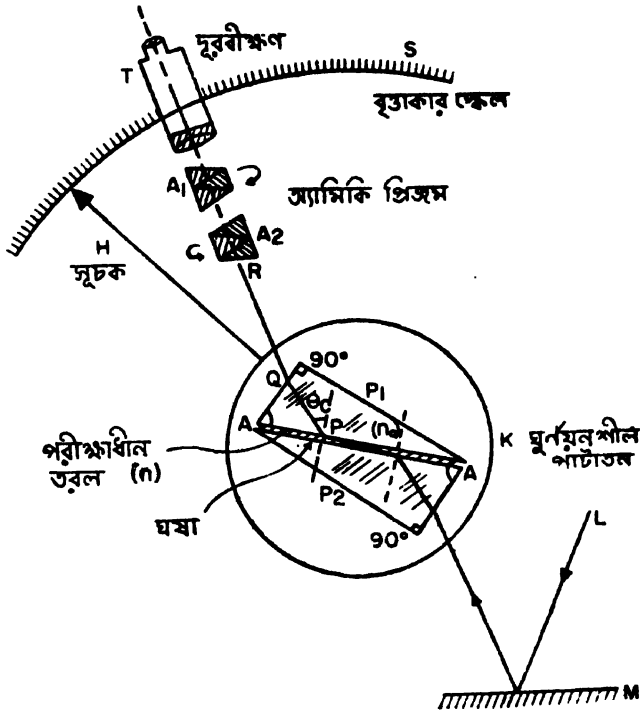



Fig. 8.43 অ্যাবের যন্ত্র।

নীচের প্রিজম $P_2$ র অতিভুজ তলটি ঘষা। আলোর উৎস থেকে আলো $M$ দর্পণে প্রতিফলিত হয়ে এই অতিভুজ তলটির উপর পড়ে এবং এই তলটি আলোর উৎসে পরিণত হয়। $P_1$ প্রিজমটি বহিরাপতন পদ্ধতির মূল প্রিজম। নির্গত রশ্মিকে দূরবীক্ষণ $T$ তে দেখা হয়। ঘুর্ণয়নশীল পাটাতনটি ঘুরাতে থাকলে এক সময় দূরবীক্ষণের দৃষ্টির ক্ষেত্রে অন্ধকার ও আলোকিত অংশের

বিভেদরেখাটি উপস্থিত হবে। তখন $P_1$ প্রিজম থেকে নির্গত রশ্মি $QR$, $Q$ বিন্দুতে অভিলম্বের সঙ্গে $I$ কোণ করবে। অ্যাবের পদ্ধতিতে সাদা আলো ব্যবহার করা হয়। ফলে তরল ও প্রিজমে বিচ্ছুরণের জন্য নির্গত রশ্মিতে বর্ণালী দেখা যায়। এই বর্ণালী সংশোধন করার জন্য দুটি অ্যামিকি প্রিজম $A_1$ ও $A_2$ ব্যবহার করা হয়। $QR$ অক্ষের সাপেক্ষে $A_1$ ও $A_2$ কে পরস্পরের বিপরীত দিকে ঘুরিয়ে দূরবীক্ষণে যে আলো পৌঁছেছে তাকে বর্ণালীবিহীন করা হয়। বৃত্তাকার স্কেলটিতে সূচকের অবস্থান থেকে সরাসরি প্রতিসরাঙ্কের মান পাওয়া যায়।

### 8.6.2 বর্ণালীবীক্ষণ, বর্ণালী চিত্রগ্রাহক ও একবর্ণ নির্বাচক (Spectroscopes, spectrographs & monochromators)

এ ধরনের সমস্ত যন্ত্রেই একটি বিচ্ছুরক থাকে। বিচ্ছুরকটি একটি প্রিজম হতে পারে, একসারি প্রিজম হতে পারে বা একটি অপবর্তন গ্রেটিং (diffraction grating) ও হতে পারে। যে সমস্ত যন্ত্রে শুধু প্রিজম ব্যবহার করা হয় আমরা তাদের কথাই আলোচনা করব। Fig. 8.44 এ এধরনের যন্ত্রের সাধারণ কাঠামো কি রকম হয় তা দেখানো হয়েছে। স্লিটটি একটি ঘনীভবকের সাহায্যে আলোকিত করা হয়। প্রিজমের মধ্য দিয়ে যখন আলোক রশ্মি যায় তখন তার বিচ্যুতি ঘটে। এই বিচ্যুতি আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ও আপতন কোণের উপর নির্ভরশীল। বিচ্যুতি তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভরশীল

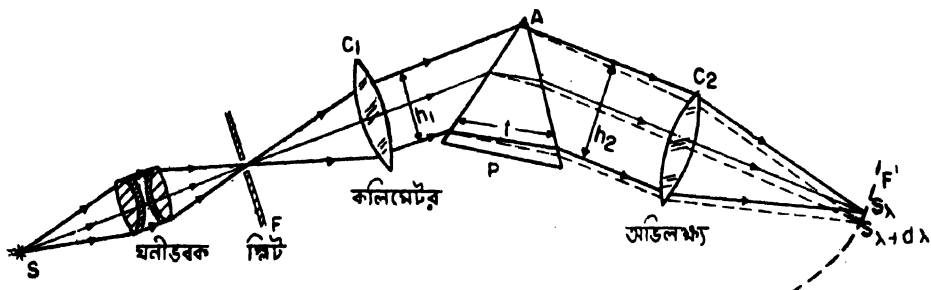



Fig. 8.44

বলে বিচ্ছুরণ হবে। একই তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সব আলোকরশ্মির ক্ষেত্রেই যাতে বিচ্যুতি এক হয় সেজন্য একই তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সব রশ্মিকে কলিমেটরের (collimator) সাহায্যে এক আপতন কোণে প্রিজমের

উপর ফেলা হয়। স্লিট $F$ প্রিজমের প্রতিসারক বাহু (refracting edge) $A$ এর সমান্তরাল। নির্গত রশ্মিকে অভিলক্ষ্য $C_2$ র সাহায্যে দ্বিতীয় ফোকাস তল $F'$ ফোকাস্ করলে বর্ণালী পাওয়া যায়। $F'$ এ একটি অভিনেত্র বসালে যন্ত্রটি হল **বর্ণালীবীক্ষণ** (Spectroscope)। তখন চোখ হল অবেক্ষক। $F'$ এ যদি ফটোগ্রাফিকপ্লেট রেখে বর্ণালীর ছবি তোলা হয় তবে যন্ত্রটি হবে **বর্ণালী চিত্রগ্রাহক** (Spectrograph)। আর যদি $F'$ তলের উপর আর একটি স্লিট বসিয়ে বর্ণালীর একটি সরু একবর্ণ অংশকে পৃথক করে নিয়ে ব্যবহার করা হয় তবে যন্ত্রটি হবে **একবর্ণ নির্বাচক** (Monochromator)।

**বিশ্লেষণ ক্ষমতা :** প্রতিটি একবর্ণ আলোর জন্য $F'$ তলে স্লিটের প্রতিবিম্ব পাওয়া যাবে। এই প্রতিবিম্বের বেধ স্লিটের বেধের উপর নির্ভরশীল। ধরা যাক, $\lambda$ ও $\lambda+\triangle\lambda$ এই দুটি তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলোর জন্য স্লিটের দুটি প্রতিবিম্ব $F'$ তলে হয়েছে। তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অন্তর $\triangle\lambda$ যদি বেশী হয় তবে প্রতিবিম্ব দুটিকে পৃথকভাবে দেখা যাবে। যদি এই অন্তর $d\lambda$ হলে প্রতিবিম্ব দুটি বিশ্লিষ্ট (resolved) হয় কিন্তু $d\lambda$ এর কম হলে প্রতিবিম্ব দুটিকে পৃথকভাবে না বোঝা যায়, তবে

$$R=\frac{\lambda}{d\lambda} \tag{8.29}$$

এই অনুপাতকে ঐ বীক্ষণযন্ত্রের **বিশ্লেষণ ক্ষমতা** (Resolving power) বলে। বিশ্লেষণ ক্ষমতা সীমিত হয় দুটি কারণে, অপবর্তনের জন্য ও স্লিটের বেধের জন্য। প্রথমে অপবর্তনের কথা ধরা যাক। প্রিজমের ক্ষেত্রে প্রিজমটি একটি আয়তাকার প্রনেত্রর মত কাজ করবে। এক্ষেত্রে যদি প্রনেত্রর উন্মেষ $2\rho$ হয় তবে অপবর্তনের জন্য বিশ্লেষণ সীমা হবে

$$\epsilon_0=\lambda/2\rho \tag{8.30}$$

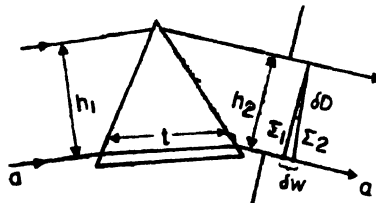



Fig. 8.45

[ বৃত্তাকার প্রনেত্রের ক্ষেত্রে আমরা দেখেছি $\epsilon_0\times 2\rho=K\lambda$ যেখানে $K=1.22$। আয়তাকার প্রনেত্রর ক্ষেত্রে $K=1$ ] যদি দুটি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য

$\lambda$ ও $\lambda+\delta\lambda$র জন্য বিচ্যুতির অন্তর হয় $\delta D$ তবে বিশ্লেষণের সর্ত হল

$$\delta D \geqslant \epsilon_0 \tag{8.31}$$

$$\delta D = \frac{dD}{d\lambda}\,\delta\lambda = \frac{dD}{dn}\,\frac{dn}{d\lambda}\,\delta\lambda$$

ধরা যাক, ঐ দুটি তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের জন্য নির্গত তরঙ্গফ্রন্টদ্বয় হল $\Sigma_1$ ও $\Sigma_2$ ফার্মাটের সূত্রানুসারে,

$t\delta n = \delta W =$ দুটি তরঙ্গফ্রন্টের মধ্যে $a$ রশ্মিতে আলোক পথের দূরত্ব $= h_2\delta D$

অতএব $\dfrac{dD}{dn} = t/h_2$

এবং $\delta D = \dfrac{t}{h_2}\,\dfrac{dn}{d\lambda}\,\delta\lambda$

কাজেই বিশ্লেষণের সর্ত হল, $\dfrac{t}{h_2}\,\dfrac{dn}{d\lambda}\,\delta\lambda \geqslant \dfrac{\lambda}{h_2}$ $\qquad (h_2 = 2\rho)$

অতএব বিশ্লেষণ ক্ষমতা $R = \dfrac{\lambda}{d\lambda} = t\,\dfrac{dn}{d\lambda}$ (8.32)

আমরা স্লিটের বেধের কথাটা ধরিনি। যদি স্লিটটি আগম নেত্রে $\epsilon_1$ কোণ করে এবং তার প্রতিবিম্ব ( তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\lambda$ ) নির্গম নেত্রে $\epsilon_2$ কোণ করে, তবে বিশ্লেষণের সর্তকে সংশোধিত করে লেখা যায়

$$\frac{t}{h_2}\,\frac{dn}{d\lambda}\,\delta\lambda \geqslant \epsilon_0 + \epsilon_2$$

$$\geqslant \frac{\lambda}{h_2} + \epsilon_2$$

$$\geqslant \frac{\lambda + h_2\epsilon_2}{h_2}$$

অতএব কার্যকর বিশ্লেষণ ক্ষমতা $S = \dfrac{\lambda}{d\lambda} = t\,\dfrac{dn}{d\lambda}\,\dfrac{\lambda}{h_2\epsilon_2 + \lambda} = R\,\dfrac{\lambda}{h_2\epsilon_2 + \lambda}$ (8.33)

আগম নেত্রের উন্মেষ $h_1$ হলে, $h_1\epsilon_1 = h_2\epsilon_2$, কাজেই

$$S = R\,\frac{\lambda}{h_1\epsilon_1 + \lambda} \tag{8.34}$$

অতএব, এ ধরণের যন্ত্রে বিশ্লেষণ ক্ষমতা বাড়াতে গেলে

(i) $t$ বড় নিতে হবে,

(ii) $h_1$ ছোট করতে হবে,

(iii) $\epsilon_1$ ছোট করতে হবে, অর্থাৎ স্লিট সরু নিতে হবে।

(iv) এমন মাধ্যম নিতে হবে যার $\frac{dn}{d\lambda}$ বেশী।

(i) এবং (ii) এর সম্মিলিত তাৎপর্য হল, প্রিজমের প্রতিসরণ কোণটি যেন যতদূর সম্ভব বড় হয়। শুধু $t$ বড় নিতে হবে এই ধারণাটিই কিন্তু সাধারণভাবে প্রচলিত। ধারণাটি সঠিক নয়।

**উদাহরণ :** ধরা যাক প্রিজমটির ভুজ 10 cm, প্রতিসরণ কোণ 60° এবং $\lambda = 5700\text{A}^\circ$ এ $\frac{dn}{d\lambda}$ হল 1090। স্লিটের বেধ 10 মাইক্রন এবং এটি 25 cm ফোকাস দৈর্ঘ্যের একটি কলিমেটর লেন্সের ফোকাস্ তলে অবস্থিত।

তাহলে $R = 10 \times 1090 = 10.9 \times 10^3$

এক্ষেত্রে $h_1 = 5.65$ cm. $\epsilon_1 = \frac{10}{25} \times 10^{-4}$ cm $= .4 \times 10^{-4}$

কাজেই $S = 10.9 \times 10^3 \times \frac{0.57 \times 10^{-4}}{5.65 \times 0.4 \times 10^{-4} + 0.57 \times 10^{-4}}$
$= 7.8 \times 10^3$

দেখা যাচ্ছে যে স্লিটের বেধের জন্য বিশ্লেষণ ক্ষমতা অনেক কমে গেছে।

**বর্ণালীরেখের বক্রতা** (curvature of spectral lines)

বর্ণালীবীক্ষণ বা একবর্ণ নির্বাচকের স্লিটের মধ্যবিন্দু থেকে নির্গত আলোকরশ্মি কলিমিত (collimated) হয়ে প্রিজমের মুখ্য ছেদের (principal section) সমান্তরাল ভাবে প্রিজমে আপতিত হয়। স্লিটের অন্য বিন্দু থেকে কলিমিত আলোকগুচ্ছ মুখ্য ছেদের সমান্তরাল হবে না। কাজেই এদের প্রিজমে আপতন কোণ মধ্যবিন্দু থেকে আগত আলোর আপতন কোণ অপেক্ষা বেশী হবে। প্রিজমটি যদি ন্যূনতম চ্যুতির অবস্থায় থাকে তবে মধ্যবর্তী বিন্দু হতে আগত আলোর জন্য বিচ্যুতি ন্যূনতম হবে। অন্য যে কোন বিন্দু হতে আগত আলোকরশ্মির ক্ষেত্রে আপতন কোণ বড় সুতরাং বিচ্যুতি মধ্যবর্তী বিন্দুর রশ্মি অপেক্ষা বেশী হবে। সুতরাং স্লিটের প্রতিবিম্বে মধ্যবিন্দু

থেকে অন্যান্য বিন্দুগুলি বেশী সরে যাবে। স্লিটটি সরল রেখা হলে, তার প্রতিবিম্ব বক্র হবে।

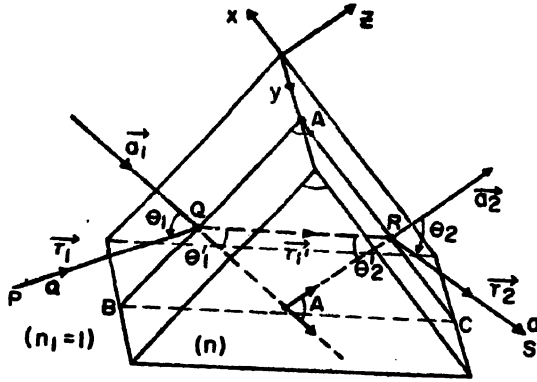



Fig. 8.46

ধরা যাক, প্রতিসারক তলগুলির অভিলম্বের দিকে ভেক্টর একক (unit vectors) যথাক্রমে $\mathbf{a}_1$ ও $\mathbf{a}_2$ এবং আলোকরশ্মির আপতিত অংশ, প্রিজমের মধ্যের অংশ ও নির্গত অংশের দিকে ভেক্টর একক যথাক্রমে $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_1'$ ও $\mathbf{r}_2$ ।

স্নেলের সূত্রানুসারে, $AB$ তলে $Q$ বিন্দুতে প্রতিসরণের ক্ষেত্রে

$$n_1 \sin\theta_1 = n \sin\theta_1' \qquad (n_1 = 1)$$

ভেক্টরের সাহায্যে লিখলে

$$n_1\, \mathbf{r}_1 \times \mathbf{a}_1 = n\, \mathbf{r}_1' \times \mathbf{a}_1$$

বা $$n_1\, \mathbf{a}_1 \times (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{a}_1) = n\, \mathbf{a}_1 \times (\mathbf{r}_1' \times \mathbf{a}_1)$$

অথবা, $$n_1 [\, \mathbf{r}_1 - (\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{r}_1)\mathbf{a}_1 \,] = n [\, \mathbf{r}_1' - (\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{r}_1')\mathbf{a}_1 \,]$$

সুতরাং $$n\, \mathbf{r}_1' = n_1 \mathbf{r}_1 + \mathbf{a}_1 (n \cos\theta_1' - n_1 \cos\theta_1) \qquad (8.35)$$

$$= \mathbf{r}_1 + \mathbf{a}_1 (n \cos\theta_1' - \cos\theta_1) \quad \text{যেহেতু } n_1 = 1$$

$$= \mathbf{r}_1 + k_1\, \mathbf{a}_1 \qquad (8.36a)$$

অনুরূপভাবে $R$ বিন্দুতে প্রতিসরণের জন্য

$$\mathbf{r}_2 = n\, \mathbf{r}_1' + k_2\, \mathbf{a}_2 \qquad (8.36\,b)$$

যেখানে $k_1 = n \cos\theta_1' - \cos\theta_1$
এবং $k_2 = \cos\theta_2 - n \cos\theta_2'$ $\Big\}$ (8.37)

(8.36 *a*) ও (8.36 *b*) থেকে

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1 + k_1 \mathbf{a}_1 + k_2 \mathbf{a}_2 \tag{8.38}$$

কাজেই $\mathbf{r}_2 \times \mathbf{a}_2 = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{a}_2 + k_1 \mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2$

$$= \mathbf{r}_1 \times \mathbf{a}_2 + \mathbf{e}\, k_1 \sin A \tag{8.39}$$

এখানে $\mathbf{e}$, প্রতিসারক বাহুর (refracting edge) দিকে ভেক্টর একক। ধরা যাক, $\mathbf{a}_2$-র দিকে $Z$ অক্ষ এবং e এর দিকে $Y$ অক্ষ নেওয়া হল। তাহলে

$$\mathbf{a}_1 = (-\sin A, 0, \cos A)$$

$$\mathbf{a}_2 = (0, 0, 1) \quad \text{এবং} \quad \mathbf{e} = (0, 1, 0) \tag{8.40}$$

এবং, ধরা যাক, $\mathbf{r}_1 = (l_1, m_1, n_1)$

$$\mathbf{r}_2 = (l_2, m_2, n_2)$$

সমীকরণ (8.39) থেকে (8.40) এর সাহায্যে

$$(m_2, -l_2, 0) = (m_1, -l_1, 0) + k_1 \sin A(0, 1, 0) \tag{8.41}$$

কাজেই $l_2 = l_1 - k_1 \sin A$

ও $m_2 = m_1$ (8.42)

ধরা যাক *b* রশ্মিটি (Fig. 8.47) প্রধান ছেদে অবস্থিত এবং তার প্রথম ও দ্বিতীয় তলে আপতন ও প্রতিসরণ কোণ যথাক্রমে $I_1$, $I_1'$, $I_2'$ ও $I_2$। ধরা যাক *a* রশ্মিটিও একই উল্লম্ব তলে অবস্থিত। প্রিজমে আপতিত হবার আগে *a*, *b* রশ্মির সঙ্গে $\epsilon$ কোণ করেছে। যদি *b* রশ্মির ক্ষেত্রে আপতিত অংশের দিকে ভেক্টর একক $\mathbf{b}_1$ হয় এবং নির্গত রশ্মির ক্ষেত্রে ভেক্টর একক $\mathbf{b}_2$ হয়, তবে

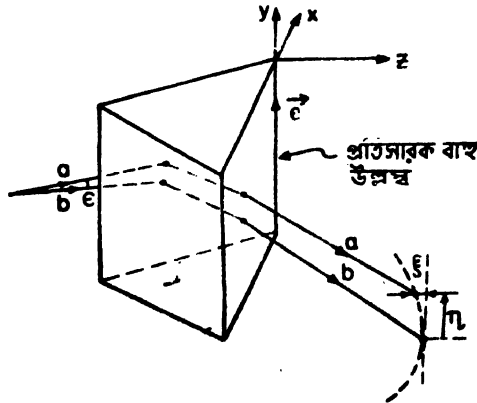



Fig. 8.47

$$\mathbf{b}_1 = (\sin (I_1 - A), 0, \cos (I_1 - A)) \tag{8.43}$$

এবং $\mathbf{b}_2 = (-\sin I_2, 0, \cos I_2)$

সুতরাং $a$ রশ্মির ক্ষেত্রে,

$$\mathbf{r}_1 = (l_1, m_1, n_1)$$
$$\simeq([1-\epsilon^2/2]\sin(I_1 - A),\ \epsilon,\ [1-\epsilon^2/2]\cos(I_1 - A)) \quad (8.44)$$

$b$ রশ্মিটি প্রধান ছেদে। তার নিকটবর্তী, প্রধান ছেদের বাইরে আর একটি রশ্মি $a$। $a$ রশ্মির আপতিত অংশ $\mathbf{r}_1$ পাওয়া গেল। এবার নির্গত অংশ $\mathbf{r}_2$ নির্ণয় করা যাক। এর জন্য $l_2$ ও $m_2$-র মান নির্ণয় করতে হবে।

সমীকরণ (8.42) থেকে দেখা যাচ্ছে, আমরা $m_2$ র মান পেয়ে গেছি,

$$m_2 = m_1 = \epsilon \quad (8.45)$$

$l_2$-র মান নির্ণয় করতে গেলে $k_1 = (n\cos\theta_1' - \cos\theta_1)$ কত জানতে হবে।

$$\cos\theta_1 = \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{a}_1 = (1-\epsilon^2/2)\,[\sin(I_1 - a)\,(-\sin A) + \cos(I_1 - A)\cos A]$$
$$= (1-\epsilon^2/2)\cos I_1 \quad (8.46)$$

স্নেলের সূত্র থেকে

$$n\sin\theta_1' = \sin\theta_1$$
$$n^2\cos^2\theta_1' = n^2 - \sin^2\theta_1$$

$$\text{সুতরাং}\quad n\cos\theta_1' = n\left(1 - \frac{\sin^2\theta_1}{n^2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (8.47)$$

সমীকরণ (8.46) থেকে,

$$\cos^2\theta_1 = (1-\epsilon^2/2)^2\cos^2 I_1 \simeq (1-\epsilon^2)\cos^2 I_1$$
$$\sin^2\theta_1 = 1-(1-\epsilon^2)\cos^2 I_1 = \sin^2 I_1 + \epsilon^2\cos^2 I_1$$
$$1 - \frac{\sin^2\theta_1}{n^2} = 1 - \frac{\sin^2 I_1}{n^2} - \frac{\epsilon^2\cos^2 I_1}{n^2} = \cos^2 I_1' - \frac{\epsilon^2\cos^2 I_1}{n^2}$$

কেননা $\sin I_1 = n\sin I_1'$

$$\text{সুতরাং}\ n\cos\theta_1' = n\cos I_1'\left(1 - \frac{\epsilon^2\cos^2 I_1}{2n^2\cos^2 I_1'}\right) \quad (8.48)$$

$$\text{কাজেই}\quad k_1 = (n\cos I_1' - \cos I_1) - \frac{\epsilon^2\cos I_1}{2n\cos I_1'}\,(\cos I_1 - n\cos I_1')$$

$$= (n\cos I_1' - \cos I_1)\left(1 + \frac{\epsilon^2\cos I_1}{2n\cos I_1'}\right) \quad (8.49)$$

অতএব $l_2 = l_1 - k_1 \sin A$

$$= [\sin(I_1 - A) - \sin A\,(n \cos I_1' - \cos I_1)] - \frac{\epsilon^2}{2}\left[\sin(I_1 - A) + \frac{I_1(n \cos I_1' - \cos I_1)\sin A}{n \cos I_1'}\right]$$

যখন $\epsilon = 0$ তখন $r_2$ রশ্মি $b_2$ রশ্মির সঙ্গে এক হয়ে যাবে। অর্থাৎ $l_2(\epsilon = 0) = -\sin I_2 = \sin(I_1 - A) - \sin A\,(n \cos I_1' - \cos I_1)$

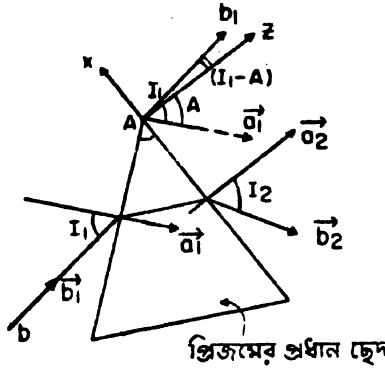



Fig. 8.48

অতএব $l_2 = -\sin I_2 - \frac{\epsilon^2}{2}\left[-\sin I_2 + \sin A(n \cos I_1' - \cos I_1) + \frac{\cos I_1(n \cos I_1' - \cos I_1)}{n \cos I_1'}\right]$

$$= -\sin I_2 + \frac{\epsilon^2}{2}\left[\sin I_2 - \frac{\sin A(n^2 \cos^2 I_1' - \cos^2 I_1)}{n \cos I_1'}\right]$$

$$= -\sin I_2 + \frac{\epsilon^2}{2}\left[\sin I_2 - \frac{\sin A\,(n^2 - 1)}{n \cos I_1'}\right] \tag{8.50}$$

দেখা যাচ্ছে $b_2$ যে উল্লম্ব তলে অবস্থিত, $r_2$ সেই তলে অবস্থিত নয়। ধরা যাক, দুটি তলের মধ্যে কোণ হল $\alpha^2$, অর্থাৎ $r_2$, $(yz)$ তলের সঙ্গে $I_2 + \alpha^2$ কোণ করেছে। তাহলে,

$$r_2 = (-[1 - \epsilon^2/2] \sin(I_2 + \alpha^2), \epsilon, [1 - \epsilon^2/2] \cos(I_2 + \alpha^2)) \tag{8.51}$$

সমীকরণ (8.51) থেকে,

$$I_2 = -(1-\epsilon^2/2)\sin(I_2+\alpha^2)$$
$$\simeq -(1-\epsilon^2/2)(\sin I_2+\alpha^2\cos I_2) \qquad (\alpha^2 \text{ খুব ছোট বলে})$$
$$= -\sin I_2+\frac{\epsilon^2}{2}\left(\sin I_2-\frac{2\alpha^2}{\epsilon^2}\cos I_2\right) \tag{8.52}$$

(8.50) ও (8.52) তুলনা করলে,

$$\frac{2\alpha^2}{\epsilon^2}\cos I_2=\frac{\sin A(n^2-1)}{n\cos I_1'}$$

বা, $$\alpha^2=\frac{\epsilon^2\sin A\,(n^2-1)}{2n\cos I_1'\cos I_2} \tag{8.53}$$

যদি ক্যামেরার ফোকাসদৈর্ঘ্য $f$ হয়, তবে

$$\left.\begin{aligned}\xi&=f\alpha^2=\tfrac{1}{2}\cdot\frac{\sin A\,(n^2-1)}{nf\cos I_1'\cos I_2}(f\epsilon)^2\\ \text{এবং}\quad \eta&=f\epsilon\end{aligned}\right\} \tag{8.54}$$

দেখা যাচ্ছে $\xi \propto \eta^2$। সুতরাং বর্ণালী রেখটি বক্র (Fig. 8.49) এবং অধি-বৃত্তাকার যার শীর্ষবিন্দুতে বক্রতা হল

$$\frac{1}{\rho}=\frac{\sin A\,(n^2-1)}{nf\cos I_1'\cos I_2} \tag{8.55}$$

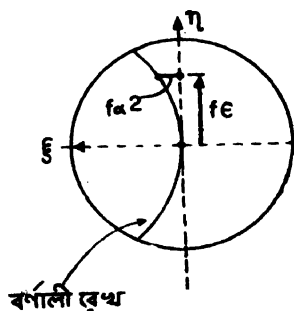



Fig. 8.49

প্রিজমে প্রায় সবসময়েই ন্যূনতম চ্যুতির অবস্থায় কাজ করতে হয়
ন্যূনতম চ্যুতিতে, $I_1'=I_2'=A/2$

এবং $I_1=I_2$

কাজেই $$\frac{1}{\rho}=\frac{2(n^2-1)\tan I_1}{n^2f} \tag{8.56}$$

প্রাথমিক স্লিটটিতে যদি কোন বক্রতা না থাকে তবে বর্ণালীরেখগুলি বক্র হবে। এটা সংশোধন করার জন্য বর্ণালীবীক্ষণ বা বর্ণালী চিত্রগ্রাহক যন্ত্রের

(b) আলোক নিরুদ্ধ ক্যামেরা

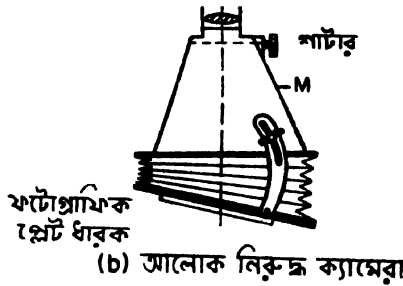
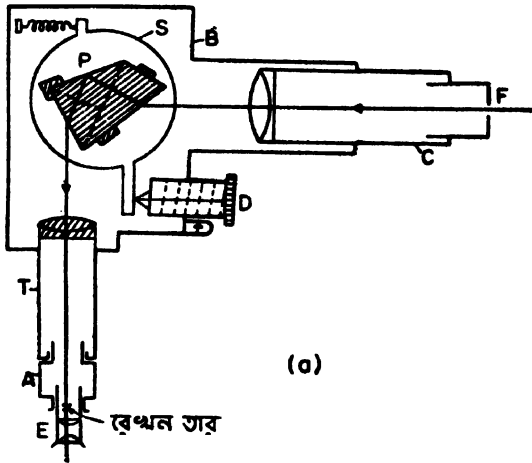



Fig. 8.50

প্রাথমিক স্লিটে উল্টোদিকে প্রয়োজনীয় বক্রতা দেওয়া হয় যাতে বর্ণালীরেখগুলি সরলরেখা হয়। একবর্ণ নির্বাচকে প্রাথমিক স্লিটটিতে কোনরকম সংশোধন না করে যে স্লিটটি দিয়ে প্রয়োজনীয় তরঙ্গদৈর্ঘ্যকে আলাদা করে নেওয়া হয় সেটাকে বক্র করা হয়, যাতে ঐ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো বাধাপ্রাপ্ত হয়ে কমে না যায়।

**স্থির বিচ্যুতি বর্ণালী চিত্রগ্রাহক ও একবর্ণ নির্বাচক (constant deviation spectrographs and monochromators)**

এ ধরনের যন্ত্রে সাধারণ প্রিজমের জায়গায় একটি স্থির বিচ্যুতি প্রিজম বা প্রিজম ও দর্পণের কোন স্থির বিচ্যুতি সমবায় ব্যবহার করা হয়। Fig. 8.50

তে কলিমিটার $C$ এবং দূরবীক্ষণ $T$ একটি স্ট্যাণ্ডের সঙ্গে দৃঢ়ভাবে সংযুক্ত। পলিন ব্রোকা প্রিজম ব্যবহার করলে কলিমেটার অক্ষ ও দূরবীক্ষণের অক্ষ সমকোণে রাখা যায় কেননা এখানে স্থির বিচ্যুতি 90°। স্থির বিচ্যুতি প্রিজমটি একটি পাটাতন $S$ এর উপর রাখা হয়। পাটাতনটি একটি ড্রাম $D$ ঘুরিয়ে আস্তে আস্তে ঘোরানো যায়। ড্রামটিকে পেঁচিয়ে একটি স্কেল থাকে, যেটা থেকে রেখন তারের উপর অবস্থিত বর্ণালী রেখের তরঙ্গদৈর্ঘ্য সরাসরি পাওয়া যায়। যদি বর্ণালী চিত্রগ্রাহক হিসাবে এটাকে ব্যবহার করতে হয় তবে $A$ অংশটি সরিয়ে সেখানে একটি আলোক নিরুদ্ধ ক্যামেরা $M$ ব্যবহার করতে হয়। একবর্ণ নির্বাচক হিসাবে ব্যবহার করতে গেলে $A$ অংশটি সরিয়ে একটি নিয়ন্ত্রণযোগ্য (adjustable) স্লিট বসাতে হয়। একবর্ণ নির্বাচকে ঠিকরে আসা আলোর (stray light) সমস্যাটির দিকে বিশেষভাবে নজর দিতে হয়। এজন্য প্রয়োজন হলে যুগ্ম একবর্ণ নির্বাচকও (double monochromators) ব্যবহার করা হয়ে থাকে।

# প্রশ্নাবলী (Questions)

## পরিচ্ছেদ 1

1-1 একটি লোক একটি চতুষ্কোণ ঘরের ঠিক মাঝখানে দাঁড়িয়ে আছে। সামনের দেওয়ালে একটি আয়না টাঙানো আছে। পিছনের দেওয়ালের উচ্চতা 5 মিটার। আয়নাটির দৈর্ঘ্য কমপক্ষে কত হলে সে পিছনের দেওয়ালের উপর থেকে নীচ পর্যন্ত পুরোটা দেখতে পাবে ?

1-2 জলের তল থেকে 2.0 মিটার নীচে একটি ছোট মাছ ভাসছে। মাছের চোখে জলের তলটি একটি ছিদ্রযুক্ত দর্পণের মত প্রতিভাত হবে। এই ছিদ্রের ব্যাস কত ? জলের প্রতিসরাঙ্ক 1.33।

1-3 আলোক পথ কাকে বলে ? একটি 1.0 cm পুরু কাঁচের সমান্তরাল ফলকের মধ্য দিয়ে একটি আলোকরশ্মি লম্বভাবে যাচ্ছে। কাঁচের প্রতিসরাঙ্ক 1.50। রশ্মিটি লম্বভাবে না হয়ে $10^\circ$ কোণে আপতিত হলে ফলকের ভিতরে আলোকরশ্মির আলোকপথ কতটুকু বৃদ্ধি পাবে ?

1-4 একটি কাঁচের গোলকের ব্যাস 10 cm, প্রতিসরাঙ্ক 1.50। ঐ গোলকের তলের উপরে কোন বিন্দু $A$ থেকে কেন্দ্রের মধ্য দিয়ে $A$ বিন্দু থেকে 20 cm দূরে অবস্থিত $B$ পর্যন্ত একটি আলোকরশ্মি গিয়েছে। $A$ ও $B$ বিন্দুর মধ্যে কাছাকাছি আরোও কয়েকটি সম্ভাব্য পথ নিয়ে তাদের আলোকপথ মেপে এই রশ্মির ক্ষেত্রে আলোকপথ চরম কি অবম তা নির্ণয় কর। এইবার মনে কর কাঁচের গোলকের বদলে $A$ বিন্দুটি 1.5 প্রতিসরাঙ্কের কাঁচের মাধ্যমে রয়েছে এবং $B$ বিন্দুটি বায়ুতে রয়েছে। জ্যামিতিক অঙ্কনের সাহায্যে এই দুই বিন্দুর সাপেক্ষে যে কোন একটি অ্যাপ্লানাটিক তল নির্ণয় কর। দেখাও যে $A$ ও $B$র মধ্যে সব আলোকরশ্মির ক্ষেত্রেই এই অ্যাপ্লানাটিক তলে প্রতিসরণের সূত্রটি সিদ্ধ হবে।

1-5 একটি গোলকের ব্যাস $2r$। গোলকটি কাঁচের, প্রতিসরাঙ্ক $n$। গোলকটি বায়ুতে অবস্থিত। প্রমাণ কর যে, গোলীয় তলে প্রতিসরণের ক্ষেত্রে অ্যাপ্লানাটিক বিন্দুদ্বয় কেন্দ্র হতে $r/n$ ও $nr$ দূরত্বে অবস্থিত।

1-6 একটি নদী 1 কিলোমিটার চওড়া। একটি লোক জলে সাঁতার দিয়ে ঘণ্টায় 2 কিলোমিটার যায় এবং স্থলে ঘণ্টায় 6 কিলোমিটার দৌড়াতে

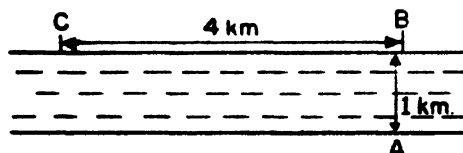



Fig. 1

পারে। এপারের একটি বিন্দু $A$ হতে অপর পারের বিপরীত বিন্দু $B$ থেকে পার বরাবর 4 কিলোমিটার দূরে $C$ বিন্দুতে (Fig. 1) লোকটিকে যেতে হবে। $A$ থেকে $C$ তে যেতে লোকটির ন্যূনতম কত সময় লাগবে ?

1-7 প্রশ্ন 1-4 এতে ধরা যাক $AB$ রশ্মিটি গোলককে $C$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। $A$ ও $B$ বিন্দুর সাপেক্ষে যে অ্যাপ্লানাটিক তলটি গোলককে অক্ষবিন্দু $C$ তে স্পর্শ করেছে তার মোটামুটি আকৃতি অঙ্কনের সাহায্যে নির্ণয় কর।

1-8 একটি কাঁচের প্রিজমের প্রতিসারক কোণ 60° এবং প্রতিসরাঙ্ক 1.6। সমান্তরাল আলোকরশ্মিগুচ্ছ প্রথম তলে 20° কোণে আপতিত হয়েছে। হাইগেনের পদ্ধতি ও মেলাসের উপপাদ্যের সাহায্যে প্রিজম থেকে আলোকরশ্মি কিভাবে নির্গত হচ্ছে তা নির্ণয় কর।

## পরিচ্ছেদ 2

2-1 দুটি সমতল দর্পণ পরস্পরের সঙ্গে সমকোণে আনত। প্রমাণ কর যে, দুটি দর্পণের অন্তর্গত কোণের দিকে তাকালে কেবলমাত্র একটি চোখই দর্পণে দেখা যাবে এবং দুটি চোখের মধ্যে যদি একটিকে বন্ধ করা যায় তবে দর্পণে ঐ বন্ধ চোখটিকেই দেখা যাবে ?

2-2 Fig. 2 তে একটি প্রিজম ও দর্পণের সমবায় দেখানো হয়েছে। এটি ওয়াড্‌সওয়ার্থ (Wadsworth) সমবায় নামে পরিচিত। প্রিজমের ন্যূনতম চ্যুতিতে মোট বিচ্যুতি $\delta$ কিভাবে প্রতিসারক কোণের দ্বিখণ্ডক

তলের সঙ্গে দর্পণের তলের অন্তর্গত কোণ $\alpha$র উপর নির্ভর করে? $\alpha = 45°$ হলে $\delta$ কত? এই সমবায়টিকে কি স্থির-বিচ্যুতি সমবায়

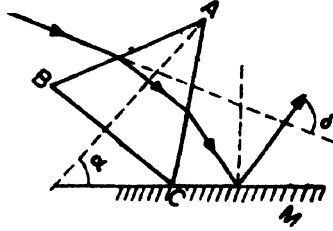



Fig. 2 ওয়াড্‌স্‌ওয়ার্থ সমবায়।

হিসাবে ব্যবহার করা যাবে।

2-3 কাঁচের পাতলা সমান্তরাল ফলক দিয়ে তৈরী একটি ফাঁপা 60° প্রিজম্ বেনজিন্ (Benzene) দিয়ে ভর্তি করা হল। বেনজিনের প্রতিসরাঙ্ক 1.5012। ন্যূনতম চ্যুতি নির্ণয় কর।

2-4 প্রমাণ কর যে, কোন প্রিজমের প্রতিসারক কোণ ঐ মাধ্যমের সংকট কোণের দ্বিগুণের বেশী হলে আলো প্রিজমের মধ্য দিয়ে যেতে পারবে না।

2-5 প্রমাণ কর যে, প্রিজমে আপতিত আলোকরশ্মিগুচ্ছের আপতন কোণ বৃদ্ধি করলে প্রিজম থেকে নির্গত আলোকগুচ্ছ অধিকতর সমান্তরালমুখী হবে।

2-6 একটি অর্ধগোলীয় (hemispherical) খালি বাটির ভিতরে একটি গোল চাকৃতি অনুভূমিক ভাবে পড়ে রয়েছে। বাটির কিনারও অনুভূমিক। দর্শকের চোখ এমন জায়গায় অবস্থিত যে চাকৃতিটা একটুর জন্য দেখা যাচ্ছে না।

চোখ একই জায়গায় রেখে বাটিটা তারপিন্ তেল দিয়ে ভরতে ভরতে যখন পুরোটা ভর্তি হল তখনই কেবল পুরো চাকতিটা দেখা গেল। তারপিনের প্রতিসরাঙ্ক 1.472 এবং বাটির ব্যাস 10 cm। চাকৃতির ব্যাস কত?

2-7 দুটি সমান্তরাল রশ্মি বায়ুতে ($n_0 = 1$) যাচ্ছে। একটি রশ্মির পথে ফ্লোরাইটের একটি সমান্তরাল ফলক এমন ভাবে রাখ্‌লাম যাতে আলো ঐ ফলকের উপর লম্বভাবে পড়ে। ফ্লোরাইটের প্রতিসরাঙ্ক 1.434। সমান্তরাল ফলকের জন্য দুটি রশ্মির মধ্যে আলোক পথের অন্তর (opti-

cal path difference) 0.868 cm হলে ফলকের বেধ কত ? রশ্মির সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত একটি অক্ষের সাপেক্ষে ফলকটিকে 30° ঘোরানো হল। এবার রশ্মি দুটির মধ্যে আলোক পথের অন্তর কত হবে ? ফলকটির মধ্য দিয়ে যে রশ্মিটি গিয়েছে তার পার্শ্বসরণই বা কত হবে ?

**2-8** ক্রাউন কাঁচের প্রতিসরাঙ্ক $n=1.523$। 5°, 10°, 15°, 20°, 25° ও 30° প্রতিসারক কোণের কতকগুলি প্রিজমের ক্ষেত্রে ন্যূনতম বিচ্যুতি কোণ নির্ণয় কর (i) সঠিক সূত্রের সাহায্যে এবং (ii) $\delta=(n-1)A$ এই সূত্রের সাহায্যে। এখানে $A$ প্রিজমের প্রতিসারক কোণ।

## পরিচ্ছেদ 3.

**3-1** একটি পাতলা লেন্সের বাঁ দিকে, আলোক বিন্দু থেকে 25 cm দূরে অক্ষের উপর একটি 3 cm লম্বা সরল রৈখিক অভিলম্ব লম্বভাবে দণ্ডায়মান। নীচের লেন্সগুলির জন্য তাদের প্রতিবিম্বের অবস্থান ও বিবর্ধন নির্ণয় কর। লেন্সের বেধ 0.5 cm, লেন্স মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক $n=1.5$, প্রথম ও দ্বিতীয় তলের বক্রতা যথাক্রমে $c_1$ ও $c_2$।

(i) $c_1=+0.05$, $c_2=-0.10$
(ii) $c_1=-0.05$, $c_2=+0.10$
(iii) $c_1=+0.05$, $c_2=+0.10$
(iv) $c_1=-0.05$, $c_2=-0.10$

**3-2** প্রশ্ন 3-1 এর লেন্সগুলির ক্ষেত্রে বক্রতা একই রেখে যদি বেধ 0.5 cm থেকে বাড়িয়ে (i) 1.5 cm (ii) 15 cm বা (iii) 150 cm করা হয় তবে এই লেন্সগুলি হবে পুরু লেন্স। এই লেন্সগুলির বেলায় প্রথম মুখ্য ফোকাস্ তল থেকে −100 cm ও অক্ষ থেকে 5 cm দূরের কোন বিন্দু অভিবিম্বের প্রতিবিম্ব কোথায় হবে ?

**3-3** একটি পুরু উভ-উত্তল লেন্সের দুটি তলের বক্রতা ব্যাসার্ধ যথাক্রমে +1 cm ও −0.5 cm। লেন্সটি 2 cm পুরু ও লেন্স মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক $n=1.50$। লেন্সের মৌলিক বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। লেন্সটি অভিসারী না অপসারী ? লেন্সের বেধ 3 cm ও 5 cm করা হলে লেন্সের প্রকৃতিতে কি পরিবর্তন হবে ?

3-4 দুটি পাতলা অভিসারী লেন্সের ফোকাস্ দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 cm ও 1 cm। দুটি লেন্স সম-অক্ষ ভাবে নেওয়া হয়েছে এবং তাদের মধ্যে ব্যবধান $d$। $d$-এর মান পরপর 0.5, 1.5, 2.5, 4.0, 5.5 ও 7.0 নেওয়া হল। প্রতিটি ক্ষেত্রে সমবায়ের গাউসীয় গুণাবলী নির্ধারণ কর। এদের মধ্যে কোনটিকে অণুবীক্ষণ ও কোনটিকে দূরবীক্ষণ হিসাবে ব্যবহার করা যাবে?

3-5 একটি কাঁচের গোলকের প্রতিসরাঙ্ক 1.60 এবং ব্যাসার্ধ 5 cm। গোলকের কেন্দ্র থেকে 10 cm দূরে অবস্থিত একটি ছোট অভিবিম্বের প্রতিবিম্ব কোথায় হবে? প্রতিবিম্ব কতটুকু বিবর্ধিত হবে? এই গোলকের তলে প্রতিসরণের জন্য অ্যাপ্লানাটিক বিন্দুদ্বয় কোথায় হবে?

3-6 দুটি অনুরূপ সমতল-উত্তল লেন্সের সমতল তলগুলি পাশাপাশি রয়েছে। এবার লেন্স দুটিকে পরস্পরের কাছ থেক অক্ষ-বরাবর কিছুটা দূরে সরানো হল। প্রমাণ কর যে, লেন্স দুটি দূরে সরালে, সমবায়ের ফোকাস দৈর্ঘ্য পাশাপাশি লাগানো থাকলে যা হয় তার চেয়ে বেশী।

3-7 একটি ফ্লোরাইটের অর্ধগোলাকৃতি লেন্সের ব্যাসার্ধ 1.5 cm। লেন্সটির নোডাল বিন্দুদ্বয় নির্ণয় কর। লেন্সটির সমতল তল থেকে 1.5 cm দূরে অক্ষের উপর কোন বিন্দু অভিবিম্বের প্রতিবিম্ব কোথায় হবে? ফ্লোরাইটের প্রতিসরাঙ্ক 1.434।

3-8 একটি চৌবাচ্চার পাশের দেওয়ালে একটি গোল ছিদ্রে একটি সমতল উত্তল লেন্স বসানো আছে। লেন্সের সমতল তলটি চৌবাচ্চার ভিতরের দিকে। লেন্স মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক 1.60, লেন্সের বেধ 5 cm এবং বাইরের দিকের বক্রতলের বক্রতা 0.10। লেন্সের মৌলিক বিন্দুগুলি নির্ণয় কর (i) যখন চৌবাচ্চা খালি এবং (ii) যখন চৌবাচ্চা পুরোপুরি জলে ভর্তি। জলের প্রতিসরাঙ্ক 1.33।

3-9 একটি যৌগিক অণুবীক্ষণের অভিলক্ষ্যটি একটি সমতল উত্তল লেন্স। লেন্সটির বেধ 1.2 cm, বক্রতলের ব্যাসার্ধ 1.6 cm, প্রতিসরাঙ্ক 1.60। অভিনেত্রে রয়েছে একই রকম দুটি পাতলা লেন্স। লেন্স দুটির মধ্যে ব্যবধান 2 cm এবং প্রত্যেকটির ফোকাস্ দৈর্ঘ্য +2.5 cm। অভিলক্ষ্যের বক্রতলটি অভিনেত্রের দিকে মুখ করা এবং এই তল থেকে অভিনেত্রের প্রথম লেন্সের দূরত্ব 140 mm। যৌগিক অণুবীক্ষণটির মুখ্যবিন্দু ও ফোকাস বিন্দুদ্বয়ের অবস্থান নির্ণয় কর।

**পরিচ্ছেদ 4.**

**4-1** সাদা আলোর একটি সরু রশ্মিগুচ্ছ ক্রাউন কাঁচের একটি 60° প্রিজমের মধ্য দিয়ে নিম্নতম চ্যুতিতে ($D$ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য) গিয়েছে। $C$, $D$ ও $F$ রশ্মির জন্য কাঁচের প্রতিসরাঙ্ক যথাক্রমে 1.515, 1.517 ও 1.523। নির্গত $C$ ও $F$ রশ্মি পরস্পরের সঙ্গে কত কোণ করবে? প্রিজম থেকে কতদূরে বর্ণালীর বিস্তৃতি 10 cm হবে?

**4-2** ক্রাউন ও ফ্লিণ্ট কাঁচের দুটি প্রিজমের একটি সংলগ্ন সমবায়ে প্রতিসারক প্রান্তরেখদ্বয় (refracting edges) সমান্তরাল। ক্রাউন কাঁচের প্রিজমটির প্রতিসারক কোণ 10°। ফ্লিণ্ট কাঁচের প্রিজমটির প্রতিসারক কোণ কত হলে ($a$) সমবায়টি অবার্ণ হবে, ($b$) সমবায়ের বিচ্যুতি হবে না কিন্তু বিচ্ছুরণ হবে? ($a$) এর বেলায় বিচ্যুতি কত হবে? ($b$) এর ক্ষেত্রে $C$ ও $F$ রশ্মির মধ্যে কৌণিক ব্যবধান কত হবে? দুটি কাঁচের প্রতিসরাঙ্ক হল

| | $C$ | $D$ | $F$ |
|---|---|---|---|
| ক্রাউন | 1.515 | 1.517 | 1.523 |
| ফ্লিণ্ট | 1.650 | 1.656 | 1.667 |

**4-3** ক্রাউন কাঁচের একটি প্রিজমের ক্ষেত্রে দুটি তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda_1$ ও $\lambda_2$-র জন্য প্রতিসরাঙ্ক যথাক্রমে 1.5170 এবং 1.5234। প্রিজমটির কোণ 60°। প্রিজমটিকে $\lambda_1$ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোর জন্য ন্যূনতম চ্যুতিতে রেখে $\lambda_1$ ও $\lambda_2$ দুটিরই বিচ্যুতি মাপা হল। $\lambda_2$-র এই বিচ্যুতিকে ন্যূনতম ধরে নিয়ে প্রতিসরাঙ্ক নির্ণয় করলে শতকরা কত ভুল হবে?

**4-4** হাইড্রোজেন ডিস্চার্জ টিউব (discharge tube) থেকে একটি সমান্তরাল আলোকগুচ্ছ একটি 60° ফ্লিণ্ট কাঁচের প্রিজমের হাইড্রোজেনের $C$ বর্ণের ক্ষেত্রে ন্যূনতম চ্যুতিতে রয়েছে। নির্গত আলোকরশ্মিকে একটি অবার্ণ অভিসারী লেন্সের সাহায্যে ফটোগ্রাফিক প্লেটের উপরে ফেলা হল। লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য 50 cm। $C$ ও $F$ বর্ণের ক্ষেত্রে প্রিজম মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক 1.602 ও 1.625 হলে ফটোগ্রাফিক প্লেটে এই দুটি বর্ণের বর্ণালী রেখের মধ্য কতটুকু ব্যবধান হবে?

## পরিচ্ছেদ 5

**5-1** বর্ণাপেরণ কি ? দুটি লেন্সের সংস্পর্শ সমবায়ে কি করে বর্ণাপেরণ হ্রাস করা যায় তা বর্ণনা কর। একটি অভিসারী লেন্সের সাহায্যে সদ্‌বিম্ব গঠন করলে তাতে বর্ণাপেরণ যত প্রকট হয়, লেন্সটিকে সরল বিবর্ধক হিসাবে ব্যবহার করলে তত হয় না। এর কারণ কি ?

**5-2** ক্রাউন ও ফ্লিন্ট কাঁচের এমন একটি সংস্পর্শ অবার্ণ যুগ্ম তৈরী করতে হবে যার ফোকাস্ দৈর্ঘ্য 20 cm। যুগ্মটি $C$ ও $F$ বর্ণের সাপেক্ষে অবার্ণ হতে হবে। যদি ক্রাউন কাঁচের লেন্সটি উভউত্তল হতে হয় তবে লেন্স দুটির বিভিন্ন তলের বক্রতা ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। দুটি কাঁচের প্রতিসরাঙ্ক হল

| | $C$ | $D$ | $F$ | $G$ |
|---|---|---|---|---|
| ক্রাউন | 1.5087 | 1.5110 | 1.5167 | 1.5212 |
| ফ্লিন্ট | 1.6161 | 1.6211 | 1.6333 | 1.6437 |

**5-3** পূর্বোক্ত প্রশ্নে যদি অবার্ণ যুগ্মের ফোকাস দৈর্ঘ্য 10 cm হতে হয় এবং ফ্লিন্ট কাঁচের লেন্সটির পিছনের তলটিকে সমতল হতে হয় তবে বিভিন্ন তলের বক্রতা ব্যাসার্ধ কত হবে ? আপতিত আলোয় $C$ থেকে $G$ পর্যন্ত বিভিন্ন বর্ণ রয়েছে। উপরোক্ত চারটি বর্ণের ক্ষেত্রে এই লেন্সের ফোকাস্ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। গৌণ বর্ণালীর পরিমাণ কত ?

**5-4** বিচ্ছুরণ ক্ষমতা কাকে বলে ? 5-2 প্রশ্নে ব্যবহৃত ক্রাউন ও ফ্লিন্ট কাঁচের বিচ্ছুরণ ক্ষমতা নির্ণয় কর। ঐ ক্রাউন কাঁচেরই দুটি পাতলা লেন্স কিছুটা ব্যবধানে বসিয়ে এমন একটি সমবায় তৈরী করতে হবে যেটি সমান্তরাল রশ্মির ক্ষেত্রে বর্ণাপেরণ মুক্ত। সমতুল ফোকাস্ দৈর্ঘ্য 40 cm এবং একটি লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য 50 cm হলে অপর লেন্সটির ফোকাস্ দৈর্ঘ্য কত ?

**5-5** ক্রাউন কাঁচের দুটি পাতলা অভিসারী লেন্সের একটি সমবায়ে লেন্স দুটির মধ্যে ব্যবধান 10 cm এবং তাদের ফোকাস্ দৈর্ঘ্য 15 cm এবং 20 cm। বহু দূরের কোন অভিবিম্ব, লেন্স সমবায়ের অক্ষ থেকে 12° কৌণিক দূরত্বে অবস্থিত। প্রতিবিম্বে কতটুকু অনুলম্ব বর্ণাপেরণ হবে ?

5-6 পাঁচটি প্রাথমিক একবর্ণাপেরণের প্রকৃতি সাধারণভাবে বর্ণনা কর। দূরবীক্ষণ যন্ত্রের অভিলক্ষ্যে কোন অপেরণগুলি গুরুত্বপূর্ণ? অভিলক্ষ্যটি একটি সংলগ্ন লেন্স যুগ্ম হলে কিভাবে এই যুগ্মে এইসব অপেরণগুলি হ্রাস করা যায়?

5-7 একটি লেন্সের দুটি তলের বক্রতা যথাক্রমে $+0.1$ ও $-0.1$ এবং লেন্স মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক 1.50। লেন্সের ব্যাসার্ধ 3.0 cm। অক্ষের সঙ্গে সমান্তরাল রশ্মির ক্ষেত্রে অনুদৈর্ঘ্য ও অনুলম্ব গোলাপেরণের পরিমাণ নির্ণয় কর।

5-8 নিউটনীয় দূরবীক্ষণের গোলীয় অবতল দর্পণ অভিলক্ষ্যটির ব্যাস 15 cm এবং ফোকাস্ দৈর্ঘ্য 90 cm। সমান্তরাল রশ্মির ক্ষেত্রে অনুদৈর্ঘ্য গোলাপেরণের পরিমাণ নির্ণয় কর।

5-9 একটি মেনিসকাস্ লেন্সের বেধ 1 cm এবং প্রতিসরাঙ্ক 1.50। এই লেন্সটিকে অক্ষের উপর 5 cm ব্যবধানে অবস্থিত দুটি বিন্দুর বেলায় অ্যাপ্লানাটিক হতে হবে। দুই তলের বক্রতা কত নিতে হবে? অবতল তল থেকে দুটি বিন্দুর দূরত্বই বা কত?

5-10 একটি অর্ধগোলীয় (hemispherical) লেন্সের সমতল তলের সামনে কোন বিন্দু $O$, লেন্সের বক্রতলের একটি অ্যাপ্লানাটিক বিন্দু। এই বিন্দুতে কোন ক্ষুদ্র অভিবিম্ব রাখলে তার প্রতিবিম্ব কোথায় হবে? দেখাও যে এক্ষেত্রে অ্যাবের সাইনের সর্তটি সিদ্ধ।

5-11 একটি লেন্সের $(n = 1.60)$ অনুদৈর্ঘ্য গোলাপেরণ ন্যূনতম যখন অভিবিম্ব দূরত্ব $-100$ cm এবং প্রতিবিম্ব দূরত্ব 20 cm। লেন্সের দুটি তলের বক্রতা ব্যাসার্ধের অনুপাত কত? অনুদৈর্ঘ্য বর্ণাপেরণ থাকবে কি থাকবে না? থাকলে কত হবে?

5-12 একটি অবতল দর্পণের বক্রতা ব্যাসার্ধ 80 cm এবং ব্যাস 15 cm। দর্পণ থেকে 100 cm দূরে এবং অক্ষ থেকে 50 cm লম্ব দূরত্বে একটি বিন্দু অভিবিম্ব অবস্থিত। বিষমদৃষ্টি জনিত ফোকাস রেখা দুটির অবস্থান ও দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

5-13 একটি পাতলা অভিসারী লেন্সের বাঁ দিকে 30 cm দূরে একটি অভিবিম্বের ক্ষেত্রে প্রতিবিম্ব হয় ডানদিকে 60 cm দূরে। অভিবিম্বের

উপর অক্ষের বাইরে বিভিন্ন বিন্দুর জন্য প্রতিবিম্ব কোথায় হয়েছে তা নীচে দেওয়া হল।

| অক্ষ থেকে বিন্দু অভিবিম্বর দূরত্ব | ও তার প্রতিবিম্বের দূরত্ব |
|---|---|
| 0.5 cm | 1.00 cm |
| 1.0 cm | 2.05 cm |
| 2.0 cm | 4.20 cm |
| 3.0 cm | 6.5 cm |

প্রতিবিম্বে কি ধরণের দোষ হয়েছে। কিভাবে এই দোষ দূর করা যায়।

5-14 একটি মেনিসকাস লেন্সের বক্রতা ব্যাসার্ধ যথাক্রমে −10 cm ও −8 cm, বেধ 1 cm এবং প্রতিসরাঙ্ক 1.50। লেন্সের ব্যাস 2 cm। লেন্সের বাঁ দিকে 200 cm দূরে এবং অক্ষের উপর লম্বভাবে দণ্ডায়মান 40 cm উচ্চতার একটি সরল রৈখিক অভিবিম্বের ক্ষেত্রে প্রতিবিম্বে কি ধরণের অপেরণ হতে পারে? পরিমাণই বা কতখানি হবে?

## পরিচ্ছেদ 6

6-1 কোন ব্যক্তির খালি চোখের নিকট ও দূর বিন্দু যথাক্রমে 18 cm ও 100 cm। সে কত ক্ষমতার চশমার লেন্স ব্যবহার করবে? এই লেন্সে নিকটতম কত দূরত্ব পর্যন্ত সে দেখতে পাবে?

6-2 কোন বৃদ্ধ ব্যক্তির খালি চোখের নিকট বিন্দু 2 মিটার এবং উপযোজনের মাত্রা 0.4 ডায়প্টার। কি ধরণের, কত ক্ষমতার লেন্সের চশমা তাকে ব্যবহার করতে হবে?

## পরিচ্ছেদ 7 ও 8

7-1 আগম নেত্র ও নির্গম নেত্র কাকে বলে? একটি পাতলা অভিসারী লেন্সের ফোকাস্ দৈর্ঘ্য 5.0 cm ও ব্যাস 6.0 cm। 2.0 cm ব্যাসের একটি রোধক লেন্সের সামনে 2.0 cm দূরে রাখা হল। একটি 2.5 cm দৈর্ঘ্যের সোজা তার অক্ষের উপর লম্বভাবে দাঁড়িয়ে আছে, লেন্স থেকে 12 cm দূরে। নির্গম নেত্রের অবস্থান ও ব্যাস নির্ণয় কর। একটি দুইগুণ বিবর্ধিত স্কেলে অঙ্কিত চিত্রের সাহায্যে প্রান্তিক রশ্মির (marginal rays) গতিপথ দেখাও।

7-2 একটি ক্যামেরার অভিলক্ষ্যের লেন্সের ফোকাস্ দৈর্ঘ্য 5 cm এবং ব্যাস 4 cm। একটি নিয়ন্ত্রণযোগ্য প্রনেত্রর সাহায্যে অভিলক্ষ্যের

উন্মেষ পরিবর্তিত করা যায়। এভাবে উন্মেষ কমিয়ে পরপর 3 cm, 2 cm, 1cm ও 0.5cm করা হল। প্রতিটি ক্ষেত্রে, ফোকাসের গভীরতা, ক্ষেত্রের গভীরতা এবং কৌণিক দৃষ্টির ক্ষেত্র কত হবে তা নির্ণয় কর।

7-3 একটি দূরবীক্ষণের অভিলক্ষ্যের ব্যাস 20 cm। একটি তারজালিতে 10টি তার সমান্তরাল ভাবে 0.5 mm দূরে দূরে রয়েছে। ধরা যাক্, তারজালিটি 0.55 মাইক্রণ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলো দিয়ে আলোকিত করা হয়েছে। দূরবীক্ষণ থেকে সর্বোচ্চ কত দূরত্বেও তারজালিটির তারগুলিকে পৃথকভাবে বোঝা যাবে ?

7-4 অণুবীক্ষণ যন্ত্রের বিশ্লেষণ ক্ষমতা বলতে কি বোঝায় ? অণুবীক্ষণ যন্ত্রের ক্ষমতা −1500 ডায়প্টার। কার্যকর বিশ্লেষণ সীমা কত ?

7-5 একটি দূরবীক্ষণ যন্ত্রের অভিলক্ষ্যের ফোকাস দৈর্ঘ্য 1 মিটার, ব্যাস 15 cm। দুটি অভিনেত্র হাতের কাছে আছে। তার যে কোনটিকে ব্যবহার করা যায়। একটির ফোকাস দৈর্ঘ্য 10 cm, অপরটির 1 cm। খালি চোখে এবং দূরবীক্ষণে (দুটি অভিনেত্রই ব্যবহার করে) দেখলে (*a*) তারার এবং (*b*) আকাশের, আপাত ঔজ্জ্বল্য কত হবে ? সব অবস্থাতেই চোখের মণির ব্যাস 0.4 cm রয়েছে ধরা যেতে পারে।

7-6 দূরবীক্ষণ যন্ত্রের বিশ্লেষণ ক্ষমতা কোন্ কোন্ কারণের উপর নির্ভর করে ? দূরবীক্ষণের অভিলক্ষ্যের ব্যাস 100 cm এবং ফোকাস্ দৈর্ঘ্য 15 মিটার। অভিনেত্রের ক্ষমতা ন্যূনতম কত হলে দূরবীক্ষণ যন্ত্রের বিশ্লেষণ ক্ষমতার পূর্ণ সুযোগ নেওয়া সম্ভব হবে ?

7-7 একটি 2 cm ব্যাসার্ধের কাঁচের গোলক ($n = 1.5$) হতে একটি বেলনাকৃতি অংশ কেটে নেওয়া হল। বেলনের ব্যাসার্ধ 1.0 cm এবং বেলনের অক্ষ গোলকের ব্যাস বরাবর। এই পুরু গোলীয় লেন্সের কেন্দ্রে অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে 0.5 cm ব্যাসার্ধের একটি রোধক রয়েছে (কডিংটনের বিবর্ধক, Fig. 8.3*d* দ্রষ্টব্য)। এই লেন্সকে বিবর্ধক হিসাবে ব্যবহার করলে তার বিবর্ধনক্ষমতা ও দৃষ্টির ক্ষেত্র কত হবে ?

7-8 একটি সরল (লেন্স) বিবর্ধকের ব্যাস 3 cm এবং ফোকাস দৈর্ঘ্য 6 cm। বিবর্ধক থেকে কত দূরে চোখ রাখলে, একটি 10 cm ব্যাসের বৃত্তাকার ক্ষেত্রের সম্পূর্ণ অংশকে অসীমে দেখা যাবে ? চোখ ঐ জায়গায় রেখে অভিবিম্বকে বিবর্ধকের কত দূরত্বে রাখলে প্রতিবিম্ব নিকট বিন্দুতে দেখা যাবে ? এক্ষেত্রে অভিবিম্বের পুরোটা দেখা যাবে কি ? দুটি অবস্থায় বিবর্ধকের বিবর্ধন ক্ষমতা কত ?

# বিষয়সূচী/পরিভাষা

## I



## K



## L

## Q



## R